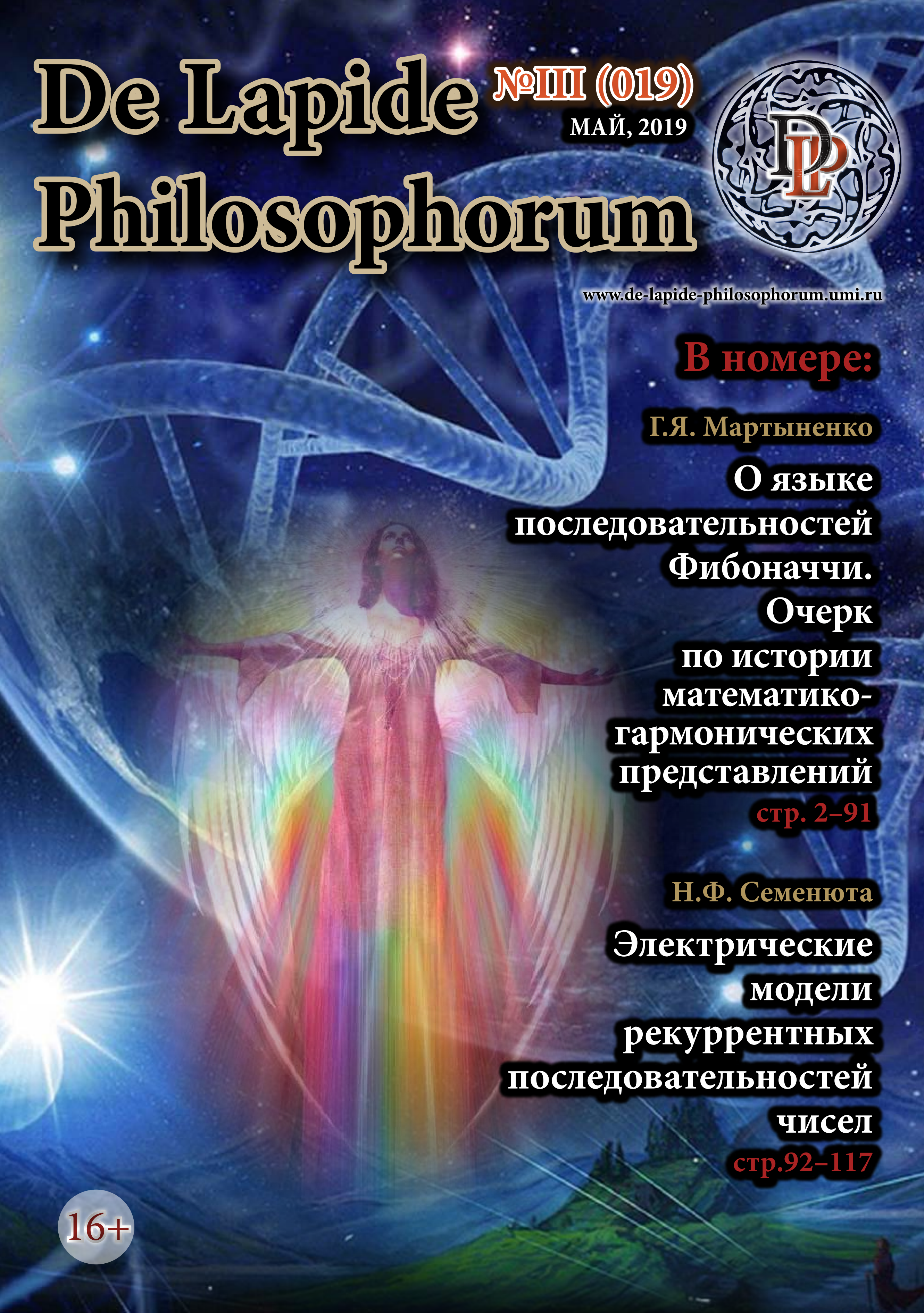


De Lapide Philosophorum

№III (019)

МАЙ, 2019

www.de-lapide-philosophorum.umi.ru

В номере:

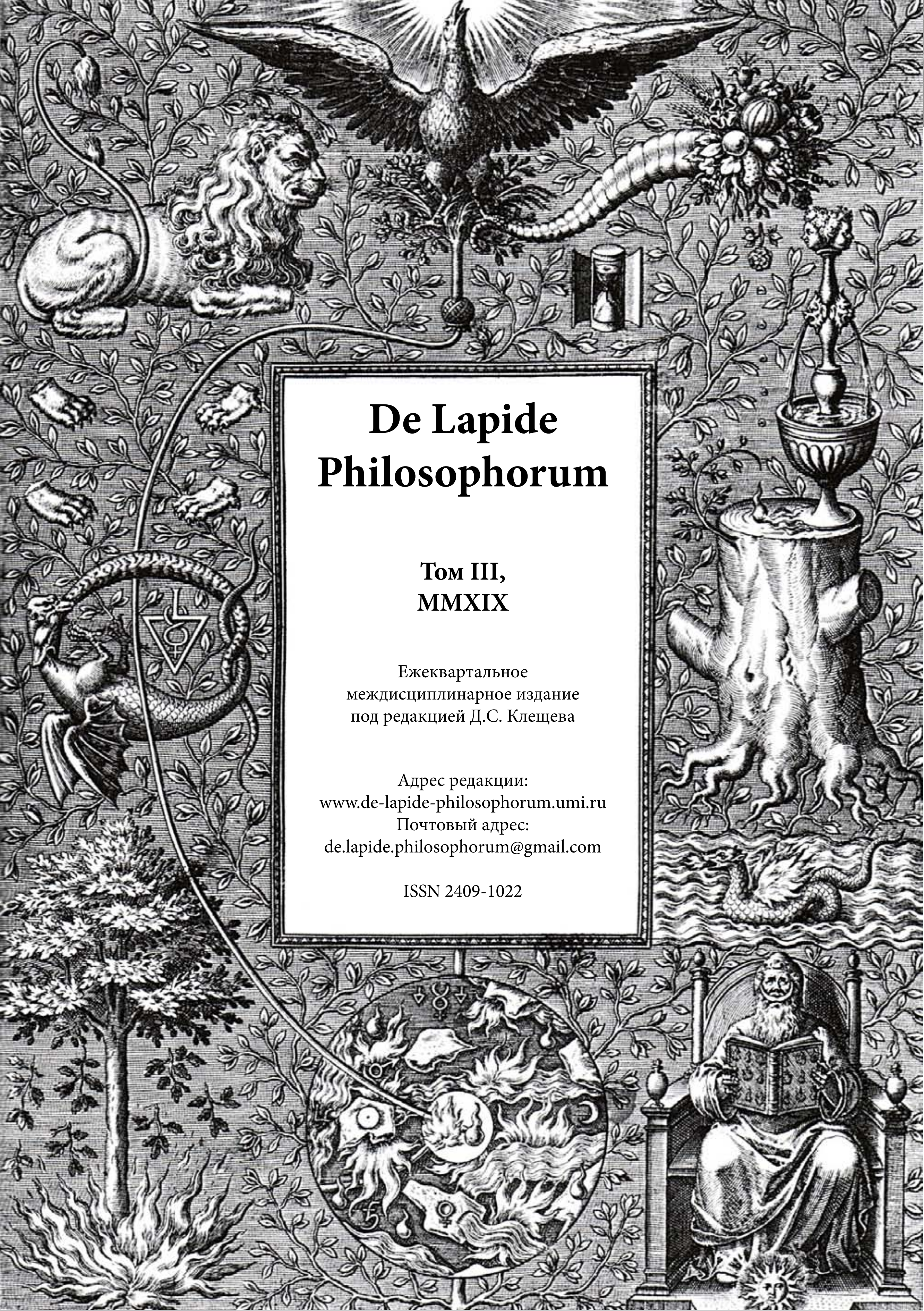
Г.Я. Мартыненко

О языке последовательностей Фибоначчи. Очерк по истории математико-гармонических представлений

Н.Ф. Семенюта

Электрические модели рекуррентных последовательностей чисел

16+



De Lapide Philosophorum

Том III,
MMXIX

Ежеквартальное
междисциплинарное издание
под редакцией Д.С. Клещева

Адрес редакции:
www.de-lapide-philosophorum.umi.ru
Почтовый адрес:
de.lapide.philosophorum@gmail.com

ISSN 2409-1022

Памяти Г.Я. Мартыненко

5 апреля 2019 года из жизни ушел российский филолог, профессор кафедры математической лингвистики Санкт-Петербургского государственного университета **Григорий Яковлевич Мартыненко**, жизнерадостный, искренний, обаятельный, многогранно одаренный человек, виртуозный тенор, солист Петербург-Концерта, поэт и писатель. Кто его знал, никогда не забудет его сильный и яркий голос, для которого, казалось, не существует никаких ограничений по тональностям и регистрам. Он был таким же всеохватным, искрометным и глубоким собеседником, способным затевать и на лету развивать философско-математические идеи любой сложности, заряжать исследовательским духом и оптимизмом.

Таким он запомнится друзьям и коллегам, таким будет жить в наших сердцах...

Г.Я. Мартыненко

Язык последовательностей Фибоначчи

1. Введение

Числовые последовательности Фибоначчи могут рассматриваться не только как математический, но и как семиотический и даже эстетический объект, причем рефлексия таких последовательностей может осуществляться с использованием методов, присущим гуманитарным наукам.

В таком повороте мысли нас вдохновляет то, что многие ученые не считают математику наукой естественной, а относят ее к наукам гуманитарным. Более того, есть немало ученых, склонных считать математику не только гуманитарной наукой (Гладкий, 1974; Шрейдер, 1978), но даже вовсе не наукой, а искусством. Так, выдающиеся американские математики **Э. Баккенбах** и **Р.Беллман** говорят, что «*математика, несмотря на свойственный ей научный язык, не является наукой; скорее ее можно назвать искусством, поскольку математическое творчество родственно художественному творчеству*» (Баккенбах, Беллман, 1965, с. 7).

Трудно удержаться, чтобы не привести еще один пассаж из процитированной работы американских математиков. Вот их восторженные слова, высказанные в адрес некоторых классических неравенств: «*Подобно тому как художник всего лишь несколькими мазками кисти вызывает к жизни картины исключительной красоты, как*

IN BREVI

Вклад Григория Яковлевича Мартыненко в отечественную математическую лингвистику хорошо известен специалистам в данной области. Как ученик профессора Ю.С. Маслова, Григорий Яковлевич занимался разработкой стилеметрии — филологической дисциплины, изучающей периодизацию временных рядов и различные формализованные параметры текстов, в том числе поэтических.

При изучении текстовых композиций с помощью математических моделей и их динамических характеристик им применялись числа Фибоначчи и Люка, а также теория рекурсий и гармонических сечений. Им была разработана *теория ценозов* (сообществ) на основе статистических спектровых распределений, в которой также часто наблюдались закономерности, связанные с золотым сечением.

Оригинальность исследовательских работ Г.Я. Мартыненко высоко оценил Президент Международного клуба Золотого сечения, доктор технических наук Алексей Петрович Стахов, которого с Григорием Яковлевичем связывали не только профессиональные и научные интересы, но и многие годы дружбы.

В научном наследии Г.Я. Мартыненко намечены подходы к объединению статистических методов и языкознания с теорией золотого сечения и междисциплинарным направлением Математики Гармонии. Многие проблемы, поднятые Григорием Яковлевичем, еще ждут своего осмысления, поскольку *теория ценозов*, пропорционирование семантических конструкций имеют отношение не только к языкознанию, но и к таким областям, как генетика, биология, информационные системы.

музыкант из сочетаний лишь нескольких звуков рождает волшебные мелодии, так и математик из немногих логических предпосылок создает выводы, отличающиеся подлинным изяществом. Несмотря на простоту, эти выводы часто кажутся нам таинственными, будто возникающими по мановению волшебной палочки, потому что их происхождение скрыто» (Баккенбах, Беллман, 1965, с. 60).

Столь восторженные эпитеты американские математики употребили в адрес классических средних (арифметической, геометрической и гармонической), связанных, тесно связанных через классификацию средних по **К. Джини** с золотым сечением и рядами Фибоначчи (Джини, 1979). Столь же эмоционально говорит о некоторых математических свойствах рядов Фибоначчи **А.П. Стахов**, используя лексику, весьма далекую от математической строгости: «*Числа Фибоначчи и Люка обладают рядом воистину удивительных свойств… Эта удивительная формула вызывает благоговейный трепет… и истинное эстетическое наслаждение…, ибо вызывает неосознанное чувство ритма и гармонии*» (Стахов, 2003).

Кому-то такая риторика может показаться чересчур воспаренной, но удивляет одно – числа Фибоначчи – это не только сокровищница удивительных, прекрасных и восхитительных свойств (с этим спорить просто нелепо), но и эффективное и результативное средство измерения прекрасного.

Если же вернуться к менее экстравагантной интерпретации математики как науки гуманитарной, то естественно считать, что наиболее тесные узы связывают математику с лингвистикой, имеющей дело в кругу гуманитарных дисциплин с наиболее организованной и формализуемой реальностью.

Для гуманитарных наук характерен и в первую очередь для лингвистики, характерен структурно-типологический подход (Чебанов, Мартыненко, 2008), т. е. ориентация на поиск типического в наблюдаемых явлениях, в отличие от наук естественных, которые заняты разысканием закономерностей в наблюдаемой действительности. Такое противопоставление наук восходит к философам **В. Виндельбанду** и **Г. Риккерту**, которые различали науки идеографические (описательные) и монотетические (законоустанавливающие) (Риккерт, 1903).

В данной статье мы попытаемся показать, что математика в своей значительной части является наукой идеографической и в ней может использоваться, как мы покажем ниже, структурно-типологический подход.

Мы полагаем, что последовательности типа Фибоначчи являются знаковой системой и как любой знаковый объект характеризуются двойным означиванием: в системе математического «*языка*», т. е. в виртуальном аспекте, и в системе математической речи, т. е. в системе конкретных реализаций. Такая знаковая система должна обладать семантикой, синтактикой и прагматикой. Начнем наше обсуждение с прагматики, которая в существенной мере диктует организацию двух других семиотических составляющих.

2. Прагматика последовательностей Фибоначчи

Прагматика последовательностей Фибоначчи представляет собой коммуникативную среду, в которой функционируют тексты, построенные с использованием этой математической структуры.

Эту среду, как и любую другую знаковую систему (Чебанов, Мартыненко, 1999), характеризуют цели коммуникации, типы коммуникантов, сферы коммуникации, каналы коммуникации, богатая тысячелетняя история и т. п.

Перечислим основные цели коммуникации в коммуникативной среде Фибоначчи.

1. Сообщение коллегам и заинтересованным лицам разнообразной специальной информации, связанной с рядами Фибоначчи.

2. Популяризация, рекламирование, пропаганда этих последователь-ностей среди широких кругов читателей.

3. Утверждение новой реальности, связанной с данными структурами, например, введение в научный оборот новых свойств последовательностей Фибоначчи или новых областей их применения на практике.

4. Призыв к адресату разделить восхищение неисчерпаемо удивительными, бесконечно прекрасными свойствами рядов Фибоначчи.

5. Сакрализация рядов Фибоначчи, введение их в мир таинственного, волшебного, божественного – в пифагорейское царство «*небесных сфер*», где «*все есть число*», а в поднебесном мире – тем более.

Сфера функционирования рядов Фибоначчи необычайно широка. Прежде всего, это математика в различных ее ипостасях: теория чисел, алгебра, теории последовательностей, прогрессий, пропорций, комбинаторика, асимптотические методы, теория вероятностей и др. А области применения этих чисел вообще не знает границ: архитектура, музыка, стиховедение, медицина, экономика, физика, спорт, религия и др. (Проблемы…, 2003).

Особый интерес представляют коммуниканты, созидающие, перерабатывающие и потребляющие информацию о рядах Фибоначчи. Рассмотрим типы участников коммуканции с точки зрения уровня их компетенции в данной области.

1. **Наивные коммуниканты.** К этой группе относятся коммуниканты, имеющие весьма поверхностные знания о данных последовательностях и тех областях математики, к которым имеют отношение обсуждаемые последовательности. Это в основном массовый потребитель научно-популярной и околонаучной информации, будоражащей воображение обывателя.

2. **Обученные коммуниканты.** К этой группе можно отнести коммуникантов, которые достаточно компетентны в конкретной предметной области, но обладают неглубокими математическими знаниями. Эта группа коммуникантов, будучи в сущности математическими дилетантами, тем не менее порой достигает значительных успехов в исследовании данных последовательностей. Ведь многие известные фиббоначчисты, например, Люка и Бине, были математическими дилетантами. Видимо, природа данных последовательностей такова, что человек, обладающий хорошей интуицией, но оснащенный весьма скромным математическим аппаратом, может достичь в обсуждаемой области значительных результатов.

3. Весьма представительную группу образуют коммуниканты-знатоки, которые отличаются высоким уровнем компетенции как в области математики, так и в предметных областях. Это позволяет специалистам этого уровня знакомить заинтересованных лиц с достижениями в области исследования последовательностей Фибоначчи и популизировать эти достижения.

4. И наконец, ведущие позиции в данной области занимают коммуниканты-творцы, создающие и совершенствующие теоретический фундамент данного направления в науке в рамках единой математической теории гармонии и ее многочисленных прикладных ответвлениях. Сюда можно отнести прежде всего руководителей научных школ, которые внесли не только большой личный вклад в развитие данного направления, но и взвалили на себя груз управленческой и организационной ответственности (Стахов, 2008). Огромную роль в данной области играют также ежеквартальный журнал

«The Fibonacci Quarterly» под редакцией **Э. Хогарта** из Колледжа штата Калифорния в Сан-Хосе), вокруг которого группируются ведущие ученые, причастные к разработке математической теории гармонии.

Значительную контактно-устанавливающую роль в среде фибоначчистов играют также регулярные научные конференции, на которых обсуждается широкий круг проблем, связанных с числами Фибоначчи. И конечно же, не выдающуюся цементирующую роль в «*информационной системе*» Фибоначчи играют различного рода неформальные или полуформальные объединения – «*незримые коллективы*», «*невидимые коллегии*» (Михайлов, Черный, Гиляревский, 1976, с. 55-59), которые имеют нечто вроде общей программы, декларирующей цели и задачи движения, общепризнанных лидеров собственную символику, подтвержденную сертификатами и пр. регалиями.

5. Особое место в данной классификации занимают коммуниканты-мистификаторы. Имеются в виду специалисты, генерирующие (осознанно или непреднамеренно) ложную или искаженную информацию по обсуждаемой теме. Такая информация часто дискредитирует их научную состоятельность, вносит в научную среду нервозность и ощущение неловкости. Такие злоумышленники льют воду на мельницу тех ученых, которые склонны считать это направление в лучшем случае периферией математики и к тому же не очень серьезной, а в худшем – чем-то мистическим и даже завиральным.

Конечно, приведенная классификация коммуникантов весьма условна, но ясно одно, что степень дилетантизма и профессионализма могут иметь разную окраску. Так, глубоко профессиональные математики, тяготеющие к чрезмерной всеобщности, могут быть весьма поверхностными, беспомощными и неуклюжими предметниками (хотя, надо признаться, об этом не принято говорить).

2. Синтактика последовательностей Фибоначчи

Минимальной синтаксической единицей ряда Фибоначчи является любая триада подряд следующих в порядке возрастания чисел. Эту единицу назовем *предложением* Фибоначчи. Каждая триада порождается суммативным рекуррентным правилом: последний член триады равен сумме двух предыдущих. Причем основное правило Фибоначчи, формулируемое в символической форме, может рассматриваться и как порождающее правило, и как *структурная схема* предложения. Синтаксис предложения Фибоначчи может быть рассмотрен в нескольких аспектах (Богданов, 1976).

В функциональном аспекте предложения Фибоначчи можно проинтерпретировать следующим образом: первый член назовем *инициатором*, второй – *типизатором*, третий – *результативом*.

В структурном аспекте каждое предложение имеет вид элементарного графа в виде вилки, в котором в роли вершины выступает результатив.

В линейном аспекте каждое предложение Фибоначчи представляет собой линеаризованную вилку с двумя расположенными в постпозиции по отношению к результативу *инициатором* и *типизатором*. Вся тройка образует регрессивную структуру.

В коммуникативном аспекте инициатор и типизатор могут рассматриваться как *тема* (данное), *результатив* – как рема (новое).

В семантико-синтаксическом аспекте предложение Фибоначчи может рассматриваться как предикатное выражение, в котором роль предиката (если мы исходим из основного суммативного правила) выполняет знак суммы. От предиката зависят три аргумента: два слагаемых и их сумма.

Триады-предложения образуют непрерывную цепь чисел, которую мы называем *текстом* Фибоначчи. Этот текст имеет определенную композицию, в которой роль зачина выполняет первая триада. В этой триаде первые два «*затравочных*» числа предопределяют структурный облик ряда. Так, если такими числами будут 2 и 1, 1 и 3, 3 и 4, 4 и 7 и т. д., то мы получим ряд Люка – см. табл. 1.

Таблица 1.

Затравочные числа в последовательности Люка L_k

K	0	1	2	3	4	4	6	7	8	9	10
$L_{2,1}$	***2***	***1***	3	4	7	11	18	29	47	76	123
$L_{1,3}$	2	***1***	***3***	4	7	11	18	29	47	76	123
$L_{3,4}$	2	1	***3***	***4***	7	11	18	29	47	76	123

При этом нужно обратить внимание на то, что затравочные числа, будучи составной частью последовательности в целом, диктуют характер динамики развертывания «речевой цепи» вперед и вспять. В таком развертывании важным является и величина затравочных чисел, и величина разности между ними, и порядок их следования (1 и 2 формируют классический ряд Фибоначчи: 1, 2, 3, 5, 8, 13…, а 2 и 1 – ряд Люка: 2, 1, 3, 4, 7, 11…). Все эти факторы предопределяют «*развитие действия*» по тому или иному сценарию «*перемалывания*» «*жерновами*» Фибоначчи (основным суммативным правилом) затравочных чисел на пути достижения предельного отношения последующего числа к предыдущему, равного 1,618. Последнее правило, которое можно назвать *дивизионным*, вторично по отношению к основному *аддитивному*. Золотой уровень достигается в «*концовке*» ряда (не слишком удаленной от его зачина), хотя с математической точки зрения (виртуально, в сфере математического *языка*) этот ряд является бесконечным, но реально, в сфере математической речи такой ряд с ничтожной ошибкой является конечным.

За уровнем 1,618 скрыто еще одно правило Фибоначчи, имеющее *мультипликативную* природу, а именно: среднее геометрическое двух крайних членов триады-предложения равно ее центральному члену.

Говоря о различных правилах, характеризующих ряды типа Фибоначчи, следует иметь в виду, что основным является суммативное правило, а остальные правила являются следствием основного.

Обобщенная синтактика последовательностей Фибоначчи показана в табл. 2.

Таблица 2

Синтаксические аспекты предложения Фибоначчи (первая триада)

Триада Фибоначчи	Первый член F_k	Второй член F_{k+1}	Третий член F_{k+2}
Логика членов триады Фибоначчи	Часть	Часть	Целое
Логический синтаксис	Первое место предиката «+»	Второе место предиката «+»	Третье место предиката «+»
Математическое правило	Первое слагаемое	Второе слагаемое	Сумма
Свойство мулитипликативности	Первый сомножитель	Среднее геометрическое	Второй сомножитель
Дивизионное свойство	Частное	Делитель	Делимое
Функциональный уровень	Подлежащее-инициатор	Дополнение-типизатор	Сказуемое-результатив
Иерархический (структурный) уровень	Первая непосредственная составляющая	Вторая непосредственная составляющая	Гиперсоставляющая
Функциональная перспектива	Тема, данное	Развитие темы, данное	Рема, Новое

Предложения Фибоначчи образуют непрерывную цепь переплетающихся структур, которые удобно изображать в виде линейно разворачивающегося графа, в котором триады Фибоначчи располагаются в шахматном порядке выше и ниже относительно центральной оси. В результате образуется замысловатая орнаментальная структура – см. рис. 1.

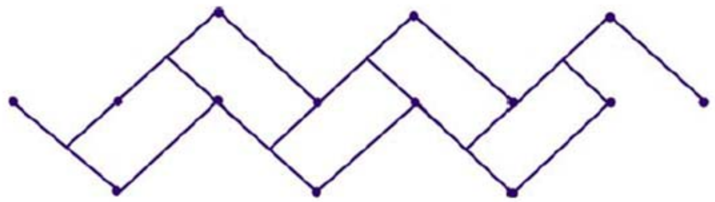


Рис. 1. Орнаментальная цепочка триад Фибоначчи

Причем такие причудливые структуры образуются при соединении элементарных триад Фибоначчи. При сцеплении более сложных структур орнаментальность становится еще более выразительной, но более запутанной. И виноваты в этом прежде всего рекурсии, образующие генетическое древо Фибоначчи, показанное на рис.2.

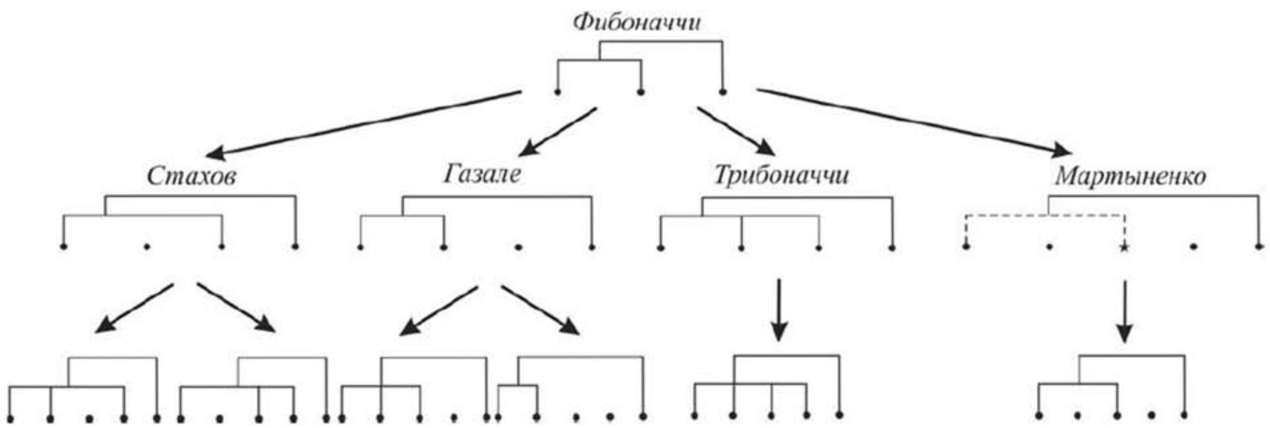


Рис. 2. Структурно-генетическое древо рекурсий Фибоначчи

Эти рекурсии восходят к обобщениям, которые были выдвинуты в последние годы (Feinberg, 1963; Стахов, 1979; Газале, 2003 и др.). Рекурсионный подход существенно расширяет содержательное толкование данных последовательностей (Мартыненко, 2008).

3. Семантика

1. **Лексический уровень.** Если для вербальных текстов на лексическом уровне *экспонентом* является графический облик слова, то в числовых структурах в роли экспонента выступает графический облик числа.

Референциальный аспект семантики чисел Фибоначчи тройственен. В математическом модусе реальности конкретные числа в сущности лишены *референта*, он предельно абстрактен. Любое число не существует как нечто обособленное от всего ряда натуральных чисел (Светлов, 2006, с. 13), поскольку каждое из них является средством и результатом некоторых операций, производимых по определенным правилам в некоторой целостной математической системе, в данном случае – в системе Фибоначчи. В прикладном аспекте (в сфере реальных наук) за конкретными числами могут стоять конкретные вещи и явления. Ими могут быть и кролики Фибоначчи, и листья тысячелистника, и рассаживающиеся различными способами за столом персоны. Список здесь может быть очень длинным. Он определяется широтой приложений последовательностей Фибоначчи.

Сигнификативный аспект семантики конкретных чисел в математическом модусе реальности полностью опустошен (числа обладают определенным значением только в сочетании друг с другом, на этом мы остановимся позднее) и лишь в прикладном аспекте появляются конкретные смыслы. В последнем случае число становится одной из характеристик сигнификата, актуальной с точки зрения конкретного прикладного исследования.

При этом семантические интерпретации чисел Фибоначчи могут быть связаны с различными основаниями их классификации. Речь идет о рациональных и иррациональных, четных и нечетных, алгебраических и трансцендентных и прочих числах. Иногда к числовым характеристикам сигнификата могут подключаться различные смыслы, связанные с «*магическими числами*» – тройкой, пятеркой, семеркой и др.

Здесь наряду с сугубо математическими толкованиями с позиций мировых констант возможны различного рода сакральные интерпретации (Неаполитанский, Матвеев, 2006), толкования, основанные на психологических (Миллер, 1954, Пиаже, Шеминская, 1969), эстетических (Лотман, Николаенко, 1983), социально-психологических (Степанов, 2004), психолингвистических (Панфилов, 1977) феноменах.

Более насыщенной является семантика синтаксических конструкций (предикатных выражений) (Богданов, 1977) Фибоначчи. Референциальное пространство, связанное с огромным числом приложений чисел Фибоначчи, здесь заселено очень плотно. Что касается смысла этих предикатных выражений, то он связан прежде всего с содержанием понятия гармонии в философском, теоретико-системным, эстетическим, математическим и пр. смыслах и их оттенках.

Заключение

В статье ставится вопрос о языке последовательностей Фибоначчи, который является вариантом языка математики в целом. Язык чисел Фибоначчи наделен огромным прагматическим потенциалом, охватывающим все сферы реальности: от неорганической до знаково-информационной и даже сакральной.

Эффективность усилий в данном направлении будет определяться развитием математической теории гармонии и ее сопряжением с концепциями гармонии в сферах деятельности, далеких от математики, но обнаруживающих признаки тяготения к математическому видению мира.

Литература

Баккенбах Э., Беллман Р. Введение в неравенства. Перевод с англ. М.: Мир, 1965. 173 с.
Богданов В.В. Семантико-синтаксическая организация предложения. Л.: Изд-во Ленингр. Ун-та, 1977. 204 с.
Газале М. От фараонов до фракталов. Пер. с англ. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 272 с.
Гладкий А.В. Лингвистика и математика // Всесоюзная научная конференция по теоретическим вопросам языкознания: тезисы докладов секционных заседаний. М., 1974, С. 227-232.
Джини К. Средние величины. М.: Статистика, 1979. 448 с.
Кенделл Дж. Э., Стьюарт М. Дж. Теория статистики. Перев. с англ. М.: Госстатиздат ЦСУ СССР, 1960. 779 с.
Михайлов А.И., Черный А.И., Гиляревский Р.С. Научные коммуникации и информатика. М.: Наука, 1976. 435 с.
Лотман Ю., Николаенко Н. «Золотое сечение» и проблемы внутримозгового диалога // Декоративное искусство СССР, №9, 1983. С. 31-34.
Мартыненко Г.Я. «Числа Стахова как предельное обобщение рекурсий Газале и Трибоначчи» // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14842, 10.07.2008. http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321088.htm.
Мартыненко Г.Я. Пространственная типология последовательностей Фибоначчи // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14720, 19.02.2008. http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321077.htm.
Миллер Дж. А. Магическое число семь плюс минус два // Инжененерная лингвистика. Сб.статей. М.: Прогресс, 1964. С.192-225.
Неаполитанский С.М., Матвеев С.А. Библейская нумерология. СПб: Издательство института метафизики, 2006. 352 с.
Панфилов В.З. Философские проблемы языкознания. М.: Наука, 1977.
Пиаже Ж., Шеминская А. Генезис числа у ребенка // Пиаже Ж. Избранные психологические труды. М.: Просвещение, 1969. С. 233-567.
Проблеми гармонії, симетрії і золотого перетину в природі, науці та містецтві. Вінниця: Вінницкий державний аграрний університет, 2003.
Риккерт Г. Границы естественнонаучного образования понятий. Т. 2. СПб, 1908.
Светлов В.А. Философия математики. Основные программы обоснования математики XX столетия. М.: КомКнига, 2006. 208 с.
Стахов А.П. Алгоритмическая теория измерения. М.: Знание, 1979.- 64 с.
Стахов А.П. Сакральная геометрия и математика гармонии // Проблеми гармонії, симетрії і золотого перетину в природі , науці та мистецтві . Збірник наукових проаць Вінницького державного аграрного університету. Вип.15. Вінниця, 2003. С.8-26.
Стахов А.П. Роль «Золотого Сечения» и «Математики Гармонии» в преодолении «стратегических ошибок» в развитии математики // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.14688, 12.01.2008 http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321074.htm.
Степанов А.И. Число и культура: Рациональное бессознательное в языке, литературе, науке, современной политике, философии, истории. М.: Языки славянской культуры, 2004. 832 с.
Чебанов С.В., Мартыненко Г.Я. Семиотика описательных текстов. Типологический аспект. СПб: Издательство СПбГУ, 1999.
Чебанов С.В., Мартыненко Г.Я. Из истории типологических представлений // Структурная и прикладная лингвистика. Межвузовский сборник. Вып.7. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2008. С. 328-389.
Шрейдер Ю.А. Наука и человек // Химия и жизнь, 1978, №2. С. 3-10.
Feinberg M. «Fibonacci-Tribonacci». Fibonacci Quart. 1.1963. P.71-74

Г.Я. Мартыненко

Очерки по истории математико-гармонических представлений: от Пифагора до наших дней

Отрывок из монографии по истории Математики гармонии. Полный текст размещен на сайте на сайте «Академии Тринитаризма»

Новейшее время – XX век: 1900–1985 гг.

Данный очерк охватывает XX столетие за исключением последних 15 лет. Мне кажется, что этот финишный отрезок и примыкающее к нему первое десятилетие XXI века – еще не история. Это скорее текущая, живая жизнь, не успевшая превратиться в сухие факты. Живая жизнь многолика, пестра, противоречива, неустойчива. Представляется, что дискуссионная пыль, порожденная муками стремительного становления, должна осесть. После этого можно будет бесстрастно оценить ситуацию. Сделаю это я или кто-то другой, покажет время.

Возможно, этот краткий период «бури и натиска» нуждаются в критическом обзоре, но я пока не ощущаю в себе ни готовности, ни способности к профессионально безупречной и объективной оценке положения дел и приведения невероятно разнообразных противоречивых и трудносопрягаемых тенденций к общему знаменателю. Пока же я переведу дух в преддверии этого интереснейшего периода в развитии математико-гармонических представлений.

Я не могу себе позволить торопиться и вмешиваться в процесс, развивающийся по своим законам и стремящийся к самоосознанию. О молодой математике гармонии можно сказать словами Вергилия: *Naviget, haek summa est – Пусть она плывет*, т. е. идет вперед, а не стоит на месте. Именно эти слова произнес Валерий Брюсов в 1921 г., говоря о многовекторности развития молодой советской поэзии в 20-е гг. XX века (Брюсов, 1973, с. 185).

Многовекторность, молодость и революционность математики гармонии несомненны.

1. Общая характеристика

В течение XX в. интенсивность математико-гармонических изысканий постепенно нарастает. Это обусловлено стремительным ростом науки в целом, ее превращением из малой науки в большую науку – науку, ставшую непосредственной производительной силой подобно современной промышленности (Михайлов, Черный, Гиляревский, 1977). Но важную роль играли и внутренние процессы в развитии золотосеченских проблем, прошедших стадию «первичного накопления знаний». Эти знания постепенно превращались в фактор, ориентирующий в сторону систематической работы.

К концу века поток информации, связанный с золотым сечением и числами Фибоначчи, стал лавинообразным. Качественный перелом начался примерно в начале 70-х в процессе экспансии математико-гармонических представлений в сферу информационных технологий. С этого момента математико-гармоническое движение стало набирать энергию как в области математических идей, так и в области многочисленных приложений, затрагивающих основы развития современной цивилизации.

XX век характеризуется беспрецедентно радикальными сдвигами в области научного и художественного творчества. Речь идет об отходе от классических схем, переоценке ценностей, декадансе, обновлении художественного и научного языка, становлении новых и даже экстравагантных научных парадигм, возникновении различных форм модернизма и авангардизма.

Вот как, например, описывает А. Н. Толстой в своем романе «Хождение по мукам» противоречивую и сложную ситуацию начала века в Петербурге, эпоху кануна первой мировой войны:

«Петербург жил бурливо-холодной, пресыщенной, полуночной жизнью. Фосфорические летние ночи, сумасшедшие и сладострастные, и бессонные ночи зимой, зеленые столы и шорох золота, музыка, крутящиеся пары за окнами, бешеные тройки, дуэли на рассвете, в свисте ледяного ветра и пронзительном завывании флейт… С невероятной быстротой создавались грандиозные предприятия, возникали, как из воздуха, миллионные состояния. Из хрусталя и цемента строились банки, мюзик-холлы…великолепные кабаки, где люди оглушались музыкой, отражением зеркал, полуобнаженными женщинами, светом, шампанским… В городе была эпидемия самоубийств. Залы суда наполнялись толпами истерических женщин, жадно внимающих кровавым и возбуждающим процессам. Все было доступно – роскошь и женщины. Разврат проник всюду, им, как заразой, был поражен дворец… То было время, когда любовь, чувства добрые и здоровые считались пошлостью и пережитком… разрушение считалось хорошим вкусом – признаком утонченности… Люди выдумывали себе пороки и извращения, чтобы не прослыть пресными. Таков был Петербург в 1914 году. Замученный бессонными ночами, оглушающий тоску свою вином, золотом, безлюбой любовью, надрывающими и бессильно-чувственными звуками танго – предсмертного гимна, – он жил словно в ожидании рокового и страшного дня» (Толстой, 1973, с. 5–7).

В это время ценности, которые ранее казались прочными и незыблемыми, перестали существовать. Уходило в прошлое и традиционное представление о гармонии природы и человеческого существования, идея единения с природой и сопричастности к вечным ценностям. Разброд, качания, бунт, ниспровержение всего и вся, неприятие всего затхлого и омертвевшего.

Первая четверть XX века – это сложный и бурный период в истории европейской культуры с колоссальным приливом творческой энергии и поиском новых путей во всех областях искусства. Всеми цветами радуги переливался нескончаемый поток сталкивающихся противоречивых идей. В этих условиях формировалась какая-то новая гармония, уникальный и парадоксальный сплав течений, школ, манер, не вмещавшиеся в традиционные рамки реализма, импрессионизма, романтизма и прочих течений.

Но одновременно постепенно набирает силу тенденция преодоления чересполосицы мнений, поиска выхода из эстетического хаоса через переход к формализации, математизации и даже индустриализация искусства. Эта тенденция начала прорисовываться уже в конце XIX века. Все началось с **Поля Сезанна**, который призывал к геометрической структурализации реальности (Панкин, 2004). «*Трактуйте природу посредством цилиндра, шара, конуса…*», – призывал он. Логическим продолжением идей Сезанна явился кубизм, который призывал отказаться от евклидовой геометрии и войти в царство слияния времени и пространства. В дальнейшем идеи кубизма привели к супрематизму **Казимира Малевича**. В этом течении была реализована зримая проекция неземного, беспредметного мира. Позднее идеи супрематизма были развиты **Василием Кандинским**, который не конструировал формы, а корректировал то, что являлось его воображению. В поздний период Кандинский становится все более рациональным, геометрическим, сциентистским. Это было характерно и для «научной поэзии», которую проповедовал **Рене Гиль** (Брюсов, 1973). Основная идея Р. Гиля и его многочисленных последователей состоит в том, что «поэзия есть верховный акт мысли». Поэтический образ по Гилю есть результат синтезирующей способности интеллекта. Поэтому поэзия, как и наука, есть проявление мысли, выраженной не в отвлеченной форме, а в живом образе.

Но это только одна из черт данной эпохи. Много и других.

Экспансия идей и методов естественных наук и математики в гуманитарные науки и искусство в это время была тотальной. Это тенденция зародилась уже в XIX веке, воплотившись в новых измеряющих гуманитарных дисциплинах. В XX веке эта тенденция приобрела характер пандемии.

Вдогонку за антропометрией, биометрией, стилеметрией, эконометрией, которые зародились в XIX веке, устремились психометрика, социометрия, наукометрия, библиометрия, искусствометрия, информметрия, технометрия и др. дисциплины.

Но на фоне первой тенденции довольно активна и вторая: экспансия гуманитарных наук и искусства в естественные науки, т. е. набирает силу тенденция гуманизации естественных наук. Особенно это характерно для математики, познавательные принципы которой переосмысляются в гуманитарном аспекте.

Возникают обширные сферы междисциплинарной деятельности. Это теория систем и системный анализ, математическое моделирование, синергетика, социодинамика и теория ценозов.

XX век – это время расцвета великой русской формальной школы в литературоведении, связанной с именами

Андрея Белого, Юрия Тынянова, Виктора Шкловского. Это время русского авангардизма в лице Василия Кандинского, Марка Шагала, Давида Бурлюка и др. Это время рождения структурализма Фердинанда де Соссюра, расцветшего в пражской, американской и копенгагенской школах структурной лингвистики, а также в различных школах общей поэтики. Это математическое стиховедение, увлекшее не только филологов, но и великих математиков, например, **А.Н. Колмогорова**.

Именно в XX веке наблюдается расцвет техники психологических и социологических измерений: семантический дифференциал, ассоциативный эксперимент, контент-анализ, методики экспертных оценок и т. п. В XX веке обостряется интерес к информации во всех ее ипостасях. Рождается математическая теория информации, теория избыточности, теория кодирования, математическая лингвистика. А в конце столетия стала складываться междисциплинарная область, которая уже в начале следующего тысячелетия получила название «Математика гармонии».

Примечательной чертой столетия является тотальный интерес к динамике формообразования в природе, общественной жизни и искусстве. В эстетике стали говорить об общности принципов формообразования для разных типов искусств. Было установлено, что в большинстве случаев в искусстве укоренены сюжеты, в которых действует принцип восхождения, достижения вершинной точки с последующим спадом и развязкой.

Такой способ конструирования формы типичен для всех временных искусств. Он был провозглашен на материале фольклора **В.Я. Проппом** (Пропп, 1969) и на материале музыки – **Гансом–Генрихом Унгером** (Махов, с. 122). При этом динамический пик является некоторой равновесной точкой, регулирующей распределение «энергии» в тексте.

2. Первая половина XX века

Следуя логике и интенсивности развития математико-гармонических идей, обозреваемое столетие было разбито на два полстолетия, а второе полстолетие – на две неравные части: 1950 – 1985 и 1985 – 2000 гг. Эта неравномерность обусловлена стремительным ростом информационного потока по мере приближения к концу столетия.

В былые времена математико-гармонические изыскания были уделом одиночек. Такое положение вещей сохранялось и в первой половине XX века. Причем, в это время преимущественно осваивались, интерпретировались и совершенствовались результаты, достигнутые в школах **Цейзинга** и **Фехнера**, т. е. в рамках экспериментальной эстетики и в конкретных искусствах: архитектуре, музыке, живописи, отчасти в словесном искусстве. Важным достоянием этого этапа является то, что числа Фибоначчи и золотое сечение стали использоваться для изучения динамики текста: музыкального и словесного.

Собственно математических достижений было немного, если не считать трех замечательных открытий.

Первое открытие выполнено в области непрерывных дробей. В 1917 году американским математиком **Куртом Альтшулером** золотое сечение впервые было представлено в виде повторного радикала, состоящего исключительно из единичек:

$$\lim\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}} \to 1{,}618$$

Таким образом, золотое сечение пополнило ряды замечательных математических констант, которые могут быть представлены в виде непрерывной дроби, повторного радикала, бесконечного произведения или каким-то других итерационных структур. Число φ заняло почетное место в тройке великих констант: e, π, φ.

Следует также упомянуть замечательные формулы великого индийского математика **Сринивазa Рамунаджана** (1887-1920), полученные благодаря его гениальной интуиции, не укладывающейся в рамки практического разума. Вот одна из них. Обе связывает три замечательных числа: e, π и φ (Жуков, 2004, с. 61):

$$\frac{1}{1+\dfrac{e^{-2\pi}}{1+\dfrac{e^{-2\pi}}{1+..}}} = \left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}-\varphi\right)e^{\frac{2\pi}{5}}$$

А теперь остановимся на одном достаточно курьезном открытии. О нем упоминает **Мартин Гарднер** в книге «Математические головоломки и развлечения» (Гарднер, 1971, с. 230). В русский перевод вошли три книги, изданные им в США в интервале 1959-1966 гг.

С.А. Ясинский в книге (Ясинский, 2004, с. 153) обратил внимание на интересное замечание Гарднера: «Стифен Барр, сын Марка Барра, давшего числу φ его название, прислал мне оттиск статьи своего отца, опубликованной в лондонском Sketch в 1913 году. В этой статье содержится следующее *обобщение этого замечательного числа*. Если построить аддитивный ряд, в котором каждый член (начиная с четвертого) равен сумме трех предыдущих, то *предел отношения последующего члена к предыдущему будет равен* 1,839…Аналогичный предел аддитивного ряда, в котором каждый член, начиная с пятого, равен сумме четырех предыдущих, равен 1, 927… В общем случае

$$n = \frac{\log(2-x)^{-1}}{\log x},$$

где n – число слагаемых, которые необходимо взять для получения следующего члена ряда, а x – предел отношения последующего члена к предыдущему. При $n = 2$ мы получаем обычные числа Фибоначчи с $x = \varphi$. При n, стремящемся к бесконечности, x стремится к 2».

В этой пространной цитате содержится по крайней мере три интересных пассажа. С позиций сегодняшнего дня мы можем сказать, что при трех слагаемых мы получаем так называемые числа Трибоначчи, которые были заново открыты **Фейнбергом** (Feinberg, 1963) только в середине 60-х гг. Для многих будет интересно, что обозначение золотого сечения буквой φ в честь великого греческого зодчего Фидия также принадлежит Барру. Любопытно также, что Гарднер назвал числа Барра (числа Трибоначчи) обобщением числа φ. Так же поступил и **А.П. Стахов**, назвав свою рекуррентную последовательность обобщением золотого сечения, что породило среди некоторых участников золотосеченского движения острую терминологическую дискуссию.

Из сказанного видно, что Стахов в таком словоупотреблении имеет сторонника в лице великого популяризатора математики и автора математических головоломок **Мартина Гарднера**, а также **Марка Барра** и его сына **Стифена** – знаменитого «фокусника» и «умника» от математики.

Ознакомим читателя с еще одним интригующим развитием гармонических изысканий. Речь идет об их связи с квантовой механикой.

Все началось с музыки. **Норберт Винер** в 1925 году в своем докладе в Геттенгене, посвященном гармоническим колебаниям, как и Пифагор, заострил внимание на том, что законы физики в каком-то смысле аналогичны нотной записи мелодии. Он стремился подчеркнуть, что в музыке, как и в квантовой теории, «*имеется существенная разница между поведением, относящимся к очень малым интервалам времени (или пространства), и тем, что мы считаем нормальным поведением*» (Винер, 1967, с. 101-103) Далее Винер связывает свои идеи с принципом двойственности Гейзенберга. Он говорит о том, что «*Гейзенберг обнаружил, что в условиях, при которых положение частицы может быть измерено с очень высокой точностью, ее импульс или скорость могут быть измерены только с малой точностью*». Далее Винер пишет о том, что эта точность имеет ту же природу, что и двойственность между высотой и длительностью в музыке. Гейзенберг объяснил это с помощью гармонического анализа, усовершенствованием которого занимался Винер.

Музыкальная интерпретация Винером принципа двойственности известна крайне узкому кругу ученых. Но гипотеза эта очень смелая и экстравагантная. Но главное состоит в том, что в ее основе лежат идеи Пифагора о гармонии Вселенной.

Возможно, если устроить серьезный информационный поиск, то можно будет разыскать в первой половине XX в. еще какие-то математические достижения, относящиеся к золотосеченской теме, но в целом информационного вала здесь нет.

Этого нельзя сказать о прикладных исследованиях этого периода. Здесь есть определенные достижения, но и они в целом могут рассматриваться как развитие идей XIX века.

Замечательным исключением из этого ряда работ является статья **Эмиля Карловича Розенова**, написанная в 1904 году. Основой статьи послужил доклад Розенова «О применении закона золотого деления к музыке», сделанный им на заседании Московского научно-музыкального кружка 15 октября 1903 года и опубликованной в «Русской музыкальной газете» (1904, № 25–28), а также в «Известиях С.-Петербургского общества музыкальных собраний (СПб, 1904, июнь-август, с. 1–19).

Отличительной чертой статьи Розенова является то, что здесь золотое сечение в явном виде используется для анализа не только музыкального, но и словесного текста. До Розенова эта эстетическая характеристика использовалась только при анализе музыки. Причем Розенов исследует оба типа звучащего текста с единых позиций и в единых терминах. К такому методу анализа Розенова, по его же словам, побудили обратиться «*бедность, шаткость, и разрозненность музыкальной эстетики*» и желание разгадать «*таинственные творческие законы природы, руководящие музыкальным формовоплощением художественно-эмоциональных идей через посредство человеческого гения*» (Розенов, 1982, с. 119). Это очень важная мысль, ибо для Розенова закон природы, воплощенный в выдающихся произведениях искусства, превращается в эстетический закон.

В центре внимания Розенова – динамическая развертка текста и разыскание в нем точки-кульминации, которая может «*1) служить моментом раздела между главными частями произведения и установить этим пропорциональные размеры частей по отношению к целому; она может 2) подчеркнуть кульминационный пункт возрастающего по напряжению ожидания и может 3) отметить главную, основную мысль произведения, поместив ее на столь заметное для непосредственного чувственного восприятия место*» (Розенов, там же, с. 125).

Далее Розенов на материале текстов М.Ю.Лермонтова («Бородино», Умирающий гладиатор», «Демон», «Три пальмы», «Кубок» Ф. Шиллера, «То было раннею весной» А. К. Толстого) демонстрирует эффективность своей методики. Тот же вывод делается для ряда произведений Баха, Бетховена, Моцарта, Вагнера и Глинки, народных песен.

В заключение Розенов отмечает, что закон золотого сечения проявляется далеко не во всех случаях. Наиболее четко он «проявляется у гениальных авторов, а у последних – преимущественно в эпоху их полной зрелости и главным образом, в лучших, наиболее одухотворенных творениях их» (Розенов, 1982, с. 156).

Несколько позднее **Леонид Леонидович Сабанеев** (1881–1968) предпринял детальное исследование проявления золотого сечения. Им было исследовано более 2 тыс. произведений русских и зарубежных композиторов.

Сабанеев исходил из посылки (Сабанеев, 1925), что музыкальное произведение во времени делится на части некоторыми вехами, которые облегчают восприятие сложного целого. Такими вехами, по Сабанееву, являются: изменение структуры мелодии, интонационные кульминационные пункты, изменение тональности и др. При этом в большинстве случаев такие изменения, переломы, переключения делят текст по закону золотого сечения.

Интересно, что в динамике музыкальных произведений Сабанеев обнаруживает не только классическое, а целую серию золотых сечений. Каждое сечение отражает свое музыкальное событие в развитии музыкальной темы. **В изученных им 1770 сочинений 42 композиторов он зафиксировал 3275 золотых сечений. Причем в подавляющем числе произведений золотое сечение проявляется**.

Наиболее всесторонне Сабанеевым были изучены все этюды **Шопена**. Все они, кроме трех, содержат золотое сечение (всего было выявлено 154 таких сечений). Сабанеев обратил внимание также и на то, что в ряде случаев зеркальная симметрия сочетается с золотой. В таких случаях произведение распадается на несколько равных частей, в каждой из которых можно выделить золотое сечение.

Характерно, что Сабанеев, как и Розенов, указывает на то, что золотое сечение чаще всего обнаруживается в высокохудожественных произведениях, написанных выдающимися композиторами. Причем весьма примечателен тот факт, что *в произведениях композиторов XX века золотая пропорция встречается значительно реже, чем у их предшественников*. Это было следствием отхода от классических традиций, массовым распространением модернизма и авангардизма.

Исследования Розенова и Сабанеева позднее были продолжены **Львом (Лео) Абрамовичем Майзелем** (1907–2000). В своей книге (Майзель, 1960) он отмечает наличие в произведении некоторого «кульминационного взлета», высшей точки, причем такое построение характерно не только для произведения в целом, но и для его частей. Майзель подчеркивает, что кульминация редко располагается в центре произведения, она обычно асимметрично смещена.

Например, **в восьмитактных мелодиях Бетховена, Шопена, Скрябина высшая точка располагается на сильной доле шестого такта или на последней мелкой доле пятого такта, т. е. в точке золотого сечения.** По мнению Майзеля, доля таких восьмичленных мелодий, в которых подъем занимает пять тактов, а последующий спуск – три, необычайно велика. Если автор пишет гармонично, то наверняка это проявляется в установленной числовой закономерности. Рисунок мелодии имеет такой «профиль»: от длительного периода нарастания через кульминацию к более короткому спаду.

Наряду с работами в области текстовой гармонии продолжались усилия по популяризации золотого сечения, его замечательных свойств и вариантов его приложения, преимущественно в архитектуре, на основе теории пропорций. Здесь выдающуюся роль сыграли два исследователя **Матила Гика** (Гика, 1935) и **Герман Давидович Гримм** (Гримм, 1936).

Заметным явлением в математико-гармонических штудиях этого времени является книга немецкого математика **Генриха Тимердинга** «Золотое сечение», написанная в 1919 г. (Тимердинг, 2005). Математическая часть книги представляет собой элементарное изложение теории золотого сечения посредством геометрических структур. Что касается прикладной части (наиболее интересной), то она содержит критическое изложение эстетических идей Цейзинга и Фехнера. Тимердинг рассматривает сильные и слабые стороны их концепций. Много места Тимердинг отводит вопросам искажения визуального восприятия произведений изобразительного искусства и влияния этого искажения на математико-гармонические характеристики.

Кроме того, Тимердинг высказал ряд принципиальных соображений. На некоторых из них мы считаем необходимым остановиться.

1. Тимердинг говорит о двух подходах к изучению золотого сечения в искусстве. Первый подход он называет реалистическим. Согласно такому подходу каждое явление должно быть рассмотрено без пристрастия и предвзятости, обусловленной предварительным установлением нормы.

«*Поэтому, – пишет Тимердинг, – для художника необходимо только наблюдение и овладение техникой его искусства, а всякое знание является для него опасным, так как оно нарушает правильность и непосредственность его восприятия*» (Тимердинг, 2005, с.60).

Второй подход Тимердинг считает идеалистическим. Художник стремится передать тип, некоторый идеал, который формируется в сознании художника. Никакой реальный объект его не достигает, он может лишь приблизиться к нему. Но этот тип может быть сформирован не умозрительно, а экспериментальным путем через статистическое обобщение. Для этого нужно измерить множество объектов данного рода и вычислить среднюю величину. Это соответствует методу **А. Кетле**, о котором мы говорили в предыдущем очерке.

2. Тимердинг весьма скептически относится к тем исследователям, которые смотрят на золотое сечение, как на господствующее отношение и на норму в природе и искусстве. Большие надежды он возлагает на биометрию, осуществляющую систематическое измерение живых существ на массовом материале. Именно результаты биометрических исследований должны дать ответ на вопрос о роли золотого и прочих отношений в природе и искусстве.

Таким образом, Тимердинг предостерег от чрезмерного оптимизма относительно всеобщности золотого сечения и призвал к проведению статистических исследований на массовом материале.

3. Тимердинг активно предостерегал и от мистического толкования золотого сечения, «*которое не требуется для понимания действительных законов искусства и психологических условий художественных впечатлений, а лишь препятствует правильному пониманию этих условий и направляет на ложный след, вследствие необоснованного введения метафизического элемента*» (Тимердинг, 2005, с. 86). Обратим внимание на то, что эта фраза – напутствие в книге Тимердинга является заключительной. Это предостережение не теряет актуальности и в XXI веке.

Во время второй мировой войны крупнейший французский архитектор XX в. **Ле Корбюзье** (1887–1965) начинает разрабатывать свой знаменитый «Модулор», описанный им в одноименной книге с подзаголовком «Опыт соразмерной масштабу человека гармоничной системы мер, применяемой как в архитектуре, так и в механике» (Ле Корбюзье, 1976).

Корбюзье продолжил традиции Витрувия и архитекторов эпохи Возрождения, у которых в центре творчества была идея проекта, совместив идеи старых мастеров с искусством авангарда. В основу своего модулора Корбюзье положил пропорции человеческого тела, связанные с золотым сечением. Вообще в творчестве Корбюзье очень сильным было конструкторское начало. Например, в 1914 году совместно с инженером **М. Дюбуа** он запатентовал свой проект Домино, в котором предугаданы возможности строительства из крупноразмерных строительных элементов, что было ярким новаторским шагом. *Это был первый случай в истории патентования, когда интеллектуальная собственность была защищена человеком, причастным к сознательному, рабочему математико-гармоническому конструированию*. Значительно позднее, патентование, но в более широких масштабах применительно к информационным технологиям было осуществлено **А.П. Стаховым** и его коллегами. Но на этом мы остановимся ниже.

Современником Ле Корбюзье был выдающийся русский и советский архитектор **Иван Владиславович Жолтовский** (1867-1959). В 20-е гг. он изучал архитектуру в Италии, где на него сильное впечатление произвели работы Андреа Палладио. Четыре книги великого итальянца Жолтовский перевел на русский язык. Увлекшись Палладио, Жолтовский занялся также изучением пропорций в архитектуре и искусстве. На основании золотой пропорции он конструирует производную функцию, которая вошла в историю архитектуры как функция Жолтовского.

Последняя является удвоенным третьим членом нисходящего ряда золотого сечения **от единицы до 0,236: 1,000 – 0,618 – 0,382, 0,236**. Удвоенный отрезок последнего члена равен 0,472. Эта величина может быть проинтерпретирована также как средняя геометрическая золотого сечения и его дополнения до единицы: **0,472 = 2´ 0,618´ 0,382**. Это малый отрезок функции Жолтовского. Больший отрезок равен **1 – 0,472 = 0,528**. Последующие члены равны, соответственно, **0,528 : 0,472 = 1,118; 1:1,118 = 0,896**. Исходя из этого соотношения, получаем так называемый **«живой квадрат» Жолтовского**, у которого высота составляет **0,896** его ширины.

Определенный вклад развитие золотосеченских идей внес великий кинорежиссер **Сергей Михайлович Эйзенштейн** (1896–1948), который начал заниматься математикой еще в юности. Он понимал необходимость введения точных методов анализа, чем объясняется, в частности, его увлечение русским авангардом, достижениями русских формалистов, а также золотым сечением.

Специфической особенностью работ Эйзенштейна было то, что и золотое сечение и логарифмическая спираль – линия типа латинского S, им изучались как структурные схемы, соотносящиеся с общими законами природы. Логарифмическую спираль в версии Хогарта. Эйзенштейн обсуждает в контексте соединения двух противоположных начал – *инь и янь*, характерных для китайской модели мира. Такая спираль рассматривается Эйзенштейном как модель развития.

Можно отметить также интерес Эйзенштейна к динамической организации временных искусств: музыки, словесных произведений, кинофильмов. Например, он, анализируя произведения Пушкина, отмечает характерные точки поэтического текста, в которых проявляется закон золотого сечения (Иванов, 1976, с.193).

Характерные переломы композиции в точках золотого сечения он использовал и при «конструировании» фильма «броненосец Потемкин». Он разбил ленту на пять частей. В первых трёх действие разворачивается на броненосце. В двух последних — в Одессе, где поднимается восстание. Этот переход в город происходит точно в точке золотого сечения. В каждой части также есть свой перелом, соответствующий золотому сечению.

Таким образом, Эйзенштейн, как Ле Корбюзье и Жолтовский сознательно использовал в своих шедеврах идею золотого сечения, рассматривая связанные с ним структуры как элемент творческого метода.

В первой половине XX века появились первые признаки прорастания математико-гармонических идей в техносферу. Это произошло в электросвязи благодаря усилиям профессора **Михаила Александровича Бонч-Бруевича** (1888–1940) – советского радиотехника, основателя отечественной радиотехнической промышленности. В его учебнике «Элементы радиотехники» (Бонч-Бруевич, 1938) был приведен пример расчета однородной лестничной цепи, в которой токи были пропорциональны отношениям чисел в последовательности Фибоначчи. С этой работы начались исследования электрических цепей в Электротехническом институте инженеров связи в Ленинграде, которому позднее было присвоено имя Бонч-Бруевича. Ныне это Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций.

Несколько позднее в исследования по данной проблеме включился профессор **Владимир Николаевич Листов** (1900–1978), основоположник и первый заведующий кафедрой «Электрическая связь» Ленинградского института железнодорожного транспорта – коллега М.А. Бонч-Бруевича по Нижегородской лаборатории. Увлеченность Листова золотым сечением имела два источника. Во-первых, это идеи Бонч-Бруевича в области электрических цепей (Листов, 1936). Во-вторых, его страстная увлеченность архитектурой, где он находил различные варианты проявления золотого сечения. Архитектурные исследования Листова отличались высоким профессионализмом. Это нашло отражение в книге, посвященной выдающемуся русскому архитектору итальянского происхождения **Ипполиту Антоновичу Монигетти** (Листов, 1976).

В лице Владимира Николаевича мы находим счастливое и редкое в новейшее время сочетание искусствоведа, инженера и ученого.

3. Вторая половина XX века: 1950–1985 годы

Во второй половине XX в. математико-гармоническое движение стало постепенно набирать силу и к концу 60-х становится массовым. В значительной мере «виновата» в этом атмосфера творческих исканий, характерная для динамичных и революционных 60-х. Но прежде чем на авансцену вышли шестидесятники, было еще преддверие 60-х, где также наблюдалось заметное оживление.

Для этого периода характерны две согласованных тенденции: математизация гуманитарного знания, его дегуманизация и обратная тенденция – гуманизация математического знания. Ситуация изменилась весьма радикально. Возникли математическая лингвистика, математическая психология, математическое искусствоведение и другие математико-гуманитарные гибриды. К метрическим дисциплинам, возникшим в XIX веке (биометрии, антропометрии, стилеметрии, эконометрии), присоединились новые: наукометрия, информметрия, библиометрия, психометрика, социометрия и др. В гуманитарных науках, например, в лингвистике, стал распространяться метод эксперимента, свойственный естественным наукам.

Благодаря неуклонно возрастающей роли вычислительных машин возникли новые прикладные задачи: машинный перевод, распознавание и синтез речи, компьютерные методы идентификации личности, информационный поиск и др. В этот период в математико-гармонических изысканиях постепенно вызревали новые тенденции.

Прежде всего, началась массовая пропаганда математико-гармонических идей, прежде всего среди одаренной молодежи, а затем и среди специалистов разных отраслей науки и искусства, включая математиков через благородную хоббистскую деятельность в рамках «фибоначчизма». Мало-помалу стала складываться система отраслевых ветвей математики гармонии с разной степенью концептуальной и методической зрелости.

4. Математические исследования

В 50-е гг. был заложен фундамент дальнейшего бурного развитияматематического учения о гармонии. В этом десятилетии были опубликованы три выдающиеся книги: «Возвратные последовательности» **А.Я. Маркушевича** (1951 г.) (Маркушевич, 1951) и «Симметрия» **Германа Вейля** (1952 г.) (Вейль, 2007) и «Числа Фибоначчи» **Н.Н. Воробьева** (1950), а также эпохальная статья американского школьника 12-летнего **Джона Бергмана** «Система счисления на иррациональном основании» (Bergman, 1957). Заслуживает особого упоминания также большая статья венгерского математика **Альфреда Реньи** «Вариации на тему Фибоначчи» (Реньи, 1959).

Большинство математических работ середины века имеют откровенно научно-популярный характер, но на основе весьма сложной элементарной математики.

Начнем наш обзор с замечательной книги советского математика **Александра Ивановича Маркушевича** (1908–1979) (Маркушевич, 1950) – выдающегося популяризатора математики и вообще достижений науки. По его инициативе был начат выпуск серии книг «Библиотека учителя» и «Популярные лекции по математике». Последняя серия была открыта его книгой «Возвратные последовательности». Книга представляет собой расширенное содержание лекции, читанной автором для школьников IX и X классов – участников Московской математической олимпиады, а затем – в несколько преобразованном виде и в Московском институте усовершенствования учителей. Кроме того, Маркушевич был одним из авторов и редактором

12-томной «Детской энциклопедии» (1971–1978), а также одним из инициаторов и авторов «Энциклопедии элементарной математики» (1951–1952, 1963–1966). Интересно также, что Маркушевич является автором статьи «Начала» Евклида в Большой советской энциклопедии.

Сказанное позволяет сделать заключение, что Маркушевич был прежде всего популяризатором науки и его книга «Возвратные последовательности» занимает в его творчестве заметное место.

Маркушевич доносит до читателя основательно подзабытую теорию возвратных последовательностей, основы которой были заложены в начале XVIII века французским алгебраистом **де Муавром**. После Муавра развернутую теорию возвратных последовательностей дал **Леонард Эйлер**, посвятивший возвратным последовательностям тринадцатую главу своего «Введения в анализ бесконечно малых» (1748). В XX веке изложение теории возвратных последовательностей содержится в лекциях, читанных знаменитыми русскими математиками **П.Л. Чебышевым** (Чебышев, 1936, с. 139–147) и **А.А. Марковым** (Марков, 1910) в рамках теории конечных разностей.

Прежде всего, Маркушевич знакомит читателя с понятием характеристического уравнения. Он пишет, что возвратному уравнению (рекуррентной формуле) порядка k соответствует алгебраическое уравнение степени k с теми же коэффициентами – его характеристическое уравнение.

Каждый из корней характеристического уравнения представляет собой знаменатель геометрической прогрессии, удовлетворяющей данному возвратному уравнению. В случае, когда все корни характеристического уравнения различны между собой, получаются k различных геометрических прогрессий, образующих базис возвратного уравнения. Следовательно, в этом случае члены любой последовательности, удовлетворяющей возвратному уравнению, можно получить путем почленного сложения некоторых геометрических прогрессий (числом k) (Маркушевич, 1951, с. 25).

А теперь приведем интерпретацию Маркушевичем последовательности Фибоначчи. Возвратное уравнение (рекуррентная формула) для этой последовательности имеет вид:

$$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n,$$

откуда получаем характеристическое уравнение:

$$q^2 = q + 1.$$

Решая это уравнение, получим два действительных корня:

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} \qquad \beta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}.$$

Поэтому общий член последовательности Фибоначчи можно записать так:

$$u_n = A\alpha^{n-1} + B\beta^{n-1}.$$

Чтобы найти неизвестные коэффициенты A и B, положим $n = 1$ и $n = 2$; получим:

$$u_1 = 1 = A + B$$

$$u_2 = 1 = A\alpha + B\beta = \frac{1}{2}(A+B) + \frac{\sqrt{5}}{2}(A-B)$$

Решая эту систему уравнений, найдем:

$$A = \frac{\sqrt{5}+1}{2\sqrt{5}}, \; B = \frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{5}},$$

и, следовательно,

$$u_n = \frac{\sqrt{5}+1}{2\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1} + \frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n-1},$$

или

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right].$$

Это и есть общее выражение для чисел Фибоначчи, полученное в XVIII веке де Муавром, а позднее Бине.

Маркушевич рассматривает некоторые важные свойства последовательностей Фибоначчи. Часть из них стали позднее хрестоматийными. Отметим лишь интригующую связь между числами Фибоначчи и алгоритмом Евклида (там же, с. 29–30), которая в более поздних исследованиях не фигурирует.

Значительным шагом в развитии математико-гармонического направления была также книга **Николая Николаевича Воробьева** (1925-1995) «Числа Фибоначчи» (Воробьев, 1950) – советского математика, специалиста в области алгебры, математической логики и теории вероятностей, основателя советской школы теории игр. Книга Воробьева приобрела огромную популярность и выдержала множество изданий огромными тиражами.

Костяк книги образуют круг тем, обсуждавшихся на нескольких занятиях математического кружка школьников при Ленинградском университете в 1949/50 учебном году. В «Предисловии» к книге Воробьев отмечает, что числа Фибоначчи – это собрание трудных, но увлекательных задач, рассыпанных по разным изданиям научно-популярного характера. При этом каждая задача имеет вид маленькой теории, со своей историей, проблематикой и методами, связанными с большой математикой.

В книге рассматриваются основные свойства чисел Фибоначчи, а также теоретико-числовые свойства, связь чисел Фибоначчи с непрерывными дробями и геометрией. В заключительном разделе рассматривается важная оптимизационная задача – теория поиска, основанная на числах Фибоначчи.

Наиболее интересной представляется часть книги, посвященная теоретико-числовым свойствам чисел Фибоначчи. Речь идет об их делимости. Например, Воробьев доказывает такую теорему: «если n делится на m, то и n_u делится на m_u » или такую: «каково бы ни было целое число, среди первых $m^2 - 1$ чисел Фибоначчи найдется хотя бы одно, делящееся на m».

Далее, Воробьев приводит несколько «признаков делимости» чисел Фибоначчи.

Число Фибоначчи четно тогда и только тогда, когда его номер делится на 3.

Число Фибоначчи делится на 3 тогда и только тогда, когда его номер делится на 4.

Число Фибоначчи делится на 4 тогда и только тогда, когда его номер делится на 6.

Число Фибоначчи делится на 5 тогда и только тогда, когда его номер делится на 5.

Число Фибоначчи делится на 7 тогда и только тогда, когда его номер делится на 8.

Этот раздел книги, хотя в нем используется техника, не выходящая за пределы элементарной математики, достаточно не элементарен даже для математика – профессионала.

Числа Фибоначчи, как отмечает Воробьев в последнем издании своей книги (1978 г.), ярко проявили себя в нескольких математических вопросах, среди которых в первую очередь он упоминает решение аспирантом Ленинградского университета **Ю.В. Матиясевичем** десятой проблемы Гильберта.

В этом же издании Воробьев рассматривает игру «цзяньшицзы», теоретико-игровой анализ которой опирается на детальное рассмотрение фибоначчиевых представлений натуральных чисел. Кроме того, Воробьев рассматривает приобретшую широкую известность теорию поиска унимодальной функции, построенную впервые, как отмечает Воробьев, известным американским математиком **Р. Беллманом**.

Что касается десятой проблемы Гильберта, то этой теме по свежим следам была посвящена статья Ф.Л. Варпаховского и **А.Н. Колмогорова** (Варпаховский, Колмогоров, 1970). Авторы отмечают, что суть проблемы заключается в возможности построения алгоритма, который позволил бы для любого алгебраического уравнения с любым числом неизвестных и целочисленными коэффициентами выяснить, имеет ли это уравнение по крайней мере одно целочисленное решение. Вывод Матиясевича оказался неожиданным: требуемого алгоритма не существует. Доказать это помогли числа Фибоначчи.

Примерно в том же ключе, что и книга Маркушевича и Воробьева, написана большая статья выдающегося венгерского математика **Альфреда Реньи** (1921 –1970). Эта статья построена (1960 г.) в увлекательной манере. Она представляет собой, как выразился сам автор, последовательность взаимосвязанных математических (алгебраических, геометрических, комбинаторных) задач на тему «последовательности Фибоначчи».

Работа Реньи, как и все его творчество, в высшей степени оригинальна и по форме, и по содержанию. Реньи берет основное определение последовательности Фибоначчи, т. е. основную тему, а затем начинает наматывать вариации на эту тему с точки зрения комбинаторики и алгебраических, числовых и геометрических свойств этих последовательностей.

Помимо классической схемы Фибоначчи (идеализированной задачи о размножении кроликов) Реньи приводит задачу о росте деревьев, задачу о раскраске домов разной этажности, задачу о вариантах составления телевизионных программ, задачу о рассаживании персон за круглым столом. Через такие наглядные задачи Реньи приходит от чисел Фибоначчи к числам Люка.

Помимо классической последовательности Фибоначчи Реньи приводит варианты, зависящие от других начальных условий. Такие последовательности он называет последовательностями типа Фибоначчи, а также формулирует правило вычисления всех членов этой последовательности по известным значениям двух любых чисел.

Реньи дает также интересную геометрическую интерпретацию отношения последующего члена к предыдущему при стремлении последовательности к бесконечности.

Не прошел Реньи и мимо замечательных свойств треугольника Паскаля.

Наряду с известными манипуляциями с треугольником (смещение, наклонные линии) Реньи использует ход шахматного коня.

Интересны также соображения Реньи о делимости чисел Фибоначчи. В частности, Реньи установил, что остатки от деления чисел Фибоначчи на любое целое число образуют периодическую последовательность. Такие последовательности играют большую роль при генерировании так называемых «псевдослучайных чисел».

В конце статьи Реньи высказывает интересные соображения относительно рекурсий и рекуррентности, а также приводит любопытную нелинейную последовательность, каждый член которой (начиная с третьего) равен произведению двух предыдущих. Нетрудно проверить, что n-й последовательности

$$2, 4, 8, 32, 256, 8192, \dots$$

равен 2^{F_n}, где F_n – *n*-е число Фибоначчи.

Завершая краткий обзор вариаций Реньи, нам трудно удержаться, чтобы не привести его похвальное слово в адрес чисел Фибоначчи: «*Начав «вариации» с чисел Фибоначчи, мы затронули множество интересных вопросов, относящихся к алгебре, теории чисел, комбинаторике, геометрии, теории разностных и дифференциальных уравнений, теории поиска, рекурсивных алгоритмов и метода Монте-Карло. Разумеется, избранная нами тема отнюдь не исчерпана, но и приведенных выше «вариаций» достаточно для того, чтобы понять простую истину: подобно тому как незатейливая мелодия таит в себе несравненно больше, чем кажется при первом прослушивании, простая математическая задача (например, задача Леонардо Фибоначчи о размножении кроликов) при всестороннем рассмотрении позволяет заглянуть в широкий круг актуальных проблем современной математики*».

В 1952 г. была опубликована великая книга **Германа Вейля** «Симметрия». В ней в концентрированной форме представлены результаты его творчества. Сам Вейль назвал эту книгу своей лебединой песнью.

Если попытаться отнести книгу Вейля к какому-нибудь жанру письменной речи, то ее, несомненно, нужно отнести к жанру научной литературы и притом в двух ипостасях: в собственно научном и научно-популярном. Но в равной степени ее можно отнести к жанру публицистики. В книге изящно, ненавязчиво и предельно деликатной форме излагаются серьезнейшие проблемы современной математики.

Примечательно и то, что Вейль обсуждает не только математические, но философские проблемы симметрии. Причем теоретические и прикладные аспекты находятся в гармоническом равновесии. Более того, Вейль акцентирует внимание на том, что «*математика играет весьма существенную роль в формировании нашего духовного облика. Занятие математикой – подобно мифотворчеству, литературе или музыке – это одна из наиболее присущих человеку областей творческой деятельности, в которой проявляется его человеческая сущность, стремление к интеллектуальной сфере жизни, являющейся одним из проявлений мировой гармонии*» (Klein, 1930)

Вейль определяет симметрию так: « *…симметрия обозначает тот вид согласованности отдельных частей, которая объединяет их в единое целое*», *т.е. он придерживается вполне традиционной точки зрения. Например, Витрувий дает такое определение симметрии: «Симметрия возникает из пропорции… Пропорция есть соразмерность составных частей целым*».

Вейль также отмечает, что красота тесно связана с симметрией (Вейль, там же). Далее, Вейль отмечает, что симметрия тесно связана также и с гармонией. В целом создается впечатление, что понятия симметрии, соразмерности, согласованности, гармонии, красоты и др. относятся к одному семантическому пространству, при этом симметрия, как говорит Вейль, «*является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту и совершенство*» (Вейль, там же, с. 37). Вейль не дает окончательного решения, он не высказывает твердого мнения относительно того, где здесь курица, а где яйца, но дает пищу для размышлений, которые выходят за рамки данного очерка.

Важной познавательной установкой Вейля является то, что симметрия (и вся группа понятий, с ней связанная) соотносится не только с природой, но и с продуктами созидательной творческой деятельности человека. Его философское кредо можно квалифицировать как космизм, покоящийся на законах математики. Такой подход прекрасно согласуется с духом и буквой пифагореизма.

Основываясь на наглядных представлениях, относящихся к природе (кристаллы, закономерности филлотаксиса, строение внутренних органов человека) и искусству (орнаменты, архитектура, символика), Вейль рассматривает многочисленные разновидности симметрии и их порождение и постепенно подводит читателя к абстрактным идеям, в частности к идее группы и поля в математике и теории относительности.

В заключение приведем оценку, данную **Б. В. Бирюковым** в «Послесловии» к «Симметрии» Вейля: «*По цельности и гармонии своих частей, по богатству и действенности заключенных в ней научных и методологических целей, по яркости и выразительности изложения она принадлежит к классическим произведениям мировой научной литературы*» (Бирюков, 2007).

5. Прикладные исследования

Во второй половине XX века велись интенсивные исследования в области психологической ветви математико-гармонических изысканий. Интересные идеи в этой области высказывает **Яков Давыдович Гликин** (1900-1987) – выдающийся советский архитектор и градостроитель, за плечами которого огромные достижения в архитектуре и ее теории.

Но в данном случае нас будут интересовать не эти достижения, а то, что он со всей возможной остротой поставил вопрос о психологических аспектах гармонического пропорционирования и, прежде всего, о закономерностях зрительного восприятия объектов художественного творчества (Гликин, 1979, с. 26 и далее).

Основные проблемы по Гликину здесь такие: 1. Психофизиологические закономерности зрительного восприятия, непосредственно связанные с пропорциональностью; 2. Глазомерная оценка пропорциональных членений и их относительная точность; 3. Оптимальные условия зрительного восприятия пропорциональности и гармонии архитектурных сооружений и ансамблей в натуре. Гликин основывается на пороговых ощущениях, которые рассматривал **Эрнст Вебер** (Weber, 1854). Немецкий психолог, исследуя пороговые ощущения при оценке веса, освещенности, длины линий и давления на кожу, пришел к заключению, что наши ощущения относительны и являются лишь мерой изменения вызывающих их раздражителей. Гликин отмечает, что в яркий солнечный день мы не ощущаем света 100-ватной лампы, поскольку по отношению к солнечному свету прирост освещенности слишком мал, тогда как в темноте нас слепит и зажженная спичка.

Г. Фехнер (Fechner, 1860) исходя из допущения, что едва уловимые изменения в ощущениях и в вызывающих их раздражениях можно рассматривать как бесконечно малые величины, установил математическую зависимость между величиной раздражения R и соответствующей интенсивностью ощущения E в виде дифференциального уравнения $dR/R = mdE$, где m – некоторый постоянный коэффициент. Проинтегрировав это дифференциальное уравнение, он получил формулу $LogR - LogR_0 = m(E - E_0)$. Далее, заменив натуральные логарифмы на десятичные и приняв $R_0 = 0$ и $E_0 = 0$, Фехнер получил формулу

$$E = p \ln R + C,$$

в которой p и C – постоянные величины, зависящие от природы раздражения и индивидуальных особенностей восприятия.

Эта формула и есть психофизический закон Вебера-Фехнера. Из него следует, что интенсивность наших ощущений растет пропорционально логарифмам вызывающих их раздражений. Иначе говоря, при возрастании раздражения в геометрической прогрессии ощущение изменяется в арифметической прогрессии.

По мнению Гликина, закон Вебера-Фехнера имеет особое значение потому, что он дает возможность раскрыть психофизическую сущность пропорциональности. Мотивирует он это тем, что если прологарифмировать пропорциональную последовательность золотых чисел 1,000 – 1, 618 – 2, 618 – 4, 236 и т.д., то полученные числа образуют арифметическую прогрессию.

Это означает, что зрительные ощущения возрастают на определенную постоянную величину при возрастании раздражения в геометрической прогрессии. Гликин утверждает, что архитектурные ряды подобно звуковым рядам нотной записи образуют закономерную и взаимосвязанную систему пропорций в соответствии требованиям архитектурной композиции.

В своей книге Гликин подверг серьезному критическому анализу опыт отечественных архитекторов в их стремлении приспособить золотое сечение к различным версиям пропорционирования.

Говоря о Парфеноне как некотором идеале, совершенстве, образце, всегда волновавшем воображение архитекторов, Гликин говорит о том, что исследователи искали тайну его гармонии разными методами, разными вариантами пропорционирования: Цейзинг и Жолтовский – с помощью золотого сечения, Покровский – на основе особенностей оптических законов зрения, Хэмбидж – методом разложения площадей, Мессель – делением окружности, Хазанов – с позиций модульных размеров. И каждый из перечисленных и многих не перечисленных ученых находит в Парфеноне гармонию, основанную на своей концепции и методе пропорционирования.

Такая ситуация настораживает и даже может вызвать неуверенность (Гликин, 1979, с. 45). Слишком много красивых, стройных сосен, в которых можно и заблудиться. Может быть, в Парфеноне слишком много гармонических красок, вариаций и оттенков. И каждый исследователь при хорошем воображении находит то, что его волнует. Не случайно, такая капризная гармония дала основание **Ле Корбюзье** бросить неожиданную реплику, что Парфенон – это не архитектура, а скульптура (Гликин, там же, с. 46).

6. Теоретико-информационная интерпретация психофизики Фехнера

Еще одна психофизическая идея Г. Фехнера, касающаяся закономерностей восприятия фигур прямоугольной формы, математиком **В.М. Петровым** и архитектором **Н.Е. Прянишниковым** (Петров, Прянишников, 1979) была проинтерпретирована с теоретико-информационных позиций.

Опишем их подход с той степенью детализации, к какой прибегают авторы, так как иначе суть их позиции может ускользнуть из внимания. Авторы выдвигают гипотезу, что при распознавании формы (в данном случае прямоугольника со сторонами *a* и *b*) используется тот же компаративный механизм, который действует и других сферах психики.

Сравнивая меньшую сторону с большей, мы фактически сравниваем прямоугольник с квадратом, в который он превратился бы, если бы большая сторона сжалась до размеров меньшей. А так как глаз обследует не отрезки, а фигуру, то именно такое сравнение (прямоугольника с квадратом) и должно иметь место для опознания формы.

Прямоугольник разрезается авторами на две части, одна из которых представляет собой квадрат, а оставшаяся – малый («*лишний*») прямоугольник, дополняющий квадрат до большого прямоугольника. Наблюдатель придает «*особое значение*» сигналам именно с этого малого прямоугольника, потому что эти сигналы являются источником «*разбаланса*» (отклонения от зеркальной симметрии) и служат для опознания формы объекта.

Далее авторы переходят к теоретико-информационной интерпретации. Известно, что количество информации равно

$$H = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i \, .$$

В предлагаемой модели сигнал может принимать два значения: точка фиксации расположена либо на «*разбалансированной*» части объекта (малый прямоугольник), либо на его «*сбалансированной*» (квадратной) части.

Поскольку эти события являются альтернативными (т. е. сумма их вероятностей равна единице), то ситуация описывается вышеприведенной формулой. Авторы показывают, что эта функция имеет лишь один экстремум-максимум при «*оптимальной*» вероятности

$$p_{iопт} = \frac{1}{e} \approx 0{,}37\,,$$

при этом

$$1 - \frac{1}{e} \approx 0{,}63\,.$$

Эти два числа совсем не намного отличаются от золотого сечения. Отсюда авторы делают вывод, что максимальная эстетическая предпочтительность прямоугольных объектов, построенных по правилу золотого сечения, объясняется максимальностью количества информации такой формы по сравнению с другими прямоугольниками. Такое объяснение представляется авторам гораздо более правдоподобным, чем традиционное, восходящее к Фехнеру, объяснение, основанное на «*гармоничности*» средней пропорциональности, что не соответствует никакому реальному механизму функционированию психики.

От себя добавим, что здесь авторы чуть-чуть погорячились, так как интерпретация золотого сечения Евклидом также осуществляется с помощью площадей прямоугольников и квадратов: площадь большого квадрата приравнивается сумме малого квадрата и малого прямоугольника. В результате такого приравнивания возникает квадратное уравнение (именно поэтому оно и называется квадратным), корнем которого является золотое сечение. При этом сама процедура приравнивания может рассматриваться

как оптимизационная. Что касается эстетической интерпретации золотого сечения, то этот вопрос ввиду его исключительной сложности заслуживает внимательного и всестороннего осуждения. Но сам по себе предлагаемый авторами теоретико-информационный подход является перспективным.

7. Техносфера и информационные технологии

В рассматриваемый период был сделан еще один важный шаг: началась экспансия этих структур в техносферу. Применение математико-гармонических структур в инженерном деле, как мы говорили в предыдущих очерках (Мартыненко, 2010а) исторически связано с искусством проекта, которое сложилось в эпоху Возрождения и сознательно использовалось в архитектуре и строительстве. Но не только там.

7.1. Техническая эстетика

В XX в. архитектурные идеи проектирования были распространены и на собственно техносферу – на проектирование внешнего облика машин, механизмов, изделий и соотношение габаритов составляющих их частей. Речь идет, прежде всего, о технической эстетике и бионике. Известно, что еще в конце 30-х гг. **Л. Эрлих** разработал конструкцию пропорционального сверлильного станка в соответствии с законами золотого сечения (Васютинский, 1990), а в начале 50-х гг. инженер **Э. Шехвиц** также предложил при конструировании многошпиндельного полуавтомата использовать те же закономерности (там же). Это примеры сознательного использования принципа пропорционирования.

Однако многие конструкторы, как и в архитектуре или в строительстве, проектируя машины, действуют согласно закону золотой пропорции интуитивно.

7.2. Электросвязь

В начале второй половины XX были также продолжены исследования, связанные с применением золотого сечения и чисел Фибоначчи в области электрических цепей.

Свои исследования в области в изучении оптимальных условий передачи энергии через лестничные фильтры с использованием золотого сечения продолжил **В.Н. Листов** (Листов, 1943, 1964). В 1968 г. вышла любопытная брошюра известного математика и популяризатора науки **И.М. Яглома** «Как разрезать квадрат?», в которой была приведена разветвленная электрическая цепь, демонстрирующая схему разрезания квадрата (Яглом, 1968). **В этой схеме сила тока и напряжение в разветвлениях распределяются в соответствии с числами Фибоначчи**.

Значительный вклад в теорию электрических цепей внес продолжатель дела **М.А. Бонч-Бруевича** и В.Н. Листова белорусский ученый и инженер **Николай Федорович Семенюта** (р. в 1929 г.). В работах автора рассмотрен более общий случай в сравнение с работами его предшественников (Семенюта, 1971, 1972, 1974), благодаря введению понятия лестничных чисел и лестничных последовательностей. При этом автор показал, что числа Фибоначчи являются частным случаем лестничных чисел. Семенюта получил формулы для вычисления четных и нечетных членов лестничных последовательностей с помощью гиперболических функций.

7.3. Системы счисления и компьютеры Фибоначчи

В 50-е гг. в истории золотого сечения произошло знаменательное событие. В 1957 г. американский вундеркинд **Джордж Бергман** построил систему счисления, названную им «*системой счисления с иррациональным основанием типа золотой пропорции*» (Bergman, 1957). Бергман опубликовал свою систему в возрасте 12 лет. Сейчас Бергман – профессор одного из университетов в США. В системе Бергмана любое натуральное число представимо в виде суммы степеней числа φ:

$$1 = \varphi^{-1} + \varphi^{-2},$$
$$2 = \varphi + \varphi^{-2},$$
$$3 = \varphi^{2} + \varphi^{-2},$$
$$4 = \varphi^{2} + \varphi^{0} + \varphi^{-2}$$
$$5 = \varphi^{3} + \varphi^{-1} + \varphi^{-4} \text{ и т. д.}$$

Если использовать последовательность чисел φ^i в качестве «*весов разрядов*» двоичной системы счисления, то получим двоичную систему счисления, имеющую иррациональное основание φ. Система Бергмана может быть задана в виде следующего выражения:

$$A = \sum \alpha_i \varphi^i ,$$

где A – некоторое действительное число, α_i – двоичные цифры *0* или *1*, $i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3...$, φ^i – вес i-й цифры в системе счисления, φ (золотая пропорция) – основание системы счисления.

Сам Бергман отнесся к этому результату не слишком серьезно, полагая, что он не имеет шансов на практическое применение. Достижение юного Джорджа не получило достойной оценки и со стороны коллег. Виновата здесь, с одной стороны юность Бергмана, а с другой несвоевременность его идеи. Ее место было уже прочно занято двоичной системой. Да и сам Бергман писал по этому поводу: « *Я не знаю ни одного практического применения подобных систем, кроме как умственного упражнения и приятного времяпровождения, хотя эта система может быть пригодна для теории алгебраических чисел*».

В последнем пункте Бергман прав. Его система после достижения де Муавра является еще одним мостом, связывающим математику гармонии с теорией чисел, мостом, переброшенным между иррациональными и целыми числами, между рекуррентными последовательностями и натуральным рядом чисел.

Что касается его системы счисления, то сложись ситуация для Бергмана несколько иначе, развитие информатики могло пойти другим путем. Но это было маловероятно ввиду исключительной простоты неймановской системы и ее тотального внедрения в практику.

Более 20 лет статья юного Джорджа пылилась на полке, пока в начале 70-х гг. близкие идеи не были высказаны советскими учеными **И.В. Витенько** и **А.П. Стаховым**. Но они продвинулись существенно дальше, дав этой идее жизнь и четкую прикладную направленность. При этом их идеи имели под собой убедительное теоретическое основание.

Известно, что развитие компьютерной техники на многие десятилетия вперед определили так называемые «*Неймановские принципы*». Первой универсальной электронной вычислительной машиной считается машина ЭНИАК, созданная в 1945 г. в США.

Одним из главных в перечне Неймановских принципов считается следующий: машины на электронных элементах должны работать не в десятичной, а в двоичной системе счисления. Основными преимуществами двоичной системы являются: двухпозиционный характер работы электронных элементов, высокая экономичность двоичной системы и простота выполнения арифметических операций с двоичными числами.

Неймановские принципы таят в себе «ловушку», в которую попала вся компьютерная техника и основанные на ней информационные технологии. Дело в том, что двоичная система обладает «*нулевой избыточностью*». Это означает, что в классической двоичной системе отсутствует механизм обнаружения ошибок в процессоре и компьютере. Эти ошибки неизбежно возникают под влиянием различных внешних и внутренних факторов. Это означает, что «Неймановские машины», являются принципиально ненадежными: сбой лишь одного электронного элемента в процессоре может привести к серьезной технологической катастрофе.

Выход в создавшейся ситуации был найден в создании систем счисления с иррациональными основаниями, основанными на «*золотой пропорции*» и ее обобщениях.

В 70-е и 80-е годы XX столетия в Советском Союзе были проведены теоретические и инженерные разработки компьютеров принципиально нового типа, названных компьютерами Фибоначчи или «*золотыми*» компьютерами, а также новых средств измерительной техники – «золотых» аналого-цифровых и цифроаналоговых преобразователей (АЦП и ЦАП). Основной эффект от использования КФ и КЗП в вычислительной и измерительной технике состоял **в существенном повышении контролеспособности компьютерных средств**, а также точности и метрологической стабильности АЦП и ЦАП.

Эти исследования были начаты в Таганрогском радиотехническом институте (1971–1977), а затем продолжены в Винницком политехническом институте (1977–1990). Теоретические результаты этих исследований опубликованы в книгах (**Стахов, 1977**), а инженерные разработки описаны в брошюре (**Стахов, 1979**).

На тему «Компьютеры Фибоначчи» в СССР было проведено беспрецедентное по своим масштабам патентование изобретений во всех ведущих странах-производителях компьютерной техники (США, Япония, Англия, ФРГ, Франция, Канада и др.). 65 зарубежных патентов являются официальными юридическими документами, которые подтверждают приоритет советской науки в этом важном направлении.

В 1989 году это направление было заслушано и одобрено на специальном заседании Президиума Академии наук Украины. К сожалению, известные геополитические события привели в конце 80-х годов к прекращению инженерных разработок в этом направлении. Но сами идеи создания «*золотых*» компьютеров как альтернативы «*неймановских*» компьютеров не потеряли своей актуальности и ждут массового внедрения в информационные технологии завтрашнего дня.

Данное направление исследовательской и конструкторской деятельности велось под знаменем «*алгоритмической теории измерения*» (Стахов, 1977, 1979). Отличительной чертой этой теории явилось введение «*фибоначчиевых*» алгоритмов. Эти алгоритмы основаны на обобщенных *p*-числах Фибоначчи, задаваемых следующей трехчленной рекуррентной формулой:

$$F_n^p = F_{n-1}^p + F_{n-p-1}^p$$

где $p = 0,1,2,3,...$ – заданное целое число, характеризующее расстояние, между слагаемыми, равное числу вставных членов между ними. Рекуррентная формула задает бесконечное количество числовых последовательностей, частными случаями которых являются двоичные числа (p=0) и классические числа Фибоначчи (p=1).

Несколько раньше (в интервале 1962-1965 гг.) это обобщение рассматривалось американским математиком и педагогом венгерского происхождения **Джорджем Пойя** в увлекательной книге «Математическое открытие», опубликованной в СССР в 1976 г. (Пойя, 1976). Пойя получил рекуррентную формулу, связанную с этим обобщением, рассматривая свойства треугольника Паскаля (там же, с. 113-114). Кстати, Пойя рассматривает в этой же книге и последовательность Трибоначчи, связывая ее с безымянным треугольником триномиальных коэффициентов (там же, с. 116).

По-видимому, следуя логике Пойя, можно построить треугольник тетраномиальных, пентаномиальных и т. п. коэффицинтов. Говоря о такого рода последовательностях, Пойя не вкладывает в них никакого «*судьбоносного*» смысла. Для него это просто упражнение или задача для учителей и продвинутых школьников. Естественно, он не связывает эти последовательности с какими-либо практическими приложениями.

Любопытно, что в это же время (в 1965 г.) **Стивен Барр** в книге «Россыпи головоломок» (Барр, 1987, русский перевод, с. 77-78, 211-212) приходят к еще одному обобщению – серебряному сечению **Падована-Газале**, о котором говорит Газале несколько десятилетий спустя. При этом для Барра это обобщение было всего лишь одним из упражнений для продвинутых школьников. Более того, Барр не связывал этот результат с золотосеченской проблематикой. Этот результат навязывает Бару автор данной публикации. Ведь для Бара – это просто интеллектуальная игрушка, основанная на некоторых геометрических соотношениях, с которыми читатель при желании может ознакомиться по указанному нами адресу. Любопытно, однако что в книге Бара примерно каждая десятая задача связана с золотым сечением.

Возвращаясь к обобщению **А. Стахова** и **И. Витенько**, отметим, что они пришли к нему, анализируя классическую задачу Фибоначчи о взвешивании. Эта задача, как и знаменитая задача о кроликах, была описана **Леонардо Пизанским** в 1202 г. в книге «Liber abaci». А. Стахов, сопоставляя «*двоичный*» ряд гирь и фибоначчиевый, пришел к формулировке описанного выше рекуррентного отношения, которому соответствует система обобщенных золотых сечений. Решение этой задачи – неожиданный и красивый ход фибоначчизма.

Проблема была переведена в практическую плоскость, что послужило в дальнейшем основой для разработки компьютеров Фибоначчи (Стахов, 1979,1989).

Пионерские исследования и практические разработки украинских исследователей явились серьезным прорывом в создание теоретической базы и производство вычислительных машин нового типа.

Завершая наше изложение, обратим внимание на очень важную черту рассмотренного периода. Для него характерно возникновение массовых неформальных сообществ «золотосеченцев» и «фибоначчистов». Первое сообщество возникло **в Сан-Хосе вокруг ежеквартальника «Fibonacci Quarterly»,** издаваемом с 1963 г., возникла (в значительной мере благодаря усилиям А.П. Стахова) многочисленная Славянская группа, включающая ученых России, Украины, Белоруссии, Польши, значительная группа ученых стала группироваться вокруг электронных журналов «**Visual Mathematic», Института «Золотое сечение» Академии Тринитаризма**. Стали проводиться масштабные Международные научные конференции. Информационный поток по золотосеченской проблематике стал стабильным и мощным. Но он еще более возрос качественно и количественно по мере движения к концу столетия, обретя черты информационного вала. Именно поэтому мы вынесли этот период за пределы нашего внимания, считая, что он достоин особого рассмотрения. Мы рассмотрим этот период, как уже говорилось выше, чуть позднее, потому что мы имеем дело с событиями с минимальным сроком давности, и это, наверное, еще не история. Отметим также, что для этого бурного периода существуют детальные обзоры, выполненные А. П. Стаховым (Стахов, 2007, 2010).

8. Основные итоги

1. В первой половине XX в. на фоне скромных математических достижений устойчиво развивались две ставших уже традиционными области применения идеи пропорционирования, преимущественно на основе золотого сечения. Это музыка и архитектура.

В музыке, прежде всего усилиями **Розенова, Сабанеева, Майзеля** была выдвинута гипотеза о динамической развертке музыкального текста от длительного периода нарастания через кульминацию к более короткому спаду. Причем точка кульминации, как правило, совпадает с золотым сечением. Аналогичные исследования были осуществлены и на материале вербального текста. Необходимо отметить, закон золотого сечения был применен на таком материале впервые (Розенов). Принципиально важными являются первые попытки сознательного, «рабочего» применения принципа золотого сечения в архитектуре (Ле Корбюзье, и большая группа советских архитекторов – Жолтовский, Гликин и др.). С. Эйзенштейн применил принцип золотого сечения в кинематографе.

2. Заметным событием в первой половине XX в. была книга немецкого математика Г. Тимердинга, в которой остро ставятся спорные проблемы корректного применения золотого сечения в искусстве.

3. В начале второго пятидесятилетия XX в. наблюдается резкий подъем популяризаторской активности в золотосеченской теме. Публикуются серьезные работы А. Маркушевича, В. Воробьева, А. Реньи, В. Хоггата и др., в которых излагается теория чисел Фибоначчи, рассматриваются их замечательные свойства, их место в теории чисел, комбинаторике, варианты их использования в прикладных задачах.

4. Опубликована эпохальная книга **Г. Вейля**, позиционирующая числа Фибоначчи и золотое сечение в рамках теории симметрии и системе космогонических гармонических представлений.

5. Опубликованы два замечательных достижения. Первое – решение с помощью чисел Фибоначчи 10-й проблемы Гильберта (**Ю. Матиясевич**), второе – создание новой системы счисления на основе золотого сечения (**Дж. Бергман**).

6. Введен в математико-гармонический оборот закон **Вебера-Фехнера**, касающийся психологических экспериментов по схеме «*стимул-реакция*».

7. В техносфере серьезным успехом следует считать теорию электрических цепей на основе чисел Фибоначчи, развиваемую в трудах **М.А. Бонч-Бруевича**, **В.Н. Листова** и **Н.Ф. Семенюты**.

8. Фундаментальным достижением математико-гармонического направления второй половины XX века является создание под руководством **А.П. Стахова** компьютеров Фибоначчи и их фронтальное патентование в технологически ведущих странах. Таким образом, идея Бергмана получила теоретическое и практическое подтверждение. Образовалась ось Бергман-Стахов, которая стала «*обрастать деталями*» в последующие десятилетия. Получила второе дыхание и знаменитая задача о взвешивании, которая также была введена, с одной стороны, в мир рекуррентных последовательностей (суммативное правило и уравнение А.П. Стахова), а с другой, в мир современных информационных технологий.

9. Перечисленные достижения создали основу для мощного интеллектуального рывка и созданию предпосылок для формирования междисциплинарной сферы, которая уже в XXI веке конституировалась под знаменем математики гармонии.

Заключение

Подведем итоги. **Сделаем это табличным способом.** Пусть столбцы будут именами исторических периодов, а строки – именами направлений математико-гармонических изысканий. Таблица позволяет видеть историю каждого направления и становление математико-гармонических представлений в целом.

	Античность	Средние века	Возрождение	Рационализм
1	Теория пропорций: *Пифагор, Евклид*			
2	Конструирование музыкальных инструментов: *Пифагор*			
3	*Платоновы* тела		*Пачоли, Леонардо да Винчи*	Гармония мира Кеплера; связь с пропорцией Евклида: *Кеплер*
4	Пропорция *Евклида*		Божественная пропорция: *Пачоли*	Связь с посл. Фибоначчи: Кеплер,
5	Алгоритм *Евклида*			Непрерывные дроби: Катальди
6	Пропорции человеческого тела: *Витрувий*			
7			Искусство проекта: *Дюрер*	
8	*Архимедова* спираль	Равенство, Сходство, Порядок: *Св. Августин*		Снежинки: *Кеплер*
9	Гномоны *Герона*			
10		Последовательность *Фибоначчи*		Связь с пропорцией *Евклида*
11		Задача о взвешивании: *Фибоначчи*		
12			Задача о разделе ставки: *Пачоли, Кардано*	Треугольник *Паскаля*
13			Уравнения второй и третьей степени: дель Ферро, *Тарталья, Кардано*	
14				Двоичная система: *Лейбниц*

	Просвещение	Новое время	Новейшее время
1			Пропорционирование: *Ле Корбюзье, Жолтовский* и др.
2	Гармонические колебания: *Фурье*		Квантовая механика, принцип двойственности: *Винер, Гайзенберг, Макс Борн*
3	Формула *Эйлера* для многогранников		Теория групп: *Вейль*
4		Термин «Золотое сечение»: Мартин Ом Закон золотого сечения: *Цейзинг*	Обобщение ЗС *Стахова* Серебряное сечение *Падована* Приложения ЗС в архитектуре, музыке, словесности: *Розенов, Сабанеев, Гликин* и др.
5			Представление ЗС в виде повторного радикала: *Альтшиллер*
6			«Модулор» *Ле Корбюзье*
7			Электросвязь (лестничные цепи): *Бонч-Бруевич, Листов, Семенюта*; Компьютеры Фибоначчи: *Стахов*
8	Спираль *Бернулли*		Теория симметрии: *Вейль*
9			Теория фракталов: *Мандельброт* и др.
10	Рекуррентные последовательности: *Муавр, Бернулли*; Исчисление конечных разностей: *Муавр*; формула *Муавра*	Последовательность *Люка*, Формула *Муавра- Бине*	Описание свойств возвратных посл-тей и посл- тей Фибоначчи: *Маркушевич, Воробьев, Хоггат, Реньи;* посл-сть Трибоначчи (*Фейнберг*)
11		Задача о взвешивании *Буше-Менделеева*	*p* – сечения *Стахова*
12	Локальная теорема *Муавра-Лапласа*, Нормальный закон: *Муавр*		
13			Уравнение третьей степени *Стахова,* Уравнение третьей степени *Падована*
14			Система счисления с иррациональным основанием: *Бергман, Стахов*
15			Решение 10-ой проблемы Гильберта: *Матиясевич*

Заметим, что в таблице приведена информация, касающаяся в основном математических аспектов. Но и она наверняка не является полной. Однако эта таблица всегда может быть дополнена сведениями, релевантными с точки зрения желающего этого добиться. Например, я не нашел сведений о том, кто и когда придумал представление золотого сечения в виде непрерывной дроби. До конца не ясным остается также вопрос, называл ли Леонардо да Винчи божественную пропорцию Луки Пачоли золотым сечением или нет. Некоторые другие вопросы также ждут уточнения.

Таблица дает наглядное представление о роли конкретного ученого в развитии математико-гармонических представлений. Отметим также, что в математико-гармонических изысканиях достаточно четко просматриваются два основных направления: *теоретическое направление*, включающее математическую и *философскую* составляющую и *прикладное направление*. В основе математической части лежит теория рекуррентных последовательностей и более общая теория конечных разностей, в основе философской части – различные варианты толкования категории гармонии, а прикладное направление отражает варианты применения математико-гармонических идей в природе и обществе.

К середине 80-х был *в основном построен фундамент системы математико-гармонических представлений*. Это послужило созданию условий для конституирования Математика гармонии – единого учения с широчайшим междисциплинарным потенциалом.

Г.Я. Мартыненко

Систематика четырехчленных золотых уравнений Фибоначчи

Масштабы использования математико-гармонических структур в прикладных исследованиях непрерывно возрастают. Речь идет не только о классическом золотом сечении и хрестоматийных числах Фибоначчи, но и их многочисленных обобщениях и вариациях: числах Трибоначчи, уравнении Падована-Газале, обобщении А. П. Стахова и др. (Газале, 2002; Стахов, 1912; Григорьев, Мартыненко, 2012).

В статье, опубликованной ранее (Мартыненко, 2009), предложена систематика «*золотых*» неполных (трехчленных) уравнений Фибоначчи произвольной степени, имеющая вид треугольника, вершиной которого являются классическое уравнение золотого сечения. Корнем всех этих уравнений является золотое число φ. Треугольник предсказывает все уравнения с таким решением. Число их бесконечно.

Эта числовая фигура обладает рядом дополнительных замечательных свойств, Примечательно, что коэффициенты при первом, втором члене и значения свободного члена также выстраиваются в свои треугольники, отличающихся удивительной регулярностью, но каждый своей.

В данной статье рассматриваются четырехчленные уравнения такого типа. В этих уравнениях первый член (вершина треугольника) реализуется в степени не ниже третьей, а второй имеет фиксированную степень, которая ниже первой. Эти члены образуют сумму или разность. Остальные два члены «*подстраиваются*» под первые два, но так, чтобы решением уравнения было золотое число.

Можно предположить, что существует универсальное уравнение с произвольным числом членов, корнем которых будет золотое число. Пока такое уравнение нам найти не удалось. Но на этом пути мы попытались кое-что сделать, построив систему из 18 (!) треугольников, в клетках которых представлены четырехчленные уравнения, корнем которых является число Фидия. Эта система дает исчерпывающее описание четырехчленных уравнений.

Теперь рассмотрим, как строится эта 18-членная система.

1. Минимальная степень первого члена равна 3.

2. В первой триаде треугольников степень второго члена постоянна (она равна единице и более)

3. В первой девятке берем разность между первым и вторым членом

4. Во второй триаде степень второго члена возрастает на единицу. И далее прирост тот же.

5. Коэффициенты при втором члене в каждой триаде увеличиваются в соответствии с числами натурального ряда.

6. Остальные коэффициенты подбирались интуитивно. В начале были трудности, но затем по мере прорисовывания закономерностей в таблице коэффициенты проставлялись автоматически.

Приведем три иллюстративных треугольника.

x^3+x-3x^2+2					
$x^4+2x-5x^2+3$	x^4+x-4x^2+2				
$x^5+3x-8x^2+5$	$x^5+2x-7x^2+4$	x^5+x-6x^2+3			
$x^6+5x-13x^2+8$	$x^6+3x-11x^2+6$	$x^6+2x-10x^2+5$	x^6+x-9x^2+4		
$x^7+8x-21x^2+13$	$x^7+5x-18x^2+10$	$x^7+3x-16x^2+8$	$x^7+2x-15x^2+7$	$x^7+x-14x^2+6$	
$x^8+13x-34x^2+21$	$x^8+8x-29x^2+16$	$x^8+5x-26x^2+13$	$x^8+3x-24x^2+11$	$x^8+2x-23x^2+10$	$x^8+x-22x^2+9$

Треугольник 1

$2x^3+x-5x^2+3$					
$2x^4+2x-8x^2+4$	$2x^4+x-7x^2+3$				
$2x^5+3x-13x^2+7$	$2x^5+2x-12x^2+6$	$2x^5+x-11x^2+5$			
$2x^6+5x-21x^2+11$	$2x^6+3x-19x^2+9$	$2x^6+2x-18x^2+8$	$2x^6+x-17x^2+7$		
$2x^7+8x-34x^2+18$	$2x^7+5x-31x^2+15$	$2x^7+3x-29x^2+13$	$2x^7+2x-28x^2+12$	$2x^7+x-27x^2+11$	
$2x^8+13x-55x^2+29$	$2x^8+8x-50x^2+24$	$2x^8+5x-47x^2+21$	$2x^8+3x-45x^2+19$	$2x^8+2x-44x^2+19$	$2x^8+x-43x^2+17$

Треугольник 2

$3x^3+x-7x^2+4$					
$3x^4+2x-11x^2+5$	$3x^4+x-10x^2+4$				
$3x^5+3x-18x^2+9$	$3x^5+2x-17x^2+8$	$3x^5+x-16x^2+7$			
$3x^6+5x-29x^2+14$	$3x^6+3x-27x^2+12$	$3x^6+2x-26x^2+11$	$3x^6+x-25x^2+10$		
$3x^7+8x-47x^2+23$	$3x^7+5x-44x^2+20$	$3x^7+3x-42x^2+18$	$3x^7+2x-41x^2+17$	$3x^7+x-40x^2+16$	
$3x^5+13x-76x^2+37$	$3x^8+8x-71x^2+32$	$3x^8+5x-68x^2+29$	$3x^8+3x-66x^2+27$	$3x^8+2x-65x^2+26$	$3x^8+x-64x^2+25$

Треугольник 3

Рассмотрим некоторые свойства этих треугольников.

Начнем с треугольника 1.

1. Коэффициенты при втором члене по диагонали, начиная с первого уровня (справа налево) образуют классическую последовательность Фибоначчи (3, 5, 8, 13…). То же самое относится и к свободному члену).

2. Коэффициенты при втором члене по диагонали образуют числа Люка (4, 7, 11, 19…), а при свободном члене — удвоенный ряд Фибоначчи (2, 4, 6, 10, 16…)

3. В третьей диагонали при движении сверху вниз имеем: для третьего члена — удвоенный ряд Фибоначчи, для свободного — ряд Люка, а в четвертой диагонали для третьего члена — утроенный ряд Фибоначчи, для свободного — аналогичный удвоенный ряд.

Теперь перейдем к движению по диагонали слева направо для тех же членов.

Например, для свободного члена имеем такие числа: 2, 3, 6, 9, 14… При смещении диагонали на один шаг: $F_n+F_{n-1}-2$. При смещении на два шага: $F_{n+1}=F_n+F_{n-1}-3$ и так далее.

И, наконец, по горизонтали числа при втором члене образуют числа Фибоначчи, а разности чисел при контактных третьем и свободном членах также образуют числа Фибоначчи.

Аналогичная картина наблюдается и для двух других треугольников.

Любопытно, что коэффициенты при каждом члене также образуют треугольники, которые тоже обладают фибоначчиевыми свойствами, перекликающиеся со свойствами основных треугольников.

Треугольник второго члена	Треугольник третьего члена	Треугольник свободного члена
1 1 1 2 1 1 3 2 1 1 5 3 2 1 1 8 5 3 2 1 1	3 5 4 8 7 6 13 11 10 9 21 18 16 15 14 34 29 26 24 23 22	2 3 2 5 4 3 8 6 5 4 13 10 8 7 6 21 16 13 11 10 9

Треугольники коэффициентов четырехчленных уравнений, построенные на основании треугольника 1

Итак, в дополнение к систематизации золотых трехчленных фибоначчиевых уравнений (Мартыненко, 2012) предложена систематика четырехчленных уравнений аналогичного типа. Систематика представляет собой множество, состоящее из 18 взаимосвязанных треугольников.

Система иллюстрируется тремя треугольниками, каждый из которых предсказывает бесконечное множество уравнений с фибоначчиевыми коэффициентами. При увеличении количества членов ситуация принципиально измениться не может, только станет еще более сложной. Но это не просто сложность. Это сложность, в которой царит порядок. Фибоначчиевое пространство имеет организованный характер, но в рамках бесконечности, то есть в совокупности уравнений можно увидеть бесконечное множество, напоминающее Гильбертов отель. В каждом номере этого отеля только один постоялец. Это золотое уравнение Фибоначчи.

Литература

Газале М. Гномон: От фараонов до кварталов. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002

Григорьев Ю., Мартыненко Г., Типология последовательностей Фибоначчи: теория и приложения. Введение в математику гармонии. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012

Мартыненко Г. Я. Числовая гармония текста. СПб: Изд-во С.- Петерб. ун-та, 2009.

Мартыненко Г. Я. Типология последовательностей Фибоначчи: математико-лингвистический подход // Структурная и прикладная лингвистика. Вып. 9. СПб: Изд-во С.-Петерб. ун-та. 2012.

Стахов А. П. Основы математики гармонии и ее приложения. В трех частях. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012.

Приложение

x^3+x^2-3x-2					
x^4+2x^2-5x-2	x^4+x^2-4x-3				
x^5+3x^2-8x-6	x^5+2x^2-7x-5	x^5+x^2-6x-4			
$x^6+5x^2-13x-10$	$x^6+3x^2-11x-8$	$x^6+2x^2-10x-7$	x^6+x^2-9x-6		
$x^7+8x^2-21x-16$	$x^7+5x^2-18x-13$	$x^7+3x^2-16x-11$	$x^7+2x^2-15x-10$	$x^7+x^2-14x-9$	
$x^8+13x^2-34x-26$	$x^8+8x^2-29x-21$	$x^8+5x^2-26x-18$	$x^8+3x^2-24x-16$	$x^8+2x^2-23x-15$	$x^8+x^2-22x-14$

$2x^3+x^2-5x-3$					
$2x^4+2x^2-8x-6$	$2x^4+x^2-7x-5$				
$2x^5+3x^2-13x-9$	$2x^5+2x^2-12x-8$	$2x^5+x^2-11x-7$			
$2x^6+5x^2-21x-15$	$2x^6+3x^2-19x-13$	$2x^6+2x^2-18x-12$	$x^6+x^2-17x-11$		
$2x^7+8x^2-34x-24$	$2x^7+5x^2-31x-21$	$2x^7+3x^2-29x-19$	$x^7+2x^2-28x-18$	$x^7+x^2-27x-17$	
$2x^8+13x^2-55x-39$	$2x^8+8x^2-50x-34$	$2x^8+5x^2-47x-31$	$x^8+3x^2-45x-29$	$x^8+2x^2-44x-28$	$x^8+x^2-43x-27$

$3x^3 + x^2 - 7x - 4$

$3x^4 + 2x^2 - 11x + 8$ $3x^4 + x^2 - 10x - 7$

$3x^5 + 3x^2 - 18x + 12$ $3x^5 + 2x - 17x^2 + 11$ $3x^5 + x^2 - 16x - 10$

$3x^6 + 5x^2 - 29x + 20$ $3x^6 + 3x^2 - 27x + 18$ $3x^6 + 2x^2 - 26x + 17$ $3x^6 + x^2 - 25x + 16$

$3x^7 + 8x^2 - 47x + 32$ $3x^7 + 5x^2 - 44x + 29$ $3x^7 + 3x^2 - 42x + 27$ $3x^7 + 2x^2 - 41x + 26$ $3x^7 + x^2 - 40x + 25$

$3x^8 + 13x^2 - 76x + 52$ $3x^8 + 8x^2 - 71x + 47$ $3x^8 + 5x^2 - 68x + 44$ $x^8 + 3x^2 - 66x + 42$ $x^8 + 2 - 65x + 41$ $x^8 + x^2 - 64x + 40$

$x^4 + x^3 - 5x - 3$

$x^5 + 2x^3 - 9x - 5$ $x^5 + x^3 - 7x - 4$

$x^6 + 3x^3 - 14x - 8$ $x^6 + 2x^3 - 12x - 7$ $x^6 + x^3 - 10x - 6$

$x^7 + 5x^3 - 23x - 13$ $x^7 + 3x^3 - 19x - 11$ $x^7 + 2x^3 - 17x - 10$ $x^7 + x^3 - 15x - 9$

$x^8 + 8x^3 - 37x - 21$ $x^8 + 5x^3 - 31x - 18$ $x^8 + 3x^3 - 27x - 16$ $x^8 + 2x^3 - 25x - 15$ $x^8 + x^3 - 23x - 14$

$x^9 + 13x^3 - 60x - 34$ $x^9 + 8x^3 - 50x - 29$ $x^9 + 5x^3 - 44x - 26$ $x^9 + 3x^3 - 40x - 24$ $x^9 + 2x^3 - 38x - 23$ $x^9 + x^3 - 36x - 22$

$2x^4 + x^3 - 8x - 5$

$2x^5 + 2x^3 - 14x - 8$ $2x^5 + x^3 - 12x - 7$

$2x^6 + 3x^3 - 22x - 13$ $2x^6 + 2x^3 - 20x - 12$ $2x^6 + x^3 - 18x - 11$

$2x^7 + 5x^3 - 36x - 21$ $2x^7 + 3x^3 - 32x - 19$ $2x^7 + 2x^3 - 30x - 18$ $2x^7 + 2x^3 - 29x - 17$

$2x^8 + 8x^3 - 58x - 34$ $2x^8 + 5x^3 - 52x - 31$ $2x^8 + 3x^3 - 48x - 29$ $2x^8 + 2x^3 - 47x - 29$ $2x^8 + 2x^3 - 46x - 27$

$2x^9 + 13x^3 - 94x - 55$ $2x^9 + 5x^3 - 84x - 50$ $2x^9 + 3x^3 - 78x - 47$ $2x^9 + 2x^3 - 76x - 45$ $2x^9 + x^3 - 75x - 44$ $2x^9 + 5x^3 - 74x - 43$

$3x^4 + x^3 - 11x - 7$

$3x^5 + 2x^3 - 19x - 11$ $3x^5 + x^3 - 17x - 10$

$3x^6 + 3x^3 - 30x - 18$ $3x^6 + 2x^3 - 28x - 17$ $3x^6 + x^3 - 26x - 16$

$3x^7 + 5x^3 - 49x - 29$ $3x^7 + 3x^3 - 45x - 27$ $3x^7 + 2x^3 - 43x - 26$ $3x^7 + x^3 - 41x - 25$

$3x^8 + 8x^3 - 79x - 47$ $3x^8 + 5x^3 - 73x - 44$ $3x^8 + 3x^3 - 69x - 42$ $3x^8 + 2x^3 - 67x - 42$ $3x^8 + x^3 - 65x - 40$

$3x^9 + 13x^3 - 128x - 76$ $3x^9 + 8x^3 - 118x - 71$ $3x^9 + 5x^3 - 112x - 68$ $3x^9 + 3x^3 - 108x - 66$ $3x^9 + 2x^3 - 106x - 65$ $3x^9 + x^3 - 104x - 64$

$x^5 - x - 4x^2 + 1$

$x^6 - 2x - 6x^2 + 1$ $x^6 - x - 7x^2 + 2$

$x^7 - 3x - 10x^2 + 2$ $x^7 - 2x - 11x^2 + 3$ $x^7 - x - 12x^2 + 4$

$x^8 - 5x - 16x^2 + 3$ $x^8 - 3x - 18x^2 + 5$ $x^8 - 2x - 19x^2 + 6$ $x^8 - x - 20x^2 + 7$

$x^9 + 8x^3 - 26x - 5$ $x^9 + 5x^3 - 29x - 8$ $x^9 + 3x - 31x^2 - 10$ $x^9 + 2x - 32x^2 - 11$ $x^9 + x - 33x^2 - 12$

$2x^4 - x - 5x^2 + 1$

$2x^5 - 2x - 8x^2 + 2$ $2x^5 - x - 9x^2 + 3$

$2x^6 - 3x - 13x^2 + 3$ $2x^6 - 2x - 14x^2 + 4$ $2x^6 - x - 15x^2 + 5$

$2x^7 - 5x - 21x^2 + 5$ $2x^7 - 3x - 23x^2 + 7$ $2x^7 - 2x - 24x^2 + 8$ $2x^7 - x - 25x^2 + 9$

$2x^8 - 8x - 34x^2 + 8$ $2x^8 - 5x - 37x^2 + 11$ $2x^8 - 3x - 39x^2 + 13$ $2x^8 - 3x - 40x^2 + 13$ $2x^8 - x - 41x^2 + 15$

$2x^9 + 13x - 55x^2 - 13$ $2x^9 + 8x - 60x^2 - 18$ $2x^9 + 5x - 63x^2 - 21$ $2x^9 + 3x - 61x^2 - 20$ $2x^9 + 2x - 60x^2 - 21$ $2x^9 + x - 59x^2 - 22$

$3x^4 - x - 8x^2 + 2$

$3x^5 - 2x - 13x^2 + 4$ $3x^5 - x - 14x^2 + 5$

$3x^6 - 3x - 21x^2 + 6$ $3x^6 - 2x - 22x^2 + 7$ $3x^6 - x - 23x^2 + 8$

$3x^7 - 5x - 34x^2 + 10$ $3x^7 - 3x - 36x^2 + 12$ $3x^7 - 2x - 37x^2 + 13$ $3x^7 - x - 38x^2 + 14$

$3x^8 - 8x - 55x^2 + 16$ $3x^8 - 5x - 58x^2 + 19$ $3x^8 - 3x - 60x^2 + 21$ $3x^8 - 2x - 61x^2 + 22$ $3x^8 - x - 62x^2 + 23$

$3x^9 + 13x - 89x^2 - 26$ $3x^9 + 8x - 94x^2 - 31$ $3x^9 + 5x - 97x^2 - 34$ $3x^9 + 3x - 99x^2 + 36$ $3x^9 + 2x - 100x^2 + 37$ $3x^9 + x - 101x^2 + 38$

$x^4 - x^2 - 2x - 1$

$x^5 - 2x^2 - 3x - 1$ $x^5 - x^2 - 4x - 2$

$x^6 - 3x^2 - 5x - 2$ $x^6 - 2x^2 - 6x - 3$ $x^6 - x^2 - 7x - 5$

$x^7 - 5x^2 - 8x - 3$ $x^7 - 3x^2 - 10x - 5$ $x^7 - 2x^2 - 11x - 8$ $x^7 - x^2 - 12x - 13$

$x^8 - 8x^2 - 13x - 5$ $x^8 - 5x^2 - 16x - 8$ $x^8 - 3x^2 - 18x - 13$ $x^8 - 2x^2 - 19x - 21$ $x^8 - x^2 - 20x - 34$

$x^9 - 13x^2 - 21x - 8$ $x^9 - 8x^2 - 26x - 13$ $x^9 - 5x^2 - 29x - 21$ $x^9 - 3x^2 - 31x - 34$ $x^9 - 2x^2 - 32x - 55$ $x^9 - x^2 - 29x - 89$

$2x^3-x^2-3x-1$					
$2x^4-2x^2-4x-2$	$2x^4-x^2-5x-3$				
$2x^5-3x^2-7x-3$	$2x^5-2x^2-8x-4$	$2x^5-x^2-9x-5$			
$2x^6-5x^2-11x-5$	$2x^6-3x^2-13x-7$	$2x^6-2x^2-14x-8$	$2x^6-x^2-15x-9$		
$2x^7-8x^2-18x-8$	$2x^7-5x^2-21x-11$	$2x^7-3x^2-23x-13$	$x^7-2x^2-24x-14$	$2x^7-x^2-25x-15$	
$2x^8-13x^2-29x-13$	$2x^8-8x^2-34x-18$	$2x^8-5x^2-37x-21$	$2x^8-3x^2-39x-23$	$2x^8-2x^2-40x-24$	$2x^8-x^2-41x-25$

$3x^3-x^2-5x-2$					
$3x^4-2x^2-7x-4$	$3x^4-x^2-8x-5$				
$3x^5-3x^2-12x-6$	$3x^5-2x^2-13x-7$	$3x^5-x^2-14x-8$			
$3x^6-5x^2-19x-10$	$3x^6-3x^2-21x-12$	$3x^6-2x^2-22x-13$	$3x^6-21-23x-13$		
$3x^7-8x^2-31x-16$	$3x^7-5x^2-34x-19$	$3x^7-3x^2-36x-21$	$3x^7-2x^2-37x-22$	$3x^7-x^2-38x-23$	
$3x^8-13x^2-50x-26$	$3x^8-8x^2-55x-31$	$3x^8-5x^2-58x-34$	$3x^8-3x^2-60x-36$	$3x^8-2x^2-61x-37$	$3x^8-x^2-62x-38$

x^4-x^3-x-1				
x^5-2x^3-x-1	x^5-x^3-3x-2			
x^6-3x^3-2x-2	x^6-2x^3-4x-3	x^6-x^3-6x-4		
x^7-5x^3-3x-3	x^7-3x^3-7x-5	x^7-2x^3-9x-6	$x^7-x^3-11x-7$	
x^8-8x^3-5x-5	$x^8-5x^3-11x-8$	$x^8-3x^3-15x-10$	$x^8-2x^3-18x-11$	$x^8-x^3-19x-12$

$2x^4-x^3-4x-3$				
$2x^5-2x^3-6x-4$	$2x^5-x^3-8x-5$			
$2x^6-3x^3-10x-7$	$2x^6-2x^3-12x-8$	$2x^6-x^3-14x-9$		
$2x^7-5x^3-16x-11$	$2x^7-3x^3-20x-13$	$2x^7-2x^3-32x-14$	$2x^7-x^3-24x-15$	
$2x^8-8x^3-26x-18$	$2x^8-5x^3-32x-21$	$2x^8-3x^3-28x-23$	$2x^8-2x^3-29x-24$	$2x^8-x^3-40x-25$

$3x^4-x^3-7x-5$				
$3x^5-2x^3-11x-7$	$3x^5-x^3-13x-8$			
$3x^6-3x^3-18x-12$	$3x^6-2x^3-20x-13$	$3x^6-x^3-22x-14$		
$3x^7-5x^3-29x-19$	$3x^7-3x^3-33x-21$	$3x^7-2x^3-35x-22$	$3x^7-x^3-37x-23$	
$3x^8-8x^3-47x-31$	$3x^8-5x^3-53x-34$	$3x^8-3x^3-57x-36$	$3x^8-2x^3-59x-37$	$3x^8-x^3-61x-38$

Г.Я. Мартыненко

Золотое сечение в нумерологии текста

В заключение публикуем еще одну филологическую статью Григория Яковлевича, выложенную на сайте «Академии Тринитаризма»

Во второй половине XX века в лингвистике и других «*текстовых*» дисциплинах наблюдается устойчивый интерес к числовым константам, пропорциям, индексам, характеризующим те или иные стороны речевой деятельности.

Примерами таких чисел являются глубина и степень гнездования синтаксических структур (Ингве, 1965, Хомский, Миллер, 1967), консонантный коэффициент (Бондарко, 1977), коэффициент сложности предложения (Адмони, 1966), индекс лексического богатства (Woronczak, 1965), золотое сечение ритмических структур (Якобсон, 1987; Гринбаум, 2001), индексы квантитативной типологии языков (Гринберг,1963), мера эстетичности художественного текста (Bense, 1969), мера гармонической целостности (ципфовости) текста (Орлов, 1970, Шрейдер, 1988). Часть подобного рода квантитативных констатаций находится в русле традиционных статистических исследований, другая же часть относится скорее к нумерологии, основные принципы которой были сформулированы в глубокой древности **Пифагором и его учениками** (пифагорейцами).

Важно отметить, что статистический аспект укоренен в лингвистическом сознании достаточно глубоко, в то время как лингво-нумерологические представления нуждаются в экспликации и очерчивании границ их концептуальных притязаний. В этом мы видим основную задачу данной работы. Принципиальной стороной данного исследования является также и то, что автор опирался преимущественно на собственные изыскания (Мартыненко, 1988, 2002, 2003, 2004). Конечно, такой подход существенно ограничивает поле исследования, но взамен автор приобретает большую уверенность в описании явлений, «*прочувствованных*» им самим хотя бы частично.

Отметим также, что за пределами данной работы остаются нумерологические интерпретации основных лингвистических категорий (например, категорий времени, числа, падежа, рода) с позиций бинарных, тернарных, квартериальных, пентарных и т. п. систем (Панфилов, 1977, Степанов, 2004). То же самое относится к аналогичным изысканиям в области культуры и искусства (Иванов,1978) с точки зрения n-арных противопоставлений.

1. Краткая справка о нумерологии

Для Пифагора и пифагорейцев было характерно стремление к раскрытию гармонии мира. Это стремление реализовывалось ими на фундаменте геометрии (учении о формах), арифметике (учении о числах) и гармонии (учении о музыке). Поскольку все сущее они хотели свести к системе числовых отношений («все есть число») центральное место в пифагорействе занимала арифметика (нумерология). Сам Пифагор излагал свою математику с заметным налетом мистики, в наиболее откровенной форме заявившей о себе в «Арифметическом богословии» видного неопифагорейца Ямвлиха (автора «Жизнеописания Пифагора) (Яглом, 1980). Это проявилось, в частности, в чрезвычайном внимании пифагорейцев к мировым константам и разного рода «магическим» числам. Но в пифагорействе очень сильным было и рациональное начало, реализованное в серьезных математических достижениях, многие из которых нашли широкое практическое применение в ремеслах, земледелии, архитектуре, изготовлении музыкальных инструментов. Это направление внесло серьезный вклад в теорию чисел. Впрочем, границу между рациональным и сакральным началами в нумерологии провести крайне трудно. Более того, есть видные ученые, которые считают, что вся современная наука вышла из магии (Татубалин, 1972).

В средние века, прежде всего в трудах **Святого Августина**, на фоне обожествления, христианизации нумерологии традиционные пифагорейские представления обогащаются идеями порядка, симметрии и пропорциональности, которые провозглашаются основой гармонии. По Святому Августину Бог сотворил мир из некоего предвечного единства на основе трех формальных принципов: равенства, сходства, порядка (Gilbert, Kuhn, 1939, с. 149-158).[1]

В эпоху Возрождения нумерологические идеи были обогащены математическими достижениями. Речь идет прежде всего об опубликованной в 1509 г. по настоянию

1 Поражает полное совпадение формальных принципов Св. Августина с перечнем основных структурных характеристик, вынесенных современным русским математиком и философом **Ю.А.Шрейдером** в заголовок одной из своих книг: Равенство, сходство, порядок (Шрейдер, 1971).

Леонардо да Винчи книге Луки Пачоли «О божественной пропорции» («De Divina Proportione»), в которой в явном виде был сформулирован закон золотого сечения. В целом союз математики и искусства в Италии того времени, несмотря на массовое увлечение измерениями и механикой, сохранил в себе следы влияния мистического пифагореизма.

Следующий шаг в нумерологии связан с психологической теорией **Г. Фехнера** (Fechner, 1876), в основу которой был положен экспериментальный метод, лишенный какой-либо мистической окраски. Мистическое начало было замещено психологическим. Сущность экспериментальной методики Фехнера заключалась в том, что информантам предъявлялись прямоугольные предметы с разным соотношением сторон. Испытуемые должны были высказать степень своего предпочтения конкретной фигуре в определенной шкале. После этого результаты подвергались статистической обработке. Фехнером было установлено, что наибольшей «*симпатией*» у испытуемых пользовался прямоугольник с соотношением сторон 21:34, равным золотому сечению, т. е. 0,618.

В настоящее время идея золотого сечения прочно вошла в исследовательскую практику самых разнообразных наук и искусств, о чем можно судить, например, по перечню исследовательских направлений, представленных на международной конференции «Проблемы гармонии, симметрии и золотого сечения в природе, науке и искусстве» (Проблеми Гармонiї…, 2003): философия, теоретическая физика, химия, экономика, социология, литературоведение, политология, лингвистика, медицина, спорт и др.

Интенсивно развивается математическая теория золотого сечения. Наряду с его классической формулировкой появилась **пропорция Г. Тимердинга** (Тимердинг, 1924), основанная на геометрической прогрессии, обобщенное золотое сечение **Э.М. Сороко** (Сороко, 1984), а также «пластмассовое» сечение, в пользу которого **М. Газале** (Gazale, 2002) приводит веские аргументы, называя его серебряным и ставя тем самым на второе место после золотого. И по сей день не угасает интерес к магическим (божественным, сакральным, священным) числам и отношениям. Так, согласно **А.П. Стахову** (Стахов, 2003) существует группа пяти основных чисел, которые можно найти во всем мире от японских пагод до храмов майя в Юкатане, от Стоунхеджа до Великой Пирамиды. Этими числами являются: число π=3,14, √2, √3, √5 и число φ (золотое сечение).

Теория золотого сечения стала не только самостоятельным направлением в математике, но и заняла достойное место в теории систем, характеризуя их структурную гармонию наряду с другими параметрами, отражающими разнообразие и однообразие, сложность и простоту, целостность и аморфность, упорядоченность и хаотичность, симметрию и асимметрию, линейность и нелинейность сложных систем.

Достаточно интенсивно развивалось и психологическое направление, связанное, с одной стороны, с магическими числами, а с другой, с различного рода психологическими феноменами: объемом памяти (Миллер, 1956), симультанностью восприятия (Пиаже, 1969), функциональной асимметрией мозга (Николаенко, Лотман, 1983) и др.

Сказанное выше относится к рационалистической нумерологии, составляющей лишь незначительную часть человеческой активности, стоящей за нумерологией в целом. Гадательные, предсказательные, астрологические и другие подобные экзерсисы мы оставим за пределами нашего внимания.

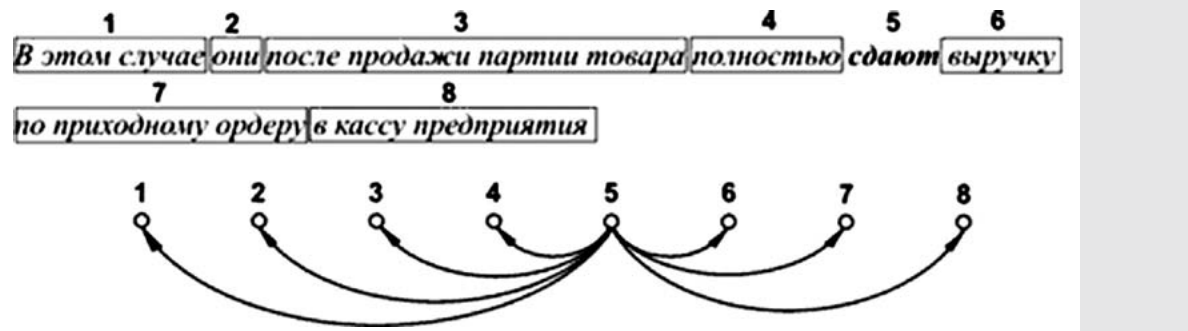
2. Меры синтаксической сложности

В книге «Основы стилеметрии» (Мартыненко, 1988) подводится итог исследований синтаксической сложности предложения, выполненных в 60-70-е гг. на основе достижений структурной и математической лингвистики, связанных с именами **Н. Хомского, В. Ингве, Дж. Миллера, С.Я. Фитиалова, А.В. Гладкого** и др.

Сразу же отметим, что ядром математической лингвистики являются теория исчислений и теория графов. Последняя обогатила синтаксические представления геометрической экспликацией, основанной на способах представления синтаксических структур с помощью деревьев составляющих и деревьев зависимостей (Падучева, 1964, Мартыненко, 1971, Севбо, 1981). Такая наглядная экспликация создала предпосылки для измерения синтаксических структур и привела к объединению идеи формы с идеей числа. Именно такое единство характерно для пифагорейских нумерологических представлений. Нумерологическая природа таких измерений поддерживается также и тем, что при исследовании древесных фигур используются различного рода психологические критерии, регулирующие процесс восприятия и порождения речи. В свою очередь, эти критерии интерпретируются с помощью «магических чисел».

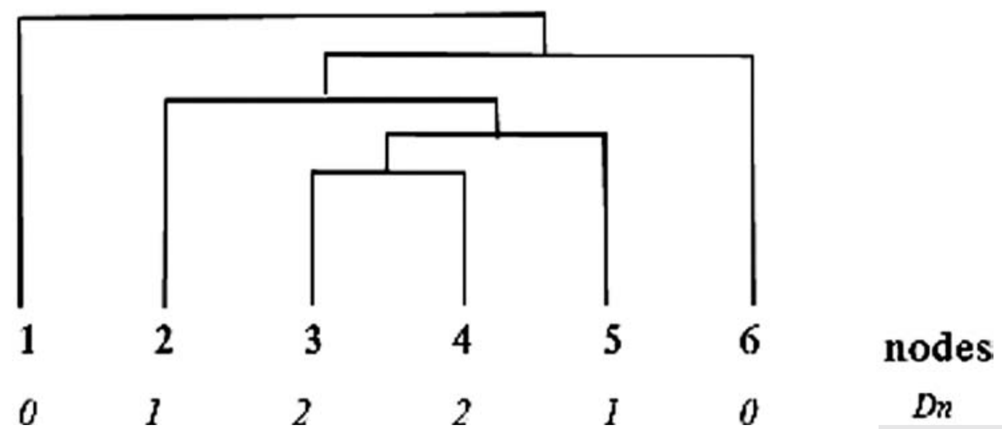
Приведем два синтаксических примера, изложенных в работе (Мартыненко, 1988).

Первый пример. На статистически представительном текстовом материале было показано, что максимальное число зависимых членов при вершине дерева зависимостей (ширина куста) (научная, художественная и деловая проза) равно миллеровскому числу 7 ± 2, а наиболее популярное (модальное), значение равно 3, т. е. другому магическому числу. Вот пример предложения с максимальным или около-максимальным значением ширины куста:



Если реальный верхний предел положить в русском языке равным 7 + 1 = 8, т. е. на единицу больше, чем в данном предложении, то отношение модальной величины к максимальной составит 3:8 = 0,375, что практически совпадает с золотым сечением (0,382 – 0,618). Заметим также, что делимое и делитель в приведенном соотношении совпадают с четвертым (3) и шестым (8) числами ряда Фибоначчи. Итак, в механизме соподчинения в реальных текстах наблюдается стремление к гармоническому соотношению между предельными и самыми частотными величинами.

Второй пример. Внимание исследователей давно привлекают структуры с многократным последовательным самоподобным включением одной структуры в другую. Применительно к предикативным конструкциям американцы их называют Selfembedded Structure, немцы – Schachtelsätze. Применительно к вхождениям словоформ в предложение американцы их называют Nesting Structure. Структуры с гнездованием в терминах составляющих имеют вид:



Степень гнездования для данного дерева равна 2. Для структур составляющих она измеряется минимальным числом связей, которые надо пересечь для выхода за внешний контур дерева. **Сложность образований подобного рода усматривается в том, что они крайне трудны как при порождении, так и при восприятии речи из-за огромной нагрузки на оперативную память, в которой одновременно может храниться только небольшое число символов.**

Такой предельно «*загнездованной*» структурой является предложение: «*Когда он, в черной темноте, кое-где только освещенной белеющим снегом, шлепая по воде, въехал на прядущем ушами при виде зажженных плошек жеребце на церковный двор, служба уже началась*» (Л.Н.Толстой, «Воскресенье»). Степень гнездования этого предложения равна 4.

Согласно предварительным экспериментальным данным, максимальная степень гнездования для реальных (не придуманных) высказываний равно 5, т. е. находится на нижней границе миллеровского интервала. Возможно, что эта пятерка связана и с некоторым порогом различения частей, включенных в целое (Пиаже, 1969). Любопытно, что модальное значение степени гнездования в предложении равно 2, т. е. золотое сечение соблюдается приблизительно и здесь (2/5 = 0,4).

3. Гармония ритмических структур

Данный раздел мы посвятим русскому классическому сонету. Время рождения сонета – эпоха Возрождения, в которое творили великий Леонардо и его друг **Лука Пачоли** – изобретатель золотого сечения. Что касается авторства сонета, строфическая структура которого близка к божественной пропорции, то законодатель европейского классицизма **Никола Буало** (Буало, 1957) приписывает его солнечному богу Аполлону-Фебу – предводителю муз и покровителю поэзии.

Сонет относится к числу предельно жестко организованных структур, называемых в теории стиха «*твердыми*» формами (Гаспаров, 1995).

В классическом (итальянском) варианте сонет включает два катрена и два следующих за ними терцета с определенной системой рифмовки в пределах строфы и между строфами. Такая организация призвана обеспечить распределение смысла в сонетном пространстве на пути от центральной идеи (тезис, завязка, зачин) и сопутствующей идеи (антитезис) через синтез этих идей к завершительному выводу (концовке, развязке).

В данной работе мы приведем некоторые результаты исследования ритмической организации сонета на материале 200 сонетов **К.Д. Бальмонта**, помещенных им в сборник «Сонеты Солнца, Меда и Луны» (Бальмонт, 1917). Сонеты были нами параметризованы с помощью индекса ударности, представляющего собой отношение числа ударных слогов к общему числу слогов (Мартыненко, 2003).

Результаты измерений представлены в табл. 1.

Чтобы очистить закономерную тенденцию от влияния случайных факторов, нами было осуществлено сглаживание эмпирических уровней динамического ряда с помощью метода скользящей средней.

Результаты сглаживания приведены в табл. 1. Соответствующий график для сглаженных данных показан на рис. 1.

Что касается силлабо-тонической организации строф, то ее профиль показан на рис. 2.

Бросается в глаза «*замысловатость*», «*причудливость*» силлабо-тонической организации сонета. Индекс ударности (см. рис. 1), начиная с минимального значения в первой строке, сначала резко возрастает, достигает максимума примерно в первой строке второго катрена, затем снова убывает, стремясь к минимуму в первой строке первого терцета, после чего снова возрастает, достигая максимума в последней строке второго терцета.

Таблица 1

Силлабо-тонический профиль сонета

Номер строки	Индекс ударности
1	0,359
2	0,373
3	0,384
4	0,391
5	0,390
6	0,391
7	0,386
8	0,378
9	0,371
10	0,374
11	0,388
12	0,397
13	0,403
14	0,408
Сумма	5,39
Средн. Знач.	0,385

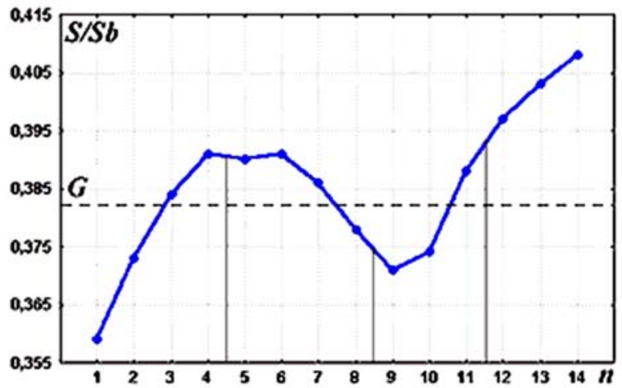


Рис. 1. Зависимость индекса ударности (*S/Sb*) от номера строки (*n*)

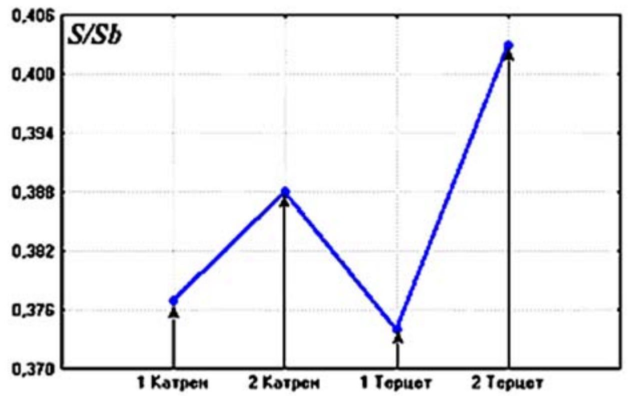


Рис. 2. Профиль строфической ударности

Геометрическая форма динамики индекса ударности соотносится с формой и содержанием сонета, а именно:

– с его членением на катренную часть, имеющую вид восходящей ветви кривой (первый катрен), переходящей в нисходящую (второй катрен) и терцетную часть, имеющей вид восходящей кривой, при этом катренная часть формирует куполообразный профиль, а в терцетной части геометрического переключения нет, здесь мы имеем монотонное возрастание ударности;

– с движением смысловой энергии от «*постановки*» художественной задачи и «обсуждения» всех «за» и «против» (катренная часть) к семантическому выводу, заключению (терцетная часть).

Средняя индекса ударности для усредненного бальмонтовского сонета равна 0,385. Это число очень близко к Золотому сечению (0,382), если рассматривать ударность как отношение ударных слогов к общему числу слогов (ударных и безударных). В этом случае число ударных слогов выступает как «меньшее», число безударных как «большее», а общее число слогов как «целое». Обращает внимание на себя и тот факт, что прямая линия, проведенная на уровне золотого сечения параллельно оси абсцисс, пересекает линию ритмического профиля в точках, приблизительно соответствующих 3-ей, 7-ой и 11-ой строкам, т. е. предпоследним строкам первого и второго катрена и первого терцета. Эти точки могут рассматриваться как точки ритмического (гармонического) равновесия сонета.

4. Золотое сечение формулы изобретения

Обратимся теперь к патентной литературе, также имеющей весьма жесткую структуру (Мартыненко, 1979). В первую очередь это относится к формуле изобретения.

Каждый пункт отечественной формулы изобретения, построенной по германской системе патентования, строится в виде одного грамматического предложения, имеющего вид дефиниции через ближайший род и видовое отличие. Это предложение состоит из двух частей: ограничительной и отличительной, разделенных словом «отличающийся». Первая часть содержит признаки, характеризующие прототип (известное знание), а вторая –

признаки, составляющие новизну данного технического решения.

На логико-семантическое и количественное соотношение между признаками, включаемыми в ограничительную и отличительную части в патентоведении обращается весьма серьезное внимание; в частности важной проблемой считается поиск оптимального соотношения между числом признаков, характеризующим степень известности данного технического решения, и количеством признаков, формирующих его новизну. Степень такой оптимальности, соразмерности, «гармоничности» может быть грубо оценена путем измерения объема словесных масс, относящихся к упомянутым частям формулы (Мартыненко, 2002).

В каждой формуле изобретения были вычислены доли словесных масс отличительной и ограничительной частей и построены соответствующие статистические распределения. **В табл. 2 показано одно из таких распределений. Соответствующая гистограмма приведена на рис. 3.**

Распределение, показанное на рис. 3, имеет вид куполообразной кривой с умеренной левосторонней асимметрией.

Таблица 2

Распределение долей словесных масс отличительной части формулы изобретения

Доля отличительной части	Количество формул
0,2 – 0,3	3
0,3 – 0,4	21
0,4 – 0,5	69
0,5 – 0,6	118
0,6 – 0,7	149
0,7 – 0,8	107
0,8 – 0,9	33
Итого	500

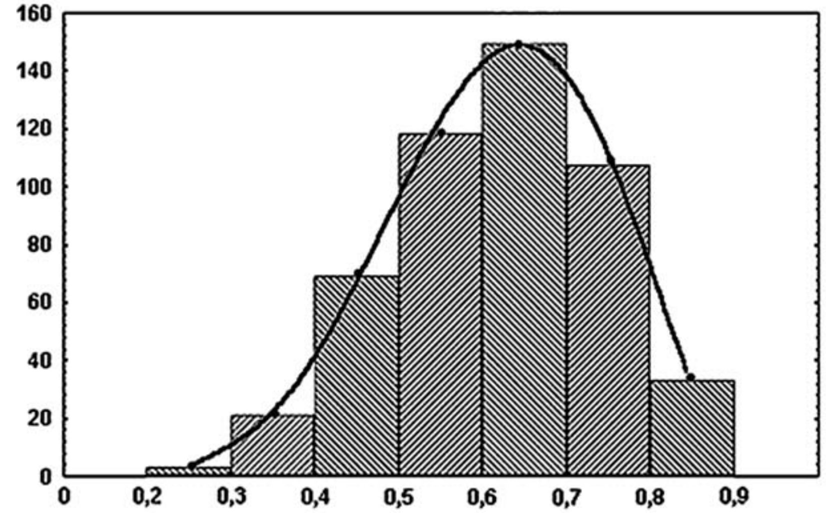


Рис. 3. График распределения долей словесных масс отличительной части формулы изобретения

Среднее значение данного распределения равно 0,6184, практически совпадая с золотым сечением.

Золотое сечение проявляет практически полное безразличие к колебанию объема формулы, фиксируя устойчивое соотношение между словесными массами ограничительной и отличительной частей. Этот факт зафиксировали наши вычисления: коэффициент корреляции между «*эмпирическим золотым сечением*» (т.е. долей словесной массы отличительной и ограничительной частей) и словесным объемом формулы в целом близок к нулю (0,0138). Это означает, что золотое сечение может рассматриваться как холистическая (или синергетическая) характеристика, безразличная к физическому объему формулы изобретения, но чутко реагирующая на гармоническое соотношение объемов ее структурно значимых частей.

Конечно, в каждой отдельной формуле соотношение известного и нового знания может существенно отклоняться от золотого сечения, однако оно довольно откровенно «*прорисовывается*» уже в выборках умеренного объема, материализуя некоторую скрытую тенденцию, управляющую равновесным «перетеканием» словесных масс из ограничительной части формулы в отличительную и обратно.

5. Разнообразие и ограничение разнообразия в словаре писателя

В заключение остановимся на некоторых закономерностях распределения редких и частых лексических единиц в текстах разных авторов. Соотношению этих единиц в статистической стилистике придается большое значение (Борода, 1977). Рассмотрим простейшее соотношение: долю неповторяющихся (однократных) единиц в общем числе лексических единиц. Для оценки этого соотношения воспользуемся тремя частотными словарями, построенными на кафедре математической лингвистики Санкт-Петербургского университета (Частотный словарь рассказов А.П.Чехова, 1998, Частотный словарь рассказов Л.Н.Андреева, 2004, Частотный словарь рассказов А.И.Куприна, 2005). Каждый словарь содержит примерно 200 тыс. словоупотреблений.

Данные о соотношении однократных и «многократных» лексем приведены в табл. 3.

Таблица 3

Соотношение однократных и многократных лексем в рассказах русских писателей

	Однократные	Многократные	Общее число	Доля однократных слов
А.Чехов	5257	8479	13736	0,383
Л.Андреев	5834	8298	14132	0,413
А.Куприн	7982	13023	21005	0,380

На основании данных, приведенных в табл. 3, можно придти к осторожному заключению, что доля однократных («*меньшее*») в общей массе лексем «*целое*» тяготеет к золотому сечению (0,382) с небольшим отклонением в обе стороны. Конечно, для получения более убедительного заключения нужно существенно расширить круг исследуемых авторов. В настоящее время в стадии полуготовности находятся еще несколько авторских частотных словарей (Ф. Сологуб, И. Бунин, М. Горький), а также частотный словарь русского рассказа начала XX века. По предварительным данным числовые характеристики, полученные на материале этих словарей, не противоречат результатам, приведенным в табл. 3.

6. Симметрийные свойства статистических таблиц

Статистические таблицы являются специфическим семиотическим объектом со своей прагматикой, семантикой и синтактикой (Мартыненко, 2004). С точки зрения лингвистики текста такие таблицы описательными текстами (Чебанов, Мартыненко, 1999) с весьма примитивным синтаксисом, подобным тому, который используется в объектно-признаковых ИПЯ параметрического типа с максимально структурированной фактографической информацией.

Структура статистических таблиц весьма разнообразна. В данной работе мы ограничимся только одной иллюстрацией. Нас будут интересовать статистические таблицы, отражающие результаты спортивных состязаний, среди которых первое место принадлежит футболу.

Итоговые турнирные таблицы футбольных чемпионатов, организованных по круговой системе, отражают результаты длительной турнирной борьбы. Для каждой команды эти результаты фиксируются в виде числа побед, ничьих и поражений, за которые начисляется определенное число очков.

Каждая из таких таблиц может рассматриваться как убывающее ранговое распределение, в котором в качестве независимой переменной выступает номер места, занятого командой в данном чемпионате, т. е. ранг, а в качестве зависимой переменной — число набранных очков.

Установлено, что такие таблицы для стран с нормальным, усредненным уровнем развития футбола обладают определенными симметрийными свойствами (Мартыненко, 2003), а именно:

1. Если турнирную таблицу разделить на две равные половины по оси рангов, то количество очков, набранных командами, относящимися к верхней половине таблицы, тяготеет к золотому числу 0,618, т. е. зеркальной симметрии по оси рангов приблизительно соответствует золотая симметрия по оси очков.

2. И наоборот, если турнирную таблицу разделить на две половины с одинаковым количеством очков, то граничной точке 0,5 будет соответствовать золотое число 0,382 по оси рангов.

3. Золотому числу 0,618 по оси рангов соответствует золотое число 0,736, равное 0,5 + 0,236.

Соответствие между симметрийными точками по оси рангов и оси очков показаны на рис 4.

Рис. 4. «Золотой полумесяц» и «золотой полукрест» футбольных чемпионатов

Здесь мы видим основной «*золотой полукрест*», построенный на основании соответствия чисел зеркальной и золотой симметрии, а также два «полумесяца»: внутренний и внешний. В первом группируются чемпионаты, тяготеющие к гармоничному соотношению очкового багажа лидеров и аутсайдеров. Это соотношение регулируется правилом золотого сечения. Здесь группируются преимущественно крепкие европейские «*середняки*» (чемпионаты Чехии, России, Португалии и др.). Во втором полумесяце располагаются чемпионаты, сильно отклоняющиеся от нормы в ту или иную сторону: или в сторону выравнивания класса игры между «*элитой*» и «*периферией*» (например, чемпионаты Италии, Франции, Англии), или в сторону резкого разрыва в классе между ними (например, чемпионаты Германии, Голландии, Греции).

7. Заключение

1. Нумерологические идеи Пифагора и его учеников в новейшей истории науки, в том числе лингвистической, приобретают особое значение в связи экспансией системного подхода и синергетических представлений. При этом эксплуатируются оба начала пифагорейства: *рациональное* (математическое) и *мистическое* (магическое, сакральное, божественное). При этом мистическое начало часто переводится в сферу рационального. Например, **магические числа в теории порождающих грамматик превращаются в числовые ограничения, налагаемые на объем оперативной памяти человека или автомата** (Хомский, 1967), эти же числа становятся некоторыми пороговыми величинами, характеризующими перцептивные возможности человека (Пиаже, 1969), а золотое сечение переводится из сакральной сферы в сферу математико-психологическую (Фехнер, 1876 и его последователи).

2. Числовые характеристики текста часто связаны с его лаконичностью, обозримостью, лингво-полиграфической «*картинностью*» в двухмерном компактном пространстве (сонет, формула изобретения). Эти свойства обеспечивают его симультанное восприятие текста. Целостное восприятие текста поддерживается также его жесткой структурированностью и линейной упорядоченностью.

И сонет, и формула изобретения родились по велению времени, как некоторая реакция на критические обстоятельства, делающими неизбежным возникновение этих жанров. Обстоятельства эти были революционными. Сонет как определенная литературная форма появился на переломе от средневековья к эпохе Возрождения, а первые привилегии на промышленную собственность стали использоваться в первую промышленную революцию (Мартыненко, 2004).

Будучи продуктом революционной эпохи, оба жанра создавались, тем не менее, в рамках определенной национальной традиции: сонет в рамках итальянской школы поэтического слова, формула изобретения – в рамках конкретной системы патентования. Исторически первой была **германская конструкция формулы** (80-е г.г. XIX века) – ее изобретателем был немецкий ученый **Гартиг** (Новожилов, 1965). После этого возникли **американская, английская и прочие конструкции**.

Что касается обстоятельств рождения сонета, то известно лишь, что он появился в Италии, в XIII веке. Изобретатель этой конструкции неизвестен, хотя законодатель европейского классицизма **Никола Буало** честь изобретения сонета отдавал предводителю муз Фебу-Аполлону (Буало, 1957).

Прав был Буало или нет, но изобретатель сонета был очень изобретательным. То же самое можно сказать и об изобретателе формулы изобретения, т. е. обе конструкции являются продуктом достаточно тонкого творческого процесса, выразительно и четко нарисованного **Максимилианом Волошиным** в его цикле «Киммерийская весна»:

Речение,
В котором все слова,
Притерты, пригнаны и сплавлены
Умом и терпугом, паялом и терпеньем,
Становится лирической строфой –
Будь то страница
Тацита
Иль медный текст закона.
(«Подмастерье»)

3. Лингвистическая нумерология теснейшим образом связана с такими системными свойствами текста как «*стандартность-уникальность*», «*простота-сложность*», «*известность-новизна*» и т. п. Это хорошо прослеживается на примерах, приведенных выше.

Так, синтаксически простые конструкции являются стандартными, обычными, и наоборот, синтаксически сложные конструкции уникальны, неожиданны и порой настолько необычны, что достойны быть занесенными в книгу Гиннеса (см. Раздел 2).

Повторяющиеся, в особенности высокочастотные слова, стандартны, являясь по преимуществу морфологически простейшими строевыми словами, в отличие от низкочастотных, в особенности однократных морфологически сложных слов. При этом основную, новую семантическую информацию несут в себе уникальные слова (см. Раздел 5).

Акцентный профиль сонета отражает движение от тезиса и антитезиса в катренной части к синтезу новой уникальной информации в терцетной части. При этом конечный семантический «взрыв» как правило наблюдается в последней строке сонета (см. Раздел 3).

И наконец, в ограничительной части формулы изобретения содержится известная стандартная информация, в то время как в отличительной части концентрируется новая уникальная информация (см. Раздел 4).

К разряду портативных, компактных, обозримых текстов можно отнести и статистические таблицы, которые строятся на основании коротких статистических рядов. В работе на материале футбольных таблиц мы старались показать, что в некоторых случаях распределение активностей между элитарной и периферийной подмножествами команд, образующих лигу, регулируется симметрийными отношениями по оси рангов и оси «заработанных» в ходе чемпионата очков на основе правила золотого сечения (см. раздел 5).

Резюмируя сказанное, отметим, что во всех наших иллюстрациях соотношение между новизной и известностью, простотой и сложностью, стандартностью и уникальностью, элитарностью и периферийностью регулируется законом золотого сечения.

Литература

Адмони В.Г. Размер предложения и словосочетания как явление синтаксического строя // Вопросы языкознания, 1966, № 4. С. 111-118.
Бальмонт К.Д. Сонеты Солнца, Меда и Луны. Петроград. Изд-во Пашуканиса, 1917.
Бондарко Л.В., Зиндер Л.Р., Штерн А.С. Некоторые статистические характеристики русской речи // Слух и речь в норме и патологии. Л.: Изд-во ЛГУ, 1977. С. 3–16.
Борода М.Г. О характере распределения информационных единиц малой частоты в художественных текстах // Семиотика и информатика. Вып. 9, М.: ВИНИТИ АН СССР, 1977. С. 11–25.
Буало Н. Поэтическое искусство. М.: Гос. изд-во худ. литературы, 1957.
Волошин М. Стихотворения. Библиотека поэта. Малая серия. Л.: Советский писатель, 1977.
Газале М. Гномон. От фараонов до фракталов. Пер. с англ. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.
Гаспаров М.Л. Избранные статьи. М.: Наука, 1995.
Гринбаум О.Н. Гармония строфического ритма в эстетико-формальном измерении. СПб: Изд-во СПбГУ, 2001.
Гринберг Дж. Квантитативный подход к морфологической типологии языков. Пер. с англ. // Новое в лингвистике. Вып. 3. Под ред. В.А.Звегинцева. М.: Наука, 1963. С. 60–94
Иванов Вяч. Вс. Чет и нечет. Асимметрия мозга и знаковых систем. М.: Советское радио, 1978.
Ингве В. Гипотеза глубины // Новое в лингвистике. Вып. 4. М.: Прогресс, 1965. С. 126–138.
Мартыненко Г.Я. Основы стилеметрии. Л.: Изд-во ЛГУ, 1988.
Мартыненко Г.Я. Некоторые лингвистические аспекты двойственной природы патентной информации // Научно-техническая информация. Серия 2. 1979. № 10. С. 11–16.
Мартыненко Г.Я. Золотое сечение формулы изобретения // Научно-техническая информация. Серия 2. 2002, № 10. С. 22–25.
Мартыненко Г.Я. Ритмико-смысловая динамика русского классического сонета. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2003.
Мартыненко Г.Я. О числовой гармонии футбольных таблиц // Проблеми гармонії, симетрії та золотого перетину в природі, науці та мистецтві. Зб. наукових праць, Вінниця, 2003, Україна. С. 263–270.
Мартыненко Г.Я. Статистика с точки зрения семиотики // Структурная и прикладная лингвистика. Вып. 6. СПб, Изд-во С.-Петербургского университета, 2004. С. 180–190
Мартыненко Г.Я. Техника сонета и сонеты техники // Технетика и семиотика. Ценологические исследования. Вып. 21. М.: Центр системных исследований, 2004. С. 112–119.
Николаенко Н., Лотман Ю. «Золотое сечение» и проблема внутримозгового диалога // Декоративное искусство СССР, № 9, 1983. С. 31–34.
Новожилов А.Г. Составление формулы изобретения в странах с германской системой патентования // Вопросы изобретательства. 1965, № 11. С. 13–17.
Орлов Ю.К. О статистической структуре сообщений, оптимальных для человеческого восприятия (к постановке вопроса) // Научно-техническая информация, Серия 2, 1970, № 8. С. 11–16.
Панфилов В.З. Философские проблемы языкознания. Гносеологические аспекты. М.: Наука, 1977.
Пиаже Ж. Избранные психологические труды. М.: Просвещение. 1969.
Проблеми гармонії., симетрії і золотого перетину в природі, науці та містецтві. Вінниця: Вінницький державний аграрний уні верситет, 2003.
Севбо И.П. Графическое представление синтаксических структур и стилистическая диагностика. Киев: Наукова думка, 1983.
Сороко Э. М. Структурная гармония систем. Минск: Наука и техника, 1984.
Стахов А.П. Сакральная геометрия и математика гармонии // Проблеми гармонії., симетрії і золотого перетину в природі, науці та м істецтві. Вінниця: Вінницький державний аграрний уні верситет, 2003. С. 8–26.
Степанов А.И. Число и культура: Рациональное бессознательное в языке, литературе, науке, современной политике, философии и истории. М.: Языки славянской культуры, 2004.
Татубалин В.Н. Теория вероятностей в естествознании. М.: Знание, 1972.
Тимердинг Г.Е. Золотое сечение. Петроград: Науч. Изд. Петроград. 1924.
Хомский Н., Миллер Дж. Конечные модели пользования языком // Кибернетический сборник. Новая серия. Вып. 4. М., 1967. С. 141–218.
Частотный словарь рассказов А.П.Чехова. Под редакцией Г.Я.Мартыненко. Автор-составитель А.О.Гребенников. СПб: Изд-во СПбГУ, 1998.
Частотный словарь рассказов Л.Н.Андреева. Под редакцией Г.Я.Мартыненко. Автор-составитель А.О.Гребенников. СПб: Изд-во СПбГУ, 2003.
Частотный словарь рассказов А.И.Куприна. Под редакцией Г.Я.Мартыненко. Автор-составитель А.О. Гребенников. СПб: Изд-во СПбГУ, 2005 (в печати).
Чебанов С.В., Мартыненко Г.Я. Семиотика описательных текстов: Типологический аспект. СПб: Изд-во СПбГУ, 1999.
Шрейдер Ю.А., Шаров А.А. Системы и модели. М.: Радио и связь, 1988.
Шрейдер Ю.А. Равенство, сходство, порядок. М.: Наука, 1971.
Яглом И.М. Математические структуры и математическое моделирование. М.: Советское радио, 1980.
Якобсон Р. Работы по поэтике. Переводы. М.: Наука, 1987.
Bense M. Einfьrung in die informationstheoretische Дsthetik. Hamburg: Rowohlt. 1969.
Fechner G.T. Vorschule der Aesthetik. Leipzig: Breitkopf & Hдrtel. 1876.
Gilbert K. & Kuhn H. A History of Esthetics. London: Thames and Hudson. 1939.
Martynenko G.Ya. Some linguistic aspects of the dual nature of patent documentation. In: Automatic Documentation and Mathematical Linguistic. Allerton Press. USA. V 13. N 5, 1979. P. 62–74.
Miller G. The magical Number seven plus or minus two: some Limits on our Capacity for Processing Information. In: The Psychological Review, v. 63, 1956, № 2. P. 81– 97.
Woronczak J. Metody obliczania wskaznikow bogatstwa slownikowego tekstow. In: Poetyka i matematyka. Warszawa, 1965. P. 165–163.

Н.Ф. Семенюта

Электрические модели рекуррентных последовательностей чисел

Исходные положения

Наибольшее применение в теоретических и прикладных задачах в настоящее время получили геометрические и алгебраические модели. Эти две модели лежат в основе многочисленных исследований, связанных с золотым сечением и гармоническими последовательностями чисел в природе, искусстве, науке, технике, обществе. Электрическое моделирование гармонии задержалось на многие десятки лет. Причиной этого было то, что во времена античности и Возрождения вообще не было понятия об электричестве. Все их исследования по золотому сечению и гармонии ограничивались архитектурой и скульптурой.

С появлением в XVIII веке первых химических источников электрической энергии и созданием первых проводных телеграфных линий связи было определено основное условие гармонии – согласованность параметров линий связи, источников и приемников сигналов [1].

С тех далеких времен (1864) согласованность, как условие оптимальности и гармонии, составляет основу теории проводных линий связи с распределенными и

IN BREVI

Николай Филиппович Семенюта, профессиональный фибоначчист, кандидат технических наук, почетный профессор Белорусского государственного университета транспорта (г. Гомель), академик Международной академии связи (г. Москва), специалист в области телекоммуникаций и телеинформатики (многоканальная связь, передача дискретной информации, теория электрической связи). Исследователь, развивающий теорию телекоммуникаций и электрических моделей, основоположниками которой были **М.А. Бонч-Бруевич** и **В.Н. Листов.**

В новой статье Николая Филипповича приводятся схемы электрических цепей, токи которых определяются отношениями чисел Фибоначчи. Прикладное значение результатов, полученных Н.Ф.Семенютой, касается не только электротехники. Те же закономерности, очевидно, можно наблюдать в нейросигналах биологических систем. Их можно успешно применять в сфере нанотехнологий и в разработках, связанных с искусственным интеллектом.

Впервые показана линейная связь токов электрических моделей с обобщенными последовательностями чисел и сопротивлениями нагрузки цепи. Рассмотрены характеристические сопротивления как основы выполнения условий энергоотимальных условий передачи энергии приемнику. Предложена также мера энергооптимальности (согласованности, гармонии) электрической модели и нагрузки.

Все предложения и замечания после прочтения статьи автор просит присылать по адресу: **nikolay.semeniuta@gmail.com** сосредоточенными параметрами и проводных и беспроводных систем передачи информации (систем телекоммуникаций). Согласованность и гармония составляет также основу электрических моделей гармонических последовательностей чисел [2, 3, 4].

Электрическая модель, по сравнению с геометрическими и алгебраическими моделями гармонии, наиболее полно отражает свойства гармонических систем как единого целого, как **системы оптимальной передачи электрических сигналов (информации) от источника к приемнику информации** [5, 6, 7]. Первые сведения о простейших электрических моделях были изложены в работах [8, 9], а затем на конференции **«Проблемы гармонии, симметрии, золотого сечения в природе науке и искусстве» (2003)** [10]. С тех пор прошло много лет, однако до настоящего времени большинство исследователей замкнулись на геометрических и алгебраических моделях золотого сечения, т. е. на моделях Древнего мира или в лучшем случае на моделях эпохи Возрождения.

Здесь можно только сожалеть, что с тех далеких времен в нашей литературе по этому направлению теории гармонии практически нет новых публикаций. Приятным исключением из этого являются работы **С.П. Ясинского** [11, 12]. И это в то время, когда в зарубежной печати число статей по электрическим цепям и их связи с гармоническими последовательностями чисел значительно увеличилось. **Появились первые работы и монографии по биологическим цепям передачи информации, нейронным и рекуррентным сетям и нанотехнологии** [13, 14, 15]. С помощью нейронных сетей уже успешно решаются задачи в области телекоммуникаций – проектирование и оптимизация сетей связи. Это новый полигон приложения золотого сечения и гармонических последовательностей чисел.

Цель статьи – еще раз показать универсальность электрических моделей гармонии и обратить внимание на перспективность их применения в таких современных направлениях науки как биотехнологии, нанотехнологии и др.

Электрические цепи с распределенными параметрами

В реальных электрических цепях цепи с распределенными параметрами электрические и магнитные поля и параметры равномерно распределены вдоль непрерывной цепи (рисунок 1). При этом ток и напряжение непрерывно изменяются во времени при переходе от одной точки (сечения) цепи к другой, соседней точке. Напряжение и ток в любой точке цепи являются как функциями времени t, так и расстояния x от начала линии.

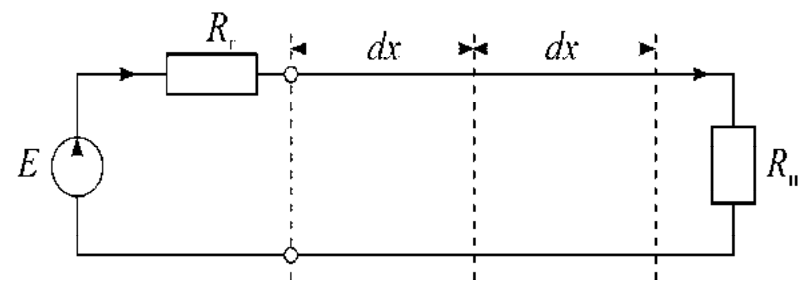


Рисунок 1 – Электрическая цепь с распределенными параметрами

Для установившегося режима гармонических колебаний, когда известен закон изменения напряжений и токов во времени в любом сечении цепи, их значения определяются следующими дифференциальными уравнениями:

$$\left.\begin{aligned} -\frac{dU}{dx} &= R(R + j\omega L)I = Z_{ПР} I; \\ -\frac{dI}{dx} &= (G + j\omega C)U = Y_{ИЗ} U. \end{aligned}\right\}, \qquad (1)$$

где $Z_{ПР}$ – комплексное сопротивления проводов, $Z_{ПР}$ = R+*jωC,*

$Y_{ИЗ}$ – комплексная проводимость изоляции на 1 км цепи $Y_{ИЗ} = G + j\omega C$.

Дифференциальные уравнения получили название «телеграфных уравнений», так как впервые были получены для конкретной волны (гармоники) при анализе передачи телеграфных (дискретных) сигналов по проводным линиям связи. Эти два уравнения являются основными дифференциальными уравнениями двухпроводных цепей с распределенными параметрами. Они же являются основными для любой системы с распределенными параметрами (тепловой, гидравлической, биоэлектрической и др.).

В уравнениях *U* и *I* определяют комплексные амплитуды напряжения и тока в сечении цепи, удаленном на расстояние *x* от ее начала; *C, G, L* и *R* – коэффициенты электрической ёмкости, утечки тока, индуктивности и сопротивления проводов, рассчитанные на единицу длины *dx*.

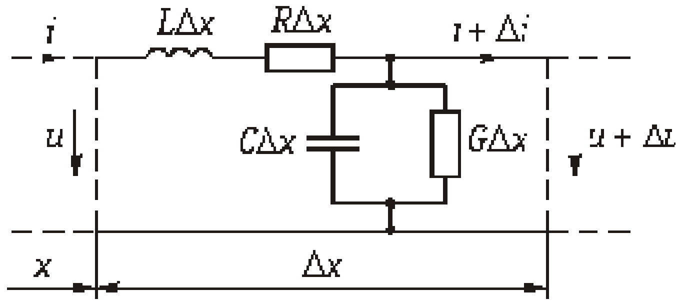


Рисунок 2 – Элемент электрической цепи с распределенными параметрами

Если напряжение и ток в цепи с распределенными параметрами изменяется по синусоидальному закону

$$\left.\begin{aligned} u &= U_m \sin(\omega t + \varphi_U), \\ i &= I_m \sin(\omega t + \varphi_I), \end{aligned}\right\}$$

то после решения дифференциального уравнения ($x = 0$), получим напряжение и ток в начале цепи:

$$\left.\begin{aligned} U_1(x) &= U_2 ch\,\gamma x - I_2 Z_x sh\,\gamma x, \\ I_1(x) &= -\frac{U_2}{Z_x} sh\,\gamma x + I_2 ch\,\gamma x. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = a + jb$

– комплексная постоянная распространения цепи,

$$Z_x = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

– волновое (характеристическое) сопротивление цепи.

Электрические модели цепей с распределенными параметрами

Каждый элемент цепи с распределенными параметрами *dx* (см. рисунок 1) может быть представлен отдельным четырехполюсником – электрической схемой с четырьмя зажимами (полюсами), из которых два 1–1' служат для входа и два 2–2' – для выхода электрической энергии (рисунок 3, *а*).

Четырехполюсники, моделирующие *dx*, и соединенные в лестничную цепь образуют модель замещения линии с распределенными параметрами в линию в виде цепочечного соединение отдельных четырехполюсников (рисунок 3, *б*).

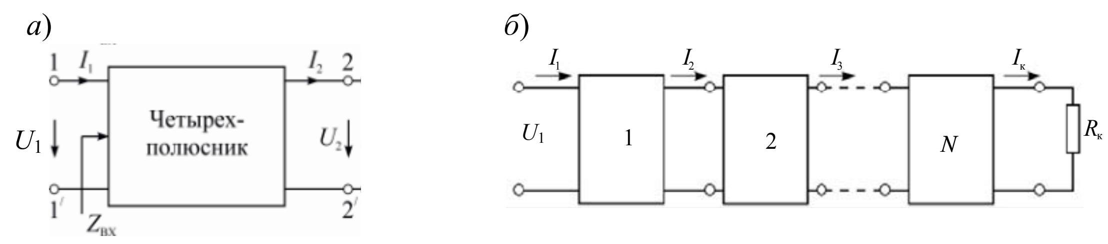


Рисунок 3 – Электрическая цепь как четырехполюсник

Четырехполюсниками с двумя элементами Z_1 и Z_2 являются несимметричными Ꞇ- и Г-образными схемами и тремя элементами Z_1 и Z_2 – симметричными Т- и П-образными схемами (рисунок 4).

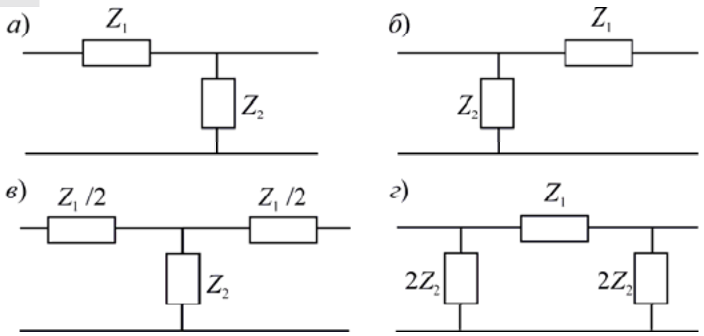


Рисунок 4 – Структуры четырехполюсников: *а* – несимметричная Ꞇ-образная со входом типа Т; *б* – несимметричная Г-образная с входом типа П; *в* – симметричная Т-образная; *г* – симметричная П-образная

Основное уравнения передачи четырехполюсников

В случае прямой передачи сигналов (слева направо) (рисунок 5), к входу 1–1' подключается источник тока с ЭДС $U_г$ и внутренним сопротивлением $Z_г$, а к выходу 2–2' – нагрузка с сопротивлением $Z_н$. На входе четырехполюсника 1–1' действует напряжение U_1 и протекает ток I_1; на выходе 2–2' – U_2 и ток I_2.

Также происходит передача

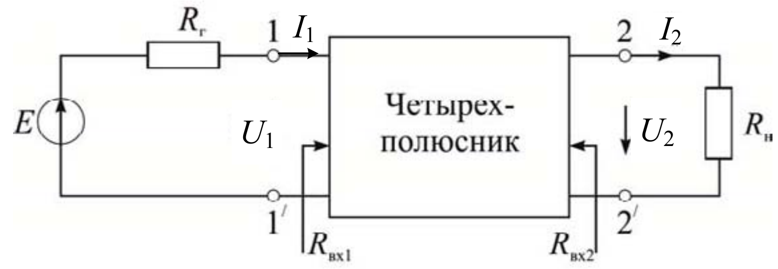


Рисунок 5 – Электрическая цепь при передаче энергии через четырехполюсник

Основное уравнения передачи, связывающие входные U_1 и I_1 и выходные U_2 и I_2 напряжения и токи для случая прямой передачи (слева направо):

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= AU_2 + BI_2 \\ I_1 &= CU_2 + DI_2 \end{aligned}\right\}, \qquad (3)$$

где *A, B, C* и *D* – коэффициенты пропорциональности:

$A = U_1/U_2$ – величина обратная коэффициенту трансформации по напряжению при разомкнутых зажимах 2–2';

$B = U_1/I_2$ – величина, обратная проводимости передачи при замкнутых зажимах 2–2';

$C = I_1/U_2$ – величина, обратная сопротивлению передачи при разомкнутых зажимах 2–2';

$D = I_1/I_2$ – величина, обратная коэффициенту трансформации по току при закороченных зажимах 2–2'.

Параметры *A* и *D* являются безразмерными, параметр В имеет размерность сопротивления; параметр *C* – размерность проводимости.

Определитель основного уравнения для случая прямой передачи сигналов (слева направо):

$$\Delta A = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = AD - BC = 1.$$

Для случая обратной передачи (справа налево) определитель равен:

$$\Delta A = \begin{vmatrix} D & B \\ C & A \end{vmatrix} = DA - BC = 1.$$

Значение определителей для физически реализуемых четырехполюсников всегда равно 1.

Постоянная передачи четырехполюсников

Постоянная передачи характеризует четырехполюсник с точки зрения потерь мощности в самом четырехполюснике при передаче сигнала к приемнику. Постоянная передачи четырехполюсника g является комплексной величиной и равна:

$$g = a + jb = \frac{1}{2}\ln\frac{U_1 I_1}{U_2 I_2}, \tag{5}$$

где a – постоянная затухания; b – фазовая постоянная, U_1 и I_1 – напряжение и ток на зажимах 1–1' (см. рисунок 5); U_2 и I_2 – напряжение и ток на зажимах 2–2' четырехполюсника, нагруженного на сопротивление $Z_н$, равное характеристическому сопротивлению Z_x.

Вещественную часть постоянной передачи a называют характеристическим (собственным) затуханием, коэффициент при мнимой части b называют характеристической (собственной) фазовой постоянной четырехполюсника:

$$a = \mathrm{Re}\,(g) = \frac{1}{2}\ln\frac{U_1 I_1}{U_2 I_2}. \quad b = \mathrm{Im}\,(g) = \frac{1}{2}\arg\left(\frac{U_1 I_1}{U_2 I_2}\right).$$

Из анализа (3), следует, что постоянная передачи

$$g = a + jb = \ln(\sqrt{AD} + \sqrt{BC}). \tag{6}$$

Основное уравнение передачи (6) связано также с гиперболическими функциями. Эта связь вытекает из известного уравнения

$$\mathrm{ch}^2\, g - \mathrm{sh}^2\, g = 1,$$

которое в свою очередь соответствует известному уравнению равнобокой гиперболы $x^2 + y^2 = 1$.

В том случае, когда g действительное число,

$$AD = x^2 \text{ и } BC = y^2.$$

Решая (3), (5) относительно A, B, C и D, получим:

$$AD = \mathrm{ch}^2\, g, \qquad BC = \mathrm{sh}^2\, g, \tag{7}$$

$$\mathrm{ch}\; g = \sqrt{AD}, \qquad \mathrm{sh}\; g = \sqrt{BC}. \tag{8}$$

На основании (7) и (8), получим новый вид уравнения передачи:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= \sqrt{\frac{Z_{x1}}{Z_{x2}}}\left(U_2\ \mathrm{ch}\ g + Z_{x2} I_2\ \mathrm{sh}\ g\right) \\ I_1 &= \sqrt{\frac{Z_{x1}}{Z_{x2}}}\left(\frac{U_1}{Z_{x2}}\ \mathrm{sh}\ g + I_2 \mathrm{ch}\ g\right) \end{aligned}\right\},$$

где Z_{x1} – характеристические сопротивления, равное:

$$Z_{x1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}}, \qquad Z_{x2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}}.$$

В случае симметричного четырехполюсника, т. е. когда $A = B$ или, что тоже самое, $Z_{x1} = Z_{x1} = Z_{x1} = B/C$, коэффициенты A, B, C и D можно переписать в следующем виде:

$$A = \mathrm{ch}\ g, \qquad B = Z_x\ \mathrm{sh}\ g,$$

$$C = \frac{1}{Z_c}\mathrm{sh}\ g, \qquad D = \mathrm{ch}\ g.$$

Тогда уравнения передачи симметричного четырехполюсника примет вид:

$$\left.\begin{aligned} U_1 &= U_2\ \mathrm{ch}\ g + I_2 Z_x\ \mathrm{sh}\ g \\ I_2 &= \frac{U_2}{Z_x}\mathrm{sh}\ g + I_2 \mathrm{ch}\ g \end{aligned}\right\}$$

Таким образом, параметры линейных электрических цепей изначально связаны с гиперболическими функциями. Начала этой связи восходит к началам становления новой науки – электротехники. Более подробно эта связь изложена в учебнике профессора В. И. Коваленкова «Теория передачи по линиям электросвязи» (том 1, 1937) [2].

Входное сопротивление четырехполюсников

Входное сопротивление представляет собой то сопротивление четырехполюсника, которое является нагрузкой для источника тока (генератора). Входное сопротивление равно отношению напряжению к току на входе цепи 1–1' (см. рисунок 5):

$$Z_{\text{вх}} = \frac{U_1}{I_1}.$$

Преобразовав уравнение (6), получим для несимметричной цепи (см. рисунок 4, а и б):

$$Z_{\text{вх}1} = \frac{AU_2 + BI_2}{CU_2 + DI_2},$$

так как $U_2 = I_2 Z_{\text{н}}$, то

$$Z_{\text{вх}1} = \frac{AZ_{\text{н}} + B}{CZ_{\text{н}} + D}.$$

Таким образом, входное сопротивление $Z_{\text{вх}1}$ зависит от параметров A, B, C и D (значений элементов Z_1 и Z_2), числа четырехполюсников в цепи и сопротивления нагрузки $Z_{\text{н}}$. Из множества возможных/входных сопротивлений, которые образуются при изменении сопротивления нагрузки $Z_н$, имеется только одно, когда $Z_{\text{вх}1} = Z_{\text{н}}$. Это характерное для конкретного четырехполюсника входное сопротивление получило называние характеристического или согласованного сопротивления.

Характеристическое сопротивление четырехполюсников

Характеристическое сопротивление является одним из основных параметров четырехполюсников и по своему значению в теории электрических цепей является «золотым». «Золотое» свойство характеристического сопротивления заключается в том, что если нагрузить четырехполюсник на сопротивление, равное характеристическому, то входное сопротивление со стороны другой пары зажимов примет значение характеристического сопротивления независимо от числа четырехполюсников в цепи. Для случаев прямой и обратной передач характеристические сопротивления равны:

$$Z_{x1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}}, \qquad Z_{x2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}},$$

Характеристическое сопротивление связаны также с входные сопротивления четырехполюсников в режимах холостого хода ($Z_н = \infty$) и короткого замыкания ($Z_н = 0$). Характеристическое сопротивление равно среднему геометрическому сопротивлений холостого хода и короткого замыкания четырехполюсников

$$Z_х = \sqrt{Z_{xx} Z_{кз}} \quad \text{или} \quad Z_{xx1} = \frac{A}{C}, \quad Z_{кз1} = \frac{B}{D}.$$

Электрические модели гармонических последовательностей чисел

Простейшими электрическими моделями рекуррентных последовательностей чисел являются однородные Ʇ-, Г-, Т- и П образные лестничные электрические цепи с сопротивлениями ветвей $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1$ в режиме холостого хода (рисунок 6).

Ʇ-образная электрическая цепь.

Токи ветвей Ʇ-образной цепи (см. рисунок) при режимах холостого хода ($R_Н = \infty$) приведены в таблице 1.

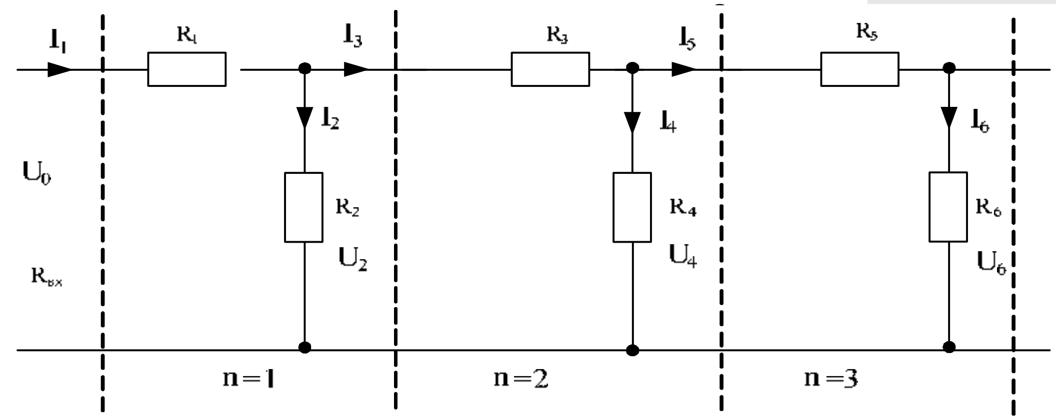


Рисунок 6 – Однородная Ʇ-образная электрическая цепь

Таблица 1 – Токи Ʇ-образной однородной цепи

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
$\frac{F_6}{F_7}$	$\frac{F_5}{F_7}$	$\frac{F_4}{F_7}$	$\frac{F_3}{F_7}$	$\frac{F_2}{F_7}$	$\frac{F_1}{F_7}$

Из полученных результатов следует, что токи (напряжения) ветвей Ʇ-образной цепи определяются отношениями чисел Фибоначчи.

Г-образная электрическая цепь. Однородная электрическая цепь, состоящая из трех Г-образных четырехполюсников с сопротивлениями в ветвях $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1$ в режиме холостого хода ($R_н = \infty$) приведена на рисунок 7.

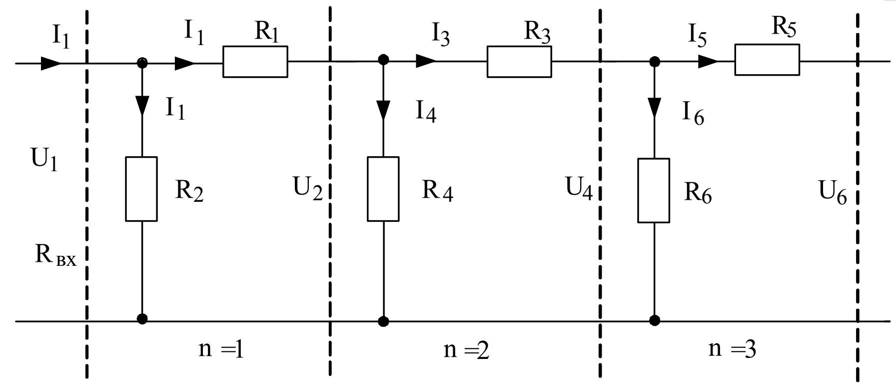


Рисунок 7 – Однородная Г- образная электрическая цепь

Токи ветвей Г-образной цепи при режимах холостого хода ($R_H = \infty$) приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Токи Г-образной однородной цепи

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
$\frac{F_6}{F_7}$	$\frac{F_5}{F_7}$	$\frac{F_4}{F_7}$	$\frac{F_3}{F_7}$	$\frac{F_2}{F_7}$	$\frac{F_1}{F_7}$

Из полученных результатов следует, что токи ветвей Г-образной цепи также определяются отношениями чисел Фибоначчи.

Т-образная электрическая цепь. Электрическая цепь, состоящая из трех Т-образных четырехполюсников с сопротивлениями в ветвях $R_1 = 1/2$ и $R_2 = 1$, приведена на рисунке 8.

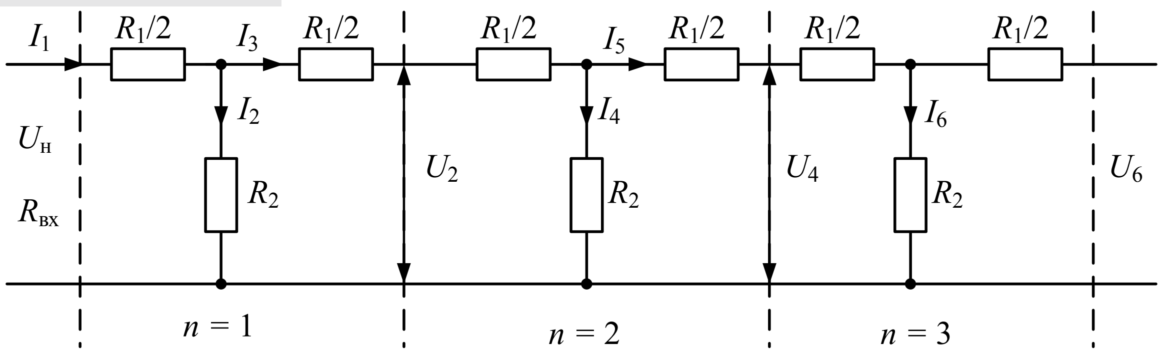


Рисунок 8 – Однородная Т- образная электрическая цепь

Токи (напряжения) цепи в режиме холостого хода ($R_H = \infty$) приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Токи Т-образной однородной цепи

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
$\frac{2F_6}{F_5+F_7}$	$\frac{2F_5}{F_5+F_7}$	$\frac{2F_4}{F_5+F_7}$	$\frac{2F_3}{F_5+F_7}$	$\frac{2F_2}{F_5+F_7}$	$\frac{2F_1}{F_5+F_7}$

Токи ветвей Т-образной цепи определяются отношениями чисел числитель которых есть числа Фибоначчи, а знаменатель – сумма нечетных чисел Фибоначчи, т. е числа Люка.

П-образная электрическая цепь. Однородная электрическая цепь, состоящая из трех П-образных четырехполюсников с сопротивлениями в ветвях $R_1 = 1$ и $R_2 = 2$, приведена на рисунке 9.

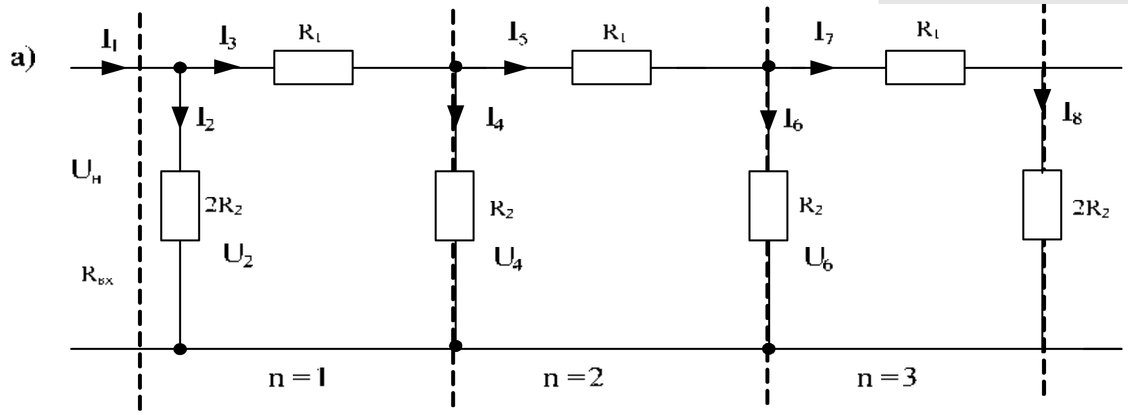


Рисунок 9 – Однородная П-образная электрическая цепь

Токи (напряжения) цепи в режимах холостого хода и, короткого замыкания приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Токи П-образной однородной цепи

I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
$\frac{F_4+F_5+F_6+F_7}{2(F_5+F_7)}$	$\frac{F_3+F_5}{F_5+F_7}$	$\frac{F_2+F_3+F_4+F_5}{F_5+F_7}$	$\frac{F_1+F_3}{F_5+F_7}$	$\frac{F_0+F_1+F_2+F_3}{F_5+F_7}$	$\frac{F_{-1}+F_1}{F_5+F_7}$

Токи ветвей П-образной цепи определяются отношениями чисел, числители и знаменатели которых определяются суммами чисел Фибоначчи, т. е. числами Люка и числами Люка более высокого порядка [16].

Токи нагруженной электрической модели

Электрическая модель обобщенной последовательности отличается от модели чисел Фибоначчи тем, что сопротивление нагрузки может быть любым (от нуля до бесконечности). Для нагруженной Т-образной цепи (см. рисунок 6), при условии $R_1 = R_2$, токи ветвей определяются выражениями:

$$I_1 = \frac{F_5 + F_6 k_н}{F_6 + F_7 kн}, \qquad I_2 = \frac{F_3 + F_5 k_н}{F_6 + F_7 k_н}, \qquad I_3 = \frac{F_3 + F_4 k_н}{F_6 + F_7 k_н}, \qquad (9)$$

$$I_4 = \frac{F_1 + F_3 k_н}{F_6 + F_7 k_н}, \quad I_5 = \frac{F_1 + F_2 k_н}{F_6 + F_7 k_н}, \quad I_6 = \frac{F_0 + F_1 k_н}{F_6 + F_7 k_н}, \quad I_7 = \frac{F_{-1} + F_0}{F_6 - F_7 k_н}. \qquad (10)$$

где $k_н = R_1 / R_н$.

Токи ветвей при конкретных сопротивлениях нагрузки $R_н (k_н)$ приведены в таблице 1.

Таблица 5 – Токи нагруженной Т-образной цепи

Ряд чисел	$R_н$	I_7	I_6	I_5	I_4	I_3	I_2	I_1	H
$G(R_н)$		G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6	G_7	G_8
$G(0)$	0	1	1	2	3	5	–	–	8
$G(1/4)$	1/4	4	1	5	6	11	17	28	45|4
$G(1/3)$	1/3	3	1	4	5	9	14	23	37
$G(1/2)$	1/2	2	1	3	4	7	11	18	29/2
$G(1)$	1/1	1	1	2	3	5	8	13	21
$G(2)$	2	1	2	3	5	8	13	21	34
$G(3)$	3	1	3	4	7	11	18	29	47
$G(4)$	4	1	4	5	9	14	23	37	60
$G(\infty)$	∞	1	1	2	3	5	8	–	13

Из таблицы следует, что токи в ветвях цепи определяются отношениями обобщенной последовательностей чисел G_n [16], частными случаями которых являются последовательности чисел Фибоначчи F_n, Люка L_n и др. , значения которых определяются сопротивлением нагрузки $R_н$. В общем случае токи цепи определяются суммой двух последовательностей:

$$\begin{array}{cccccccc} F_{-1} & F_0 & F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 & \ldots, \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 5 & \ldots, \end{array}$$

и

$$\begin{array}{cccccccc} & F_1 R_н & F_2 R_н & F_3 R_н & F_4 R_н & F_5 R_н & F_6 R_н & \ldots, \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 5 & 8 & 13 & \ldots, \end{array}$$

Суммы последовательностей чисел числителя, для конкретных $R_н$, равны:

$$\begin{array}{cccccccc} I_1 & I_2 & I_3 & I_4 & I_5 & I_6 & I_7 & \ldots, \end{array}$$

$$\left\{\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 5 & \ldots, \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 5 & 8 & \ldots, \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{8} & \mathbf{13} & \ldots, \end{array}\right\} \quad R_н = 1.$$

$$\left\{\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 5 & \ldots, \\ 0 & 2 & 2 & 4 & 6 & 10 & 16 & \ldots, \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{8} & \mathbf{13} & \mathbf{21} & \ldots, \end{array}\right\} \quad R_н = 2.$$

$$\left\{\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 3 & 5 & \ldots, \\ 0 & 3 & 3 & 6 & 9 & 15 & 24 & \ldots, \\ \mathbf{1} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{7} & \mathbf{11} & \mathbf{18} & \mathbf{29} & \ldots, \end{array}\right\} \quad R_н = 3.$$

Из полученных результатов следует, что числители и знаменатель (9) и (10) дробей, соответствуют числам обобщенной рекуррентной последовательности, образуемой с помощью соотношения:

$$G_n(1;q) = F_{n-2} + qF_{n-1}, \qquad n = 3, 4, 5,\ldots \quad G_1(1;q)=1, \quad G_2(1;q)= q.$$

где q – параметр обобщенной последовательности чисел, равный сопротивлению нагрузки $R_н$.

Значения обобщенных чисел определяются по формуле, в основе которой лежит известная формула Бине для чисел Фибоначчи, расширенная для множества чисел обобщенной последовательности (формула Бине-Семенюты) [21, 24]. Формула имеет следующий вид:

$$G_n = \frac{\Phi^{-2} + q\Phi^{-1}}{\sqrt{5}}\left[\Phi^n - (-1/\Phi)^n\right], \quad q = 1, 2, 3, 4, \ldots,$$

где Φ –«золотое» сечение, Φ = 1,618.

Постоянная передачи четырехполюсников Фибоначчи

Основные уравнения Ꞁ- и Г-образных четырехполюсников (цепей) в числах Фибоначчи соответствуют уравнения:

$$F_{2n+1}F_{2n-1} - F^2_{2n} = 1, \qquad (11)$$

$$F_{2n-1}F_{2n+1} - F^2_{2n} = 1. \qquad (12)$$

Откуда следует, что постоянные передачи Ꞁ - и Г-образных четырехполюсников в символах чисел Фибоначчи соответственно, равны:

$$g = \ln(\sqrt{F_{2n+1}F_{2n-1}} + F_{2n})$$

$$g = \ln(\sqrt{F_{2n-1}F_{2n+1}} + F_{2n})$$

Решая (11), (12) относительно *A, B. C* и *D*, получаем формулы связи коэффициентов основного уравнения цепи и гиперболических функций:

$$A = \sqrt{\frac{F_{2n-1}}{F_{2n+1}}}\, chg, \qquad B = \operatorname{sh} g,$$

$$C = \operatorname{sh} g, \qquad D = \sqrt{\frac{F_{2n+1}}{F_{2n-1}}}\, chg.$$

Подставив значения параметров *A, B, C, D*, выраженных через числа матрицы Фибоначчи, получим связь входных сопротивлений с сопротивлениями нагрузок.

Мера гармонии электрических моделей

Древние греки, открывшие понятие гармонии, тесно связывали ее с понятием меры. Мера заставляла постоянно выявлять внутренние связи через симметрию, пропорции, ритмы и др. Как связать понятия гармония и мера в электрических моделях? Под мерой гармонии (согласованности) в электрических моделях удобно использовать ту же меру, что и в электрических цепях, т. е. степень отличия сопротивления нагрузки от характеристического сопротивления.

В простейшем случае передачи электрических сигналов (информации), цепь состоит из источника тока *E* (генератора) с внутренним сопротивлением $R_г$ непосредственно соединенным с сопротивления нагрузки Rн (приемника) (рисунок 10, а).

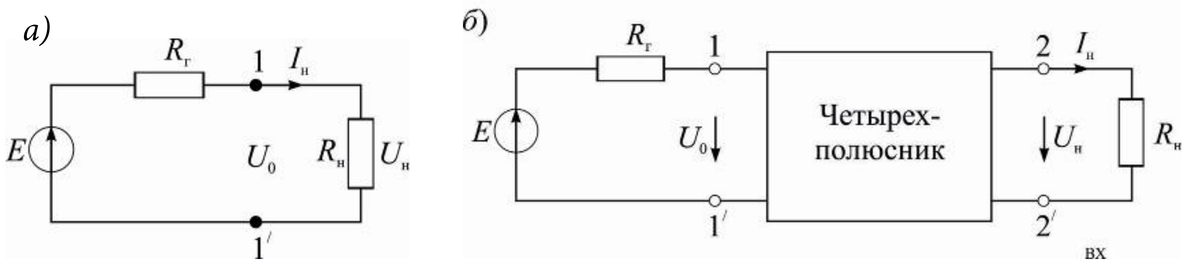


Рисунок 10 – Простейшие электрические цепи:
а – генератор – нагрузка; *б* – генератор – четырехполюсник – нагрузка

При непосредственном соединении источника и нагрузки энергооптимальному («золотому») режиму работы цепи соответствует условие:

$$R_н = R_г .$$

При этом максимальная мощность, потребляемая нагрузкой, равна:

$$P_{max} = \frac{E^2}{4R_н}.$$

В случае несогласованной нагрузки $R_н \neq R_г$, т. е. дисгармонии, потребляемая нагрузкой мощность снижается и равна

$$P_н = \frac{R_н U_н^2}{(R_н + R_г)^2}.$$

Потерянная часть мощности при несогласованной нагрузке

$$P_п = \left(\frac{R_н - R_г}{R_н + R_г}\right)^2 \frac{U^2}{4R_н}.,$$

т. е. цена несогласованности пропорциональна

$$\rho^2 = \left(\frac{R_н - R_г}{R_н + R_г}\right)^2,$$

где ρ – модуль коэффициент

$$\rho = \left|\frac{R_н - R_г}{R_н + R_г}\right|.$$

Коэффициент ρ является мерой несогласованности (дисгармонии) между сопротивлениями источника и нагрузки и получил название коэффициента несогласованности. Его же можно назвать коэффициентом дисгармонии. При согласованной нагрузке $R_н = R_г$ коэффициент несогласованности (дисгармонии) $\rho = 0$. В случае холостого хода $R_н = \infty$ и короткого замыкания $R_н = 0$, приемник не потребляет энергию и коэффициент несогласованности $\rho = 1$.

В электрических цепях с проходными четырехполюсниками (рисунок 5, б) при несогласованности нагрузок, потери энергии происходит как на входе (стык 1–1’), так и выходе (стык 2–2’) четырехполюсника. При этом потери энергии происходят как на входе, так и выходе четырехполюсника. При этом коэффициенты несогласованности на входе и выходе соответственно равны:

$$\rho_{1-1} = \frac{R_Г - R_{X1}}{R_Г + R_{X1}}, \qquad \rho_{2-2} = \frac{R_{X2} - R_Н}{R_{X2} + R_Н}.$$

Поэтому и согласование в цепях с проходными четырехполюсниками необходимо выполнять как со стороны источника 1–1’, так и стороны приемника 2–2’.

В устройствах телекоммуникаций линии и цепи, устройства и приборы (фильтры, усилители, кодеры, декодеры и др.) работают в согласованных режимах или близ¬ких к согласованным. Для согласования линий, и цепей, элементов аппаратуры систем передачи информации и устройств вычислительной техники принима¬ются специальные технические меры.

Заключение

Основу исследований гармонических числовых последовательностей до последнего времени составляли геометрические и алгебраические модели, начала которых были заложены в Древнем мире или в лучшем случае в эпоху Возрождения. Эти модели вне в полной мере отвечают современному уровню науки и техники. Необходимы модели соответствующие современному уровню развития естествознания, науки и техники. Наиболее полно этим требованиям отвечают электрические модели, а также более совершенные компьютерные модели, позволяющим моделировать процессы, начиная с космоса и заканчивая микромиром, **био- и нанотехнологиям.**

В статье предложены на широкое обсуждение простейшие электрические модели рекуррентных последовательностей чисел, а также их свойства и связи с последовательностями обобщенных чисел, основным уравнением электрического четырехполюсника и др.

Пожалуй, впервые показана линейная связь токов электрических моделей с обобщенными последовательностями чисел и сопротивлениями нагрузки цепи. Рассмотрены характеристические сопротивления как основы выполнения условий энергоотимальных условий передачи энергии приемнику. Предложена также мера знергооптимальности (согласованности, гармонии) электрической модели и нагрузки.

Полученные результаты могут стать основой для дальнейших исследований по моделировании реальных процессов в однородных системах (тепловых, гидравлических и др.).

Современная эпоха требует расширения математической теории гармонии на новые направления. Одним из таких направлений является переходе от электрических моделей к компьютерным моделям. В настоящее время компьютерное моделирование уже широко используется в различных областях естествознания. Переход к компьютерному моделированию позволит провести ряд новых исследований. В частности необходимо обратить внимание на отрицательные корни характеристических уравнений. В рассмотренных примерах мы использовали только положительный корень характеристических уравнений. Возникает вопрос – почему мы пренебрегаем отрицательным корнем уравнений, полагая их не имеющим смысла? Если обратиться к теории комплексной переменной, лежащей в основе теории электрических цепей, можно заметить однобокость наших исследований, заключающееся в том, что исследования ограничиваются только одной полуплоскостью – левой, оставляя без внимания вторую – правую. Но положительный и отрицательный корни яркий пример единства противоположностей. Здесь повторяется история с комплексными числами, когда некоторые ученые активно боролись с их использованием, но так и не смогли их одолеть.

Перспективным и фактически уже назревшим стало также исследование электрических моделей с комплексными сопротивлениями $Z_1=R_1+jX_1$, $Z_2=R_2+jX_2$. Важность данного исследования состоит в том, что в России Беларуси и во многих странах мира уже давно идут исследования ДНК и биоэлектрических цепей, основными элементами которых являются комплексные сопротивления из резисторов и емкостей. Начинается новая эпоха теории математической гармонии и электрических моделей применительно к био- и нанотехнологиям, нейронным сетям передачи биоинформации [27, 28].

Уважаемые друзья и коллеги, так как материал статьи не бесспорен, то прошу Ваши замечания и пожелания прислать по электронной почте: **nikolay.semeniuta@gmail.com**. Буду благодарен.

Литература

1. Паррота М. Ф. Гальванические батареи и законы электрического тока. – СПб.: Институт инженеров путей сообщения, 1864. – 64 с.
2. Коваленков В. И. Теория передачи по линиям электросвязи – М.: Связьтехиздат, 1937. – 365 с.
3. Баев Н. А., Удалов А. П.. Лекции по теории цепей с сосредоточенными постоянными.– М.: Связьиздат, 1955. –276 с.
4. Гарновский Н. Н. Теоретические основы электропроводной связи Часть 1. – М.: Связьиздат, 1956. – 692 с.
5. Семенюта Н. Ф. Свойства рекуррентных последовательностей, используемых для анализа электрических цепей. Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте: тр. Белорус. ин-та инж. ж.-д, трансп. – Гомель: БелИИЖТ, 1971. – Вып. 95. – С. 28–32.
6. Семенюта Н. Ф. О связи параметров цепочечных схем с рекуррентными числовыми последовательностями. Теоретическая электротехника. – Львов: Вища школа, 1974. – Вып. 17. – С. 23–25.
7. Семенюта Н. Ф. Анализ электрических цепей методом рекуррентных чисел. Электрическая связь на железнодорожном транспорте: тр. Белорус. ин-та инж. ж.-д. трансп. – Гомель: БелИИЖТ, 1974. Вып. 134. – С. 3–19.
8. Семенюта Н. Ф., Ясинский С. А. Закономерности рекуррентных чисел Фибоначчи в лестничных электрических цепях. Электрическая связь и радио на железных дорогах России. – СПб.: ПГУПС, 2000. – С. 40–46.
9. Семенюта Н. Ф. Электрическая модель обобщенных рекуррентных чисел и рядов. Юбилейная науч.-практ. конф. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2009. – С. 175–179.
10. Семенюта Н. Ф. Электрическая модель «Золотого сечения». Проблеми гармонії, симетрії і золотого перетину в природі, науці та мистецтві: зб. наук. пр. ВДАУ.– Винница: ВДАУ, 2003. – Вып.15. – С. 330–335.
11. Ясинский С. А. «Золотая пропорция» в электросвязи. – СПб.: ВУС, 1999. – 164 с.
12. Ясинский С. А. Прикладная «золотая» математика и ее приложения в электросвязи. – М.: Горячая линия–Телеком, 2004. – 239 с.
13. Гриб Н. В., Берашевич Ю. А., Борисенко В. Е. Эквивалентная электрическая схема молекулы ДНК. – Минск: БГУИР. 2006. – Том 36, №6. – С.463–470.
14. Цветков В. Д. «Золотая» гармония «противоположностей», энергооптимальность и сердце // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.17017, 23.11.2011.
15. Петухов С. В. Матричная генетика, алгебры генетического кода, помехоустойчивость – М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2008. – 316 с.
16. Семенюта Н. Ф. Анализ линейных электрических цепей методом лестничных чисел. – Гомель: БелГУТ, 2010. –108 с.
17. Семенюта Н. Ф. Неизвестные ранее закономерности электрических цепей и рекуррентных чисел Фибоначчи. Бюллетень результатов научных исследований. – СПб: ПГУПС. Вып. 6–7 (1–2). 2013. – С. 52–60.
18. Семенюта Н. Ф. О мере гармонии параметров электрических моделей числовых последовательностей // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.24557, 15.06.2018.
19. Семенюта Н. Ф. К тайнам золотого сечения. Евразийский союз ученых (ВСУ). – 2015. – № 4 (13). – С. 119–122,
20. Семенюта Н. Ф. Обобщенные последовательности рекуррентных чисел Актуальні проблеми розвитку науки і техніки: Матеріали першої Міжнар. науково-технічноі конф. Зб. тез. – Київ: ДУТ. 2015. – С. 233–236.
21. Семенюта, Н. Ф. Новое о золотом сечении / Н. Ф. Семенюта // XVII Междунар. науч.-практич. конф.: Научное обозрение физико-математических и технических наук в XXI веке. – М.: «Prospero». – № 17. 30.05.2015. – С.127–131.
22. Семенюта Н. Ф. Математика гармонии: новый взгляд на «золотое» сечение / Междисциплинарные исследования в науке и образовании. – 2014. – № 3 Kg; URL: www.es.rae.ru/mino/173-1446.
23. Семенюта Н. Ф. К тайнам золотого сечения /Н. Ф. Семенюта // Евроазийский союз ученых (ЕСУ). № 4 (13), 2015. – С. 119–122.
24. Семенюта Н. Ф. Решение обобщенных рекуррентных соотношений (формула Бине-Семенюты) / Н. Ф. Семенюта // De Lapide Philosophorum / – № 1 (009), 2016. – С. 116–126.
25. Семенюта Н. Ф. О взаимосвязи гармонических рядов чисел.. De Lapide Philosophorum. – № 1, (017), 2018. – С. 116–140.
26. Семенюта Н. Ф. К тайнам золотого сечения. Евразийский союз ученых (ВСУ). – 2015. – № 4 (13). – С. 119–122,
27. Цветков В.Д. «Золотая» гармония ̦энергетическая оптимальность и сердце. De Lapide Philosophorum. – № 1(017), 2018. – С.52–115.(009), 2016. – С. 116–140.
28. R. Marshall R. Modeling DNA/RNA Strings using Resistor-Capacitor (RC) Ladder Neworks. The computer Journal, vol. 53, № 6, 2010.

29 Ke-Lin Du, M. N. S. Swamy. Neural Networks and Statistical Learning. – London: Springer Verlag, 2014. – 818 p.

Подборка новостей науки, подготовленных командой портала «Русский переплет». Ознакомиться со всеми новостями можно в разделе «новости науки» на сайте **www.pereplet.ru.**

Microsoft разработала устройство для хранения данных в виде ДНК

Microsoft запустила совместный проект с Вашингтонским университетом, цель которого – создание компактного устройства для хранения крупных объемов информации. Со временем устройство сможет заменить гигантские дата-центры. А поможет в решении этой нелегкой задачи молекула ДНК. Дело в том, что «упакованная» в ДНК информация займет во много раз меньше места на физических носителях по сравнению с данными, закодированными в двоичной системе.

Прототип такого устройства стоимостью 10 000 долларов уже существует и работает. Он состоит из нескольких стеклянных бутылок с химикатами для создания нитей ДНК и крошечного секвенатора производства компании Oxford Nanopore для считывания с них информации.

Как сообщил журнал Nature Scientific Reports, ученым удалось «загрузить» и воспроизвести с помощью нового устройства слово «Hello» («Привет!») объемом 5 байтов. Процесс занял 21 час по причине медленного протекания химических реакций, связанных с «записыванием» информации в ДНК.

Несмотря на столь скромные результаты, ученые считают их успехом. Впереди предстоит большой объем работы, ведь коммерчески оправданная полезная система хранения на основе ДНК должна «переваривать» информацию в миллионы раз быстрее.

По информации https://www.techcult.ru/science/6576-ustrojstvo-dlya-hraneniya-dannyh-v-vide-dnk

Обозрение «Terra & Comp».

Россия развернула выпуск твердотельных накопителей большой емкости

Российская компания GS Nanotech приступила к производству твердотельных накопителей (Solid State Drive, SSD) большой емкости с современным интерфейсом PCI Express, обеспечивающим огромную скорость передачи данных.

На данный момент налажен выпуск устройств с объемом памяти в 2 ТБ. Разработка и выпуск полностью локализованы в России, в кластере инноваций «Технополис GS» в Калининградской области.

Стратегия развития производства носителей данных GS предполагает расширение ассортимента SSD корпоративного сегмента для различного круга задач. Рынок хранения данных и быстрой их обработки интенсивно растет, наблюдается стремительный рост интереса к отечественным разработкам в этой отрасли

– рассказал гендиректор предприятия Евгений Масленников.

Компания с 2017 года разрабатывает и массово производит первый в России SSD. В основе которых лежат микросхемы памяти, произведенные на мощностях предприятия с использованием последнего поколения кристаллов 3D TLC NAND.

Первый серийно выпускаемый образец накопителя емкостью 256 Гб с интерфейсом SATA 3.0 увидел свет в 2017 году. А с февраля 2018 года компания освоила полномасштабное производство SSD-дисков собственной разработки. Автоматизированная производственная линия предприятия позволяет выпускать до 1 миллиона устройств в год.

По информации https://oko-planet.su/science/sciencenews/487514-rossiya-razvernula-vypusk-tverdotelnyh-nakopiteley-bolshoy-emkosti.html

Обозрение «Terra & Comp».

Зафиксировано катастрофическое повышение уровня мирового океана

Ученые Лидского университета выяснили, что ледяной покров Антарктиды в некоторых местах истончился на 122 метра, самые быстрые изменения происходят в той части континента, что омывается Тихим и Атлантическим океанами. Таяние распространяется вглубь материка, что усиливает вклад в повышение уровня моря. Об этом сообщается в пресс-релизе на Phys.org.

Исследователи проанализировали 800 миллионов спутниковых измерений высоты антарктического ледяного щита с 1992 по 2017 год. Они рассчитали баланс массы ледников, основываясь на результатах моделирования интенсивности снегопадов за тот же период. Оказалось, что вариации в осадках в течение нескольких лет приводят, как правило, к небольшим изменениям, однако в течение десятилетий наблюдается серьезный дисбаланс.

По словам исследователей, с 1992 года потери льда из-за глобального потепления начали усиливаться на 24 процентах территории Западной Антарктиды, в том числе ледниках Туэйтса и Пайн-Айленд. В настоящее время эти глетчеры из-за воздействия теплой морской воды тают в пять раз быстрее, чем в начале наблюдений. В целом потери льда в Восточной и Западной Антарктиде привели к повышению уровня моря с 1992 года на 4,6 миллиметра.

По информации https://lenta.ru/news/2019/05/20/sea/ Обозрение «Terra & Comp».

Найдены следы столкновения Млечного Пути и другой галактики

Зонд «Звездочет» GAIA помог астрономам выяснить, что примерно 2-3 миллиарда лет назад наша Галактика пережила мощнейшую вспышку звездообразования после того, как она столкнулась с одной из своих соседок. Доказательства этого были опубликованы в журнале Astronomy & Astrophysics.

«Мы измерили точные расстояния до трех миллионов звезд в окрестностях Солнца и выяснили, что Млечный Путь эволюционировал не так, как мы считали раньше. Примерно пять миллиардов лет назад он пережил некую внешнюю пертурбацию, скорее всего, столкнулся с другой галактикой», — рассказывает Роджер Мор (Roger Mor) из университета Барселоны (Испания).

Млечный Путь находится в межгалактической пустоте не один, а в компании целой свиты из карликовых галактик, большую часть которых мы не видим из-за их крайней тусклости. Как сегодня считают ученые, многие из этих карликов периодически сближаются с нашей Галактикой, финальными «следами» чего являются так называемые звездные потоки – остатки шаровых скоплений или карликовых галактик, когда-то разорванных на части или поглощенных Млечным Путем в далеком прошлом. В ходе этих апокалиптических событий Млечный Путь «ворует» почти все темную материю у разрываемых им галактик. В результате этого они распадаются на части и превращаются в те ленты, которые мы сегодня можем увидеть в ночном небе над диском Галактики.

Мор и его коллеги неожиданно приблизились к ответу на этот вопрос, какую роль они играют в эволюции нашей галактики, анализируя данные GAIA по точному вычислению координат более миллиарда звезд Млечного Пути.

Зная дистанцию до звезд и точную массу этих светил, можно понять, когда они возникли и как часто такие звезды формировались в далеком прошлом. Эти замеры привели к неожиданному открытию. Изначально ученые ожидали, что общая частота звездообразования в Млечном Пути будет плавно снижаться благодаря постепенному истощению запасов нейтрального газа в диске нашей Галактики.

В реальности все было совсем иначе – подобный тренд был характерен только для самых древних эпох жизни Млечного Пути, начиная с 10 миллиардов лет назад и заканчивая 6-7 миллиардами лет назад. Примерно пять миллиардов лет назад произошло некое событие, в результате которого частота рождения новых звезд начала быстро расти, достигнув пика к отметке в 2-3 миллиарда лет.

Только миллиард лет назад скорость звёздообразования упала до «докризисных» значений, когда новые резервы «звездных стройматериалов» были исчерпаны.

Их источником, как считают авторы статьи, могла быть только еще одна достаточно большая галактика, столкнувшаяся с Млечным Путем примерно семь-пять миллиардов лет назад. Ее следы могут по-прежнему сохраняться в его пределах, что открывает новые возможности для изучения процесса эволюции галактик, их жизни и смерти, заключают ученые.

По информации https://ria.ru/20190513/1553451454.html

Обозрение «Terra & Comp».

Звезда в Большой Медведице родом из другой галактики

Звезда, расположенная в направлении созвездия Большая Медведица, происходит из другой галактики, согласно ее химическому составу. Необычный химический состав этой звезды отличает ее от всех других звезд Млечного пути, однако демонстрирует сходство с составом звезд близлежащих карликовых галактик, сообщается в новом исследовании, проведенном научной группой под руководством Цянь-Фан Сина (Qian-Fan Xing).

Исследователи считают, что эта необычная звезда под названием J1124+4535 сформировалась в карликовой галактике, которая столкнулась с Млечным путем много лет назад. Согласно этой гипотезе, когда карликовая галактика распалась на части, из нее была выброшена эта одиночная звезда.

Эта звезда была открыта в созвездии Большая Медведица в 2015 г. при помощи телескопа Large Sky Area Multi-Object Fiber Spectroscopic Telescope (LAMOST), расположенного в Китае.

Анализ спектров этой звезды показал, что она бедна металлами, такими как магний, однако демонстрирует неожиданно высокий уровень тяжелого элемента европия. Такое соотношение между элементами является уникальным для звезд Млечного пути, указали исследователи.

Элементный состав звезд отражает состав облаков из газа и пыли, из которых происходило формирование звезды. Звезды, формирующиеся по соседству, обычно состоят из одного и того же материала и поэтому демонстрируют одинаковые спектры. Когда звезда отличается по составу от других звезд группы, ученые ищут те места в Галактике, откуда могла произойти миграция этой звезды к ее текущему расположению. Исследование опубликовано в журнале Nature Astronomy.

По информации https://www.astronews.ru/cgi-bin/mng.cgi?page=news&news=20190513183011

Обозрение «Terra & Comp».

Свет может «самозарождаться» в пустоте вакуума

Британские ученые обнаружили, что свет может «самозарождаться» в окрестностях крупных нейтронных звезд и черных дыр благодаря квантовым взаимодействиям между вакуумом и пролетающими через него космическими лучами. Их выводы были представлены в журнале Physical Review Letters. «Мы привыкли считать, что ничего не может возникнуть само по себе в абсолютно чистом вакууме. Но это совсем не так с точки зрения современной квантовой физики – внутри этой пустоты скрывается масса интересных сюрпризов», — рассказывает Адам Ноубл (Adam Noble) из университета Стратклайда в Глазго (Шотландия).

Сегодня ученые считают, что вакуум представляет постоянно волнующееся «море» из бесконечного числа постоянно рождающихся и самоуничтожающихся пар виртуальных частиц и античастиц. Их взаимодействие, по мнению физиков, должно особым образом влиять на поведение атомов и света.

Ноубл и его коллеги обратили внимание на то, что квантовые флуктуации вакуума и мощные магнитные поля пульсаров будут влиять не только на поведение частиц света, но особым образом «тормозить» движение различных космических лучей, разогнанных до околосветовых скоростей. Этот процесс, как объясняет Ноубл, будет очень похож на эффект, открытый советскими физиками почти сто лет назад. Еще в 1934 году Павел Черенков и Сергей Вавилов заметили, экспериментируя с гамма-излучением, что его попадание в жидкость вызывает в ней слабое, но хорошо заметное свечение благодаря тому, что гамма-лучи выбивают электроны и разгоняют их до скоростей, превышающих скорость света в воде.

Долгое время физики не считали, что черенковское излучение может возникнуть в вакууме, так как скорость движения света в нем невозможно превысить. Расчеты британских физиков показывают, что это правило нарушается при попадании космического луча или пучка ускоренных частиц в окрестности пульсара или светового импульса сверхмощного лазера. Как считают авторы, практически все гамма-излучение высоких энергий, исходящее от миллисекундных пульсаров, может быть порождено подобными квантовыми взаимодействиями между вакуумом и космическими лучами высоких энергий.

Можно ли найти этот «самозародившийся» свет? По мнению Ноубла и его коллег, астрофизики уже могли обнаружить следы его существования. Дело в том, что в 2009 году гамма-телескоп «Ферми» показал, что центр Млечного Пути вырабатывает необычно много гамма-излучения, яркость которого в высокоэнергетической части спектра заметно превышала теоретически предсказанные значения.

Тогда ученые посчитали, что его могли породить распады частиц темной материи, однако позже астрономы не обнаружили подобного избытка излучения в соседней галактике Туманность Андромеды. Британские физики предполагают, что оно было порождено не этой невидимой субстанцией, а открытым ими феноменом.

По информации https://ria.ru/20190426/1553091873.html

Обозрение «Terra & Comp».

10 вопросов,
на которые наука
до сих пор
не нашла ответа

Устройство Вселенной — одна огромная тайна, разбитая на миллиард тайн поменьше. Разгадывая одни загадки, мы рождаем множество новых, и так продолжается из столетия в столетие. Некоторые же вопросы до сих пор остаются без ответов, но это не значит, что наука не стремится эти ответы отыскать.

1. Как зародилась первая жизнь? Одиноки ли мы во Вселенной? Что из себя представляют сны? Давайте рассмотрим десять важных вопросов, на которые наука не получила чёткого ответа — по крайней мере, на данный момент.

2. Что есть сознание? Мы знаем, что обладаем сознанием и самосознанием, но что конкретно представляет из себя сознание? Откуда берётся подсознание и как оно влияет на нас? На эти вопросы философия, психология и медицина ищут ответы и ведут бесконечные споры не первую сотню лет.

Что из себя представляют сновидения? Мы наблюдаем их каждую ночь, даже если не помним этого, но их природа всё ещё остаётся загадкой. Даже известные техники вроде осознанных сновидений не дают большого количества информации. Изучением снов занимается специальная наука онейрология.

3. Одиноки ли мы во Вселенной? Артур Кларк однажды сказал: «Существует две возможности: либо мы одиноки во Вселенной, либо нет. Обе одинаково ужасны». Учитывая размер обозримой Вселенной, мы вряд ли являемся единственными разумными существами в ней, но и обратное ещё не доказано. Мы продолжаем искать сигналы от внеземных цивилизаций — пока что без результата.

4. Из чего состоит Вселенная? Наша Вселенная содержит абсолютно всё, потому она так и называется. К сожалению, мы до сих пор не знаем, из чего она в основном состоит. Учёные считают, что большая часть космоса является тёмной материей, только вот информации о ней кот наплакал.

5. Как зародилась первая жизнь? Мы знаем, что на Земле возникли правильные условия для зарождения жизни несколько миллиардов лет назад, но как именно это произошло? Отчаявшись повторить стартовые условия, некоторые учёные считают, что жизнь на нашу планету занесла комета или метеорит.

6. Что находится на дне океана? Не обязательно искать загадки в космосе, когда их хватает и на Земле. Океаническое дно — одно из самых малоизученных мест на планете, тайны которого на ещё предстоит раскрыть.

7. Что не так с простыми числами? Простые числа — это натуральные числа, которые делятся лишь на единицу и сами на себя. Но всё далеко не так просто — как минимум, с ними связано множество открытых вопросов и проблем. Часть из них касается распределения простых чисел в бесконечном натуральном ряду — закономерность до сих пор не доказана.

8. Что делать с лишним углеродом? Каждый день мы наполняем атмосферу огромным количеством углерода, идущего от выхлопных газов, сжигания угля на ТЭС, подземной газификации и т. д. Это явно не идёт планете на пользу. Учёные ищут способ избавиться от лишнего углерода, но пока что тщетно.

9. Существуют ли иные вселенные? Мы можем наблюдать только «нашу» Вселенную, но есть ли другие вселенные за её пределами? Есть ли вообще такое понятия как «предел» Вселенной? Вряд ли мы получим конкретные ответы в ближайшем будущем.

10. Что из себя представляют чёрные дыры? Чёрные дыры настолько загадочны, что вопрос об их существовании ставился под сомнение весь XX век. И хотя мы более-менее поняли, как они образуются, но до сих пор можем лишь очень приблизительно догадываться, какие процессы происходят внутри чёрных дыр.

По информации https://www.popmech.ru/science/233293-10-voprosov-na-kotorye-nauka-do-sikh-por-ne-nashla-otveta/#part0

Обозрение «Terra & Comp».

Камень наш подобен человеку,
его телу, душе и духу

Междисциплинарное периодическое издание
«De Lapide Philosophorum».
Дата публикации 23.05.2019.
Адрес редакции: www.de-lapide-philosophorum.umi.ru
Почтовый адрес: de.lapide.philosophorum@gmail.com
ISSN 2409-1022