В.П. Шенягин

О формуле $5\pi \approx 6\phi^2$: уточнение первоисточника

В статье [1] «Одномерные аналоги сферического пространства и динамическое число Пи» я пришел к результату, который цитирую без взятия формул в рамку:

«Итак, «заместитель» числа π при выражении диаметра шара с использованием золотой пропорции отличается от константы π незначительно, превышая ее всего на 0,0015 %, будучи величиной

$$\pi_* = \frac{6\phi^2}{5} = 3{,}14164078... \qquad (9)$$

Числа π и ϕ объединены соотношением $5\pi \approx 6\phi^2$ с точностью до третьего знака.

Величины, определяющие число π_*, более выразительны при рассмотрении его сущности в качестве корня $\sqrt{\pi_*}$:

$$\sqrt{\pi_*} = \frac{\sqrt{2}\cdot\phi\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \qquad (10)$$

Смысл формулы многообразен. В ней в аналитической форме проявлено взаимодействие и единство ключевых факторов мироздания $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \phi$.

Формула (10) и формула (9) с учетом ее приложения к объемному пространству, возможно, являются *главным результатом настоящей статьи*». Конец цитаты.

В черновом варианте статьи [1] я отметил, что подобие приближенного равенства

$$5\pi \approx 6\phi^2 \qquad (*)$$

мне где-то встречалось. Вспомнилась замечательная статья И.С. Ткаченко [2] «Числа π, e, ф объединены соотношением 7π = 5eф с точностью до четвертого знака», в которой автор аналитически получил соотношение, поставив знак равенства:

$$\frac{e\phi}{\pi} = \frac{7}{5} \text{ или } 7\pi = 5e\phi.$$

То есть это была иная связь чисел π и ϕ по сравнению с формулой (*), и указывать ее не было необходимости.

Затем, просматривая некоторые материалы в Интернете на следующий день после публикации статьи [1], я обнаружил источник информации [3], часть которого привожу в копии:

Wolfram MathWorld — the web's most extensive mathematics resource

Built with Mathematica Technology

Golden Ratio Approximations

DOWNLOAD Mathematica Notebook

Nice approximations for the golden ratio ϕ are given by

$$\phi \approx \sqrt{\frac{5\pi}{6}} \qquad (1)$$

$$\approx \frac{7\pi}{5e}, \qquad (2)$$

the last of which is due to W. van Doorn (pers. comm., Jul. 18, 2006) and which are accurate to 1.2×10^{-5} and 1.6×10^{-5}, respectively». Конец копирования.

Приведу перевод:

«Хорошие приближения к золотому отношению ϕ дают

$$\phi \approx \sqrt{\frac{5\pi}{6}} \approx \frac{7\pi}{5e},$$

последнее из которых имеется благодаря В. ван Дорну (персон. сообщение, 18 июля 2006), точность которых составляет $1{,}2 \cdot 10^{-5}$ и $1{,}6 \cdot 10^{-5}$ соответственно».

MathWorld – математический веб-сайт на английском языке, созданный американским энциклопедистом Эриком Вайсштайном.

Здесь меня интересует первое соотношение $\phi \approx \sqrt{\frac{5\pi}{6}}$, которое, по большому счету, совпадает с соотношением, которое я получил в виде $\pi_* = \frac{6\phi^2}{5}$. Правда, по конкретному смысловому счету, соотношения разные: в одном случае найден *приближенный* аналог вычисления ϕ с участием π, в другом (у меня) – наоборот найден *точный* аналог динамического модифицированного числа π_* при решении специфичной задачи об одномерном аналоге сферического пространства.

Но, тем не менее, соотношение $5\pi \approx 6\phi^2$, которое я выделил в [1], оказалось известным ранее, о чем я и информирую читателя, адресуя к источнику [3].

Абсолютная погрешность приближения $\phi \approx \sqrt{\frac{5\pi}{6}} = 1{,}61802159\ldots$ к истинному ϕ составляет $1{,}61803398\ldots - 1{,}61802159\ldots = 0{,}00001239\ldots \approx 1{,}2 \cdot 10^{-5}$, а относительная погрешность равна $\frac{0{,}00001239\ldots}{1{,}61803398\ldots} = 0{,}0000076\ldots \approx 7{,}6 \cdot 10^{-6}$ или приблизительно 0,00076 %.

Запись формулы (*) в виде $\phi \approx \frac{\sqrt{5}\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}\sqrt{3}}$ и $\bar{\phi} \approx \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}\sqrt{5}}$ подчеркивает многогранность проявления в ней ключевых факторов $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{\pi}, \sqrt{5}$ и собственно единицы или $\sqrt{1}$.

Кстати, что касается второго соотношения $\phi \approx \sqrt{\frac{5\pi}{6}} \approx \frac{7\pi}{5e}$, т.е. $\phi \approx \frac{7\pi}{5e}$ все же его ранее В. ван Дорна получил И.С. Ткаченко, ссылаясь на свою публикацию [4].

Источники

1. *Шенягин В.П.* Одномерные аналоги сферического пространства и динамическое число Пи // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 20185, 12.02.2015. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162421.htm.

2. *Ткаченко И.С.* Числа π, е, ф объединены соотношением 7π = 5еф с точностью до четвертого знака // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 17042, 30.11.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322057.htm.

3. *Weisstein, Eric W.* "Golden Ratio Approximations." From MathWorld – A Wolfram Web Resource. – http://mathworld.wolfram.com/GoldenRatioApproximations.html.

4. *Ткаченко І.С.* Про деякі зв'язки чисел π, е (число Ейлера), γ (стала Ейлера), φ (Золотий перетин), 10 та інші // Вісник Львівського фінансово-економічного інституту. – 2002. – №3. – С. 104–107.