

УТОЧНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТОРНАДО

Аннотация.

Последовательное применение 3 закона Ньютона для вихревого движения для отдельных элементов торнадо (хобота и периферии, элементарных вихрей в слоях потока, элементарных вихрей в соседних кольцах хобота) позволяет математически описать функциональные зависимости, между отдельными элементами торнадо.

Стабильность существования торнадо обеспечивается его нестабильностью. Ведь он должен расти как в высоту, так и в ширину. А ведь где-то он обязан брать элементарные вихри для того, чтобы увеличить число колец из элементарных вихрей как в хоботе, так и на периферии. А для этого ему требуется организовать для них хранилище, из которого элементарные вихри и будут взяты. Официального склада, где элементарные вихри могут храниться до возникновения надобности в них у торнадо, не существует.

Единственной возможностью у торнадо набрать нужное число элементарных вихрей это увеличить свою высоту. И этот запас вихрей пустить на создание нового кольца в хоботе и нового кольца на периферии. И конечно же останется какой-то излишек элементарных вихрей, который и сформирует что-то типа конуса. При этом надо учесть, что дополнительную массу элементарных вихрей вихрь Бенара может получить только в основании в котором среда из периферии переходит в хобот, затягивая при необходимости и среду извне вихря. Поэтому при преобразовании вихря Бенара грозовой тучи в торнадо конус и выглядывает из тучи вниз, что можно увидеть на рисунке, взятом из видика.



Рисунок 1

А т. к. новые кольца вихря требуют большего числа вихрей, то при последовательном выглядывании из тучи вихрь увеличивается в размере. Сформировав в дополнительных слоях нужное число элементарных вихрей, вихрь грозовой тучи пускает их на своё расширение и конус рис 1 раз за разом прячется в туче до момента достижения поверхности земли. После этого момента дополнительные слои по этой же нестационарной логике появляются сверху, чего нам не положено видеть: периферия торнадо тянет среду тучи вниз, а не вверх. А видимым вихрь делает влага тучи, что и не позволяет нам видеть не только дополнительные слои, но и само торнадо над тучей.

Эту ситуацию для торнадо можно изобразить следующим образом.

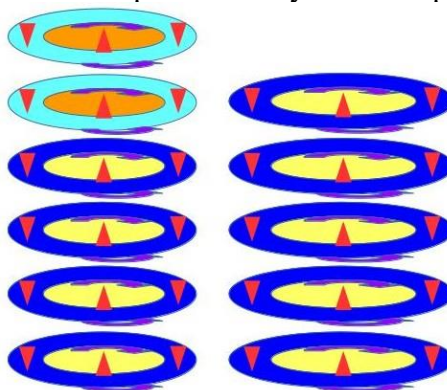


Рисунок 2

На рисунке изображены слои элементарных вихрей, отличающиеся цветом. Слои хобота двигаются вверх, периферии вниз, вращаясь при этом в противоположных направлениях. Слева показан «склад» дополнительных слоёв торнадо, элементарные вихри которого пошли на расширение торнадо. При этом торнадо к прежним размерам не вернулось, он не только расширился, но и подрос в высоту. Подобная ситуация наблюдается и при росте вихря грозовой тучи в направлении земли. Но при этом надо учитывать, что движение периферии вихря вниз сопровождается поглощением влаги из тучи. Воздух без влаги прозрачен. Поэтому часть колец периферии, освободившись от влаги становятся прозрачными и полностью слоёв мы не видим. И хотя вихрь после расширения немного подрос, но его подросшую часть мы также не видим, считая что вихрь спрятался в тучу полностью. Поэтому, как это видно на нижней части рисунка 1, прозрачная часть вихря уже достигла земли и вздыбила пыль, мы же видим только его окрашенную влагой часть и пыль внизу.

Но как же описать эту скачкообразную нестационарность торнадо? Элементарные вихри и по хоботу, и по периферии двигаются по спиралям под углом к вертикали. Следовательно у них есть вертикальная и горизонтальная составляющая движения. Вертикаль для нас неинтересна, т. к. трения скольжения при этом не возникает. В горизонтальном же направлении движения

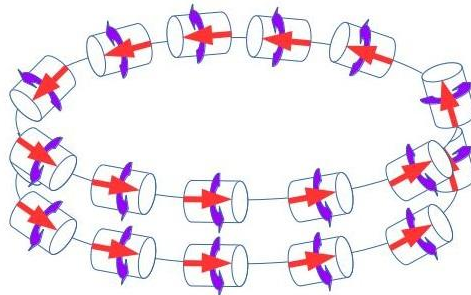


Рисунок 3

возникает трение скольжения между элементарными вихрями из соседних слоёв. По горизонтали рис 3 трения также не возникает, элементарные вихри двигаются в одном направлении. А вот по вертикали рис 3 трение скольжения возникает. Оно действует по касательной. И по правилу прецессии противодействующая сила действует в перпендикулярном направлении, увеличивая линейную скорость элементарных вихрей по окружности. Т.е. мы попадаем в ту же ситуацию, которую мы рассматривали ранее в хоботе для момента центростремительной силы.

$$dM/dr = F_{цс} dv/dr = F_{цс} \omega$$

где $F_{цс}$ центростремительная сила в вихре Бенара,
 ω угловая скорость вращения хобота вихря,
 v линейная скорость движения элементарных вихрей по окружности.

Но в рассматриваемой ситуации у нас не вложенные окружности по горизонтали, а параллельные окружности по вертикали. А т. к. растёт линейная скорость элементарных вихрей по окружности, то мы имеем дело с центробежной силой. И соответственно дифференцировать момент центробежной силы мы должны по высоте, т. е. по расстоянию между окружностями по вертикали. И в результате мы должны получить постоянную угловую скорость приращения вращения хобота от основания к вершине.

$$dM/dr = F_{цб} dv_{эв} / dh = F_{цб} \Delta\omega_x$$

где $F_{цб}$ центробежная сила в хоботе вихря Бенара,
 $\Delta\omega_x$ приращение угловой скорости вращения хобота вихря по вертикали,
 $v_{эв}$ линейная скорость движения элементарных вихрей по окружности.

В начальный момент при отсутствии запаса лишних элементарных вихрей мы имеем дело с идеальным вариантом вихря Бенара. Кинетическая энергия хобота переходит в вершине в энергию вращения периферии, а в основании идёт обратное преобразование. Энергия вращения хобота в вершине переходит в кинетическую энергию периферии, а в основании идёт обратное преобразование без изменения величины энергии. Торнадо начал складировать массу над своей вершиной. И тут же начинает появляться ускорение $\Delta\omega_x$ угловой скорости вращения хобота.

$$F_{цб} \Delta\omega_x = m_{i+1} v_{эв(i+1)} / m_i v_{эвi}$$

где $v_{эв(i+1)}$ и $v_{эвi}$ линейные скорости движения элементарных вихрей в параллельных слоях,
 m_{i+1} и m_i масса столбов из слоёв элементарных вихрей над идеалом.

А т. к. слои выбраны произвольно, то угловое ускорение постоянно в пределах складского помещения торнадо.

Таким образом, произведение центробежной силы на ускорение угловой скорости вращения, создаваемое складским помещением торнадо, равно отношению моментов количества движения, создаваемых соседними столбами слоёв элементарных вихрей в вертикальном направлении. Энергия вращения хобота переходит в кинетическую энергию периферии. Но увеличение энергии вращения хобота может идти только за счёт уменьшения кинетической энергии периферии, для которой ускорение имеет отрицательное значение.

Причём мы должны учитывать, что ликвидация торнадо своего склада сопровождается увеличением числа колец элементарных вихрей, как хобота, так и периферии. А мы знаем, что один слой периферии формируется всеми слоями хобота. Добавив одно кольцо на периферию, мы число элементарных вихрей в слое периферии увеличим более сильно по сравнению с увеличением их числа в хоботе. Поэтому добавив по кольцу в хобот и на периферию торнадо обязано увеличить и свою высоту. Ликвидация склада элементарных вихрей вновь перевела вихрь в идеальное состояние, в котором отсутствует угловое ускорение хобота (если пренебречь массой остаточного конуса, возникающего только над хоботом). Кстати, остаточный конус над хоботом возникает постоянно.

Центробежная сила создаётся разностью между угловыми скоростями периферии и хобота. А мы выяснили, что угловая скорость хобота увеличилась, что уменьшает разницу между угловыми скоростями вращения периферии и хобота. И как следствие уменьшается величина центробежной силы. Поэтому в уважающем себя торнадо

$$F_{цс} - F_{цб} = m_x \Delta\omega_x$$

величина центростремительной силы всегда больше величины центробежной силы. И не только торнадо, но и любой одиночный вихрь Бенара не может существовать без подпитки его энергией (к последовательности вихрей это не относится).

Но у нас остался ещё неисследованным вопрос связи между кинетикой движения и вращения. Рассмотрим одиночный слой элементарных вихрей, скажем, хобота.

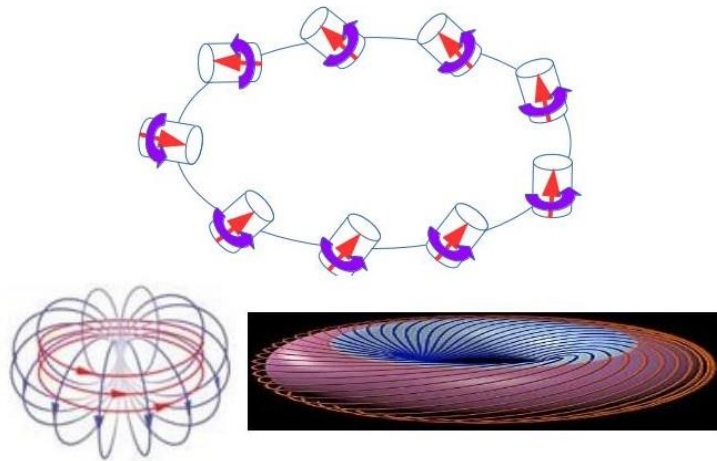


Рисунок 4

В нижней части рисунка размещён также вихрь Бенара (подобное вихревое образование академик Зельдович предложил назвать анаполем). В этом вихре также присутствуют два направления движения: вокруг окружности в центре тора (назовём вертикальным направлением вращения) и по образующей тора (горизонтальное направление вращения). Анаполь для физики интересен тем, что за его пределы ничего не выходит. Приложили мы силу в вертикальном направлении, противодействующая сила появится в горизонтальном направлении и за пределы анаполя не выйдет. Приложили мы силу в горизонтальном направлении противодействующая сила появится в вертикальном направлении.

Одиночный слой элементарных вихрей явно относится к этому же виду вихревых объектов. Возникновение силы в одном из направлений тут же скажется в образовании силы в перпендикулярном направлении. Мы только что рассмотрели формирование углового ускорения хобота. Но изменение величины горизонтальной составляющей движения элементарных вихрей не может не сказаться и на вертикальной составляющей их движения.

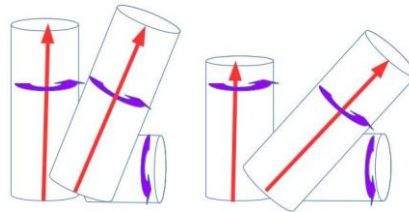


Рисунок 5

На рисунке показана проекция элементарного вихря на оси вращения. Т.е. увеличение кинетической энергии элементарного вихря может идти только за счёт уменьшения его энергии вращения и наоборот.

А чтобы не путаться в обозначениях, силы, действующие в пределах одиночного слоя элементарных вихрей обозначим иначе. В соответствии с рис 3 сила трения скольжения между соседними слоями элементарных вихрей возникает в вертикальном направлении. И в соответствии с правилом прецессии равная ей по величине противодействующая сила возникает в горизонтальном направлении. Вновь рассматривая выражение для момента как центростремительной, так и для центробежной силы,

$$dM/dr = F_{цс} dv/dr = F_{цс} \omega$$

мы можем записать

$$G_B \Delta v_B = G_T \Delta \omega_T$$

где G_B сила, действующая в одиночном слое элементарных вихрей в вертикальном направлении,

$G_T = F_{цс}$ сила, действующая в одиночном слое элементарных вихрей в горизонтальном направлении,

$\Delta \omega_B = v_x/h$ изменение угловой скорости вращения элементарных вихрей, возникающее в горизонтальном направлении,

Δv_B изменение осевой (аксиальной) скорости движения элементарных вихрей в вертикальном направлении,
 h расстояние между слоями в хоботе.

Таким образом, увеличение энергии вращения хобота в тангенциальном направлении сопровождается уменьшением его кинетической энергии в аксиальном направлении. Правда значительное изменение угловой скорости в тангенциальном направлении сопровождается небольшим изменением линейной скорости в аксиальном направлении.

Ранее же мы в работе [1] выяснили, что кинетическая энергия хобота переходит в вершине вихря в энергию вращения периферии.

$$m_x v_{xB}^2 / 2 = J_{\Pi} \omega_{\Pi B}^2 / 2$$

$$J_{\Pi} = m_{\Pi} (R^2 - r^2) / 2$$

где J_{Π} момент инерции периферии,

R радиус вихря по периферии,

r радиус хобота,

m_x масса хобота,

m_{Π} масса периферии,

v_{xB} осевая скорость движения хобота в вершине вихря,

$\omega_{\Pi B}$ угловая скорость вращения периферии в вершине вихря.

В основании же вихря кинетическая энергия периферии переходит в энергию вращения хобота.

$$m_{\Pi} v_{\Pi O}^2 / 2 = J_x \omega_{xO}^2 / 2$$

$$\omega_{xB} \neq \omega_{xO}, \quad v_{\Pi B} \neq v_{\Pi O}$$

где ω_{xO} угловая скорость вращения хобота в основании вихря,

ω_{xB} угловая скорость вращения хобота в вершине вихря,

J_x момент инерции хобота,

m_{Π} масса периферии,

$v_{\Pi O}$ осевая скорость движения слоя периферии в основании вихря,

$v_{\Pi B}$ осевая скорость движения слоя периферии в вершине вихря.

Центростремительная сила определяется следующим выражением.

$$F_{\Pi C} \psi_{oc} = m_x v_x / m_{\Pi} v_{\Pi}$$

где $F_{\Pi C}$ центростремительная сила в вихре Бенара,

ψ_{oc} угловая скорость вращения в вихре в осевом направлении вокруг цилиндра, т. е. частота вращения хобота относительно периферии,

m_x масса элементарных вихрей хобота,

m_{Π} масса элементарных вихрей периферии,

v_x осевая скорость движения хобота,

v_{Π} осевая скорость движения периферии.

Центробежная сила определяется следующим выражением.

$$F_{\Pi B} \psi_{yc} = m_{\Pi} \omega_{\Pi} / m_x \omega_x$$

где $F_{\Pi B}$ центробежная сила в вихре Бенара,

ψ_{yc} угловая скорость вращения в вихре в тангенциальном направлении, т. е. частота вращения периферии относительно хобота,

ω_{Π} угловая скорость вращения периферии,

ω_x угловая скорость вращения хобота,

m_x масса элементарных вихрей хобота,

m_{Π} масса элементарных вихрей периферии.

И окончательно мы можем описать торнадо следующими соотношениями.

$$m_x v_{xB}^2/2 = J_{\Pi} \omega_{\Pi B}^2/2 \quad (1)$$

$$m_{\Pi} v_{\Pi O}^2/2 = J_x \omega_{xO}^2/2 \quad (2)$$

$$F_{\Pi C} - F_{\Pi B} = m_x \Delta \omega_x \quad (3)$$

$$G_B \Delta v_B = G_{\Gamma} \Delta \omega_{\Gamma} \quad (4)$$

$$F_{\Pi C} \psi_{oc} = m_x v_x / m_{\Pi} v_{\Pi} \quad (5)$$

$$F_{\Pi B} \psi_{yc} = m_{\Pi} \omega_{\Pi} / m_x \omega_x \quad (6)$$

Литература.

[1] В.С. Букреев, Математическая модель торнадо // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.26270, 02.04.2020