С.Л. Василенко

# Деление пополам и золотая пропорция. Часть 10. Золотой гребешок

Блажен тот век, который древние назвали золотым ...
Жившие в ту пору люди не знали двух слов: твоё и моё.
Мигель де Сервантес, Дон Кихот

## Вместо вступления.

Тишина. Утренняя зорька. Водоем.

Практически идеальное оптически-зеркальное отражение водной глади, с вертикальной симметрией относительно горизонта.

Единственное проявление такой симметрии в природе, несмотря на то, что симметрия – основополагающий принцип самоорганизации материальных форм в природе.

Не случайно сакральный крест рассматривается как деление на божественное начало (вертикальная линия) и земное (горизонтальная линия).

Нам доподлинно известно, что отражение в воде – обман и зрительная иллюзия. Но всё равно восхищаемся этим феноменом. Как в детстве восторгались сказками.

Неизменно верим в то, во что хочется верить.

Бывает и не хочется, но вынужденно верим по инерции, под мощным давлением информационного пресса. В истории, религии, политике, пропаганде...

Ведь, если разобраться, то никакого «действа на самом деле» не существует.

События считаются произошедшими и воспринимаемыми нами только так, как они "преподнесены". Как о них рассказано и/или написано. Больше никак.

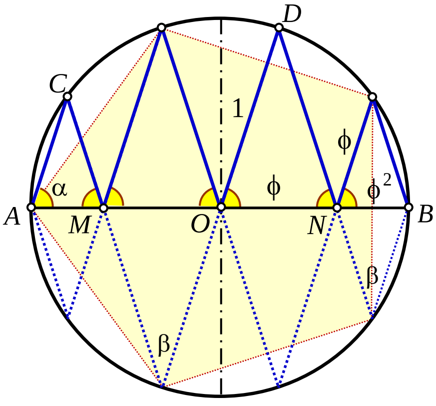
Земным бренным миром и общественным сознанием правят не события, а господствующие системообразующие мифы и легенды в виде интерпретаций этих событий, чаще в искривленном виде и запрограммировано-выгодном ракурсе.

Отсюда кругом постоянная ложь, вранье, фейки и т.п. Умышленное искажение истории, передергивание фактов, продвижение надуманных нарративов.

Точными (истинными) на сегодня остаются лишь четкие математические образы, объекты. И то в пределах принятой аксиоматики, которая играет такую же роль, как и мифы о событиях. Правда, более скромно, но весьма убедительно. Под влиянием коллективного разума ученых, способного к самоадаптации. Именно поэтому наше кредо: от пропитанной ложью политической трескотни – к достоверной геометрии золотого сечения.

## Золотая гребенка.

В полукруге проведено 8 отрезков под одинаковым углом $\pm\alpha$, образуя подобие гребенки (по материалам [1]). Найдем этот угол и др.




Без потери общности примем радиус полуокружности равной 1. Отрезки и полуокружность дополним симметричным отражением

Вписанный в окружность угол равен половине угловой меры дуги, на которую он опирается, поэтому:

$$CD = DB = 2\beta, \quad CB = 2\alpha = 4\beta \quad \rightarrow \quad \beta = \alpha/2;$$

$$2\alpha + \beta = 180^{\circ} \quad \rightarrow \quad \alpha = 360^{\circ}/5 = 72^{\circ}, \; \beta = 36^{\circ}.$$

Таким образом, каждый из треугольников гребенки – равнобедренный золотой.

Основание и боковая сторона находятся в золотом отношении с константой $\phi = \Phi^{-1}$.
Отрезки на диаметре также образуют пропорцию

$$\frac{AN}{AO} = \frac{AO}{MO} = \frac{MO}{AM} = \Phi .$$

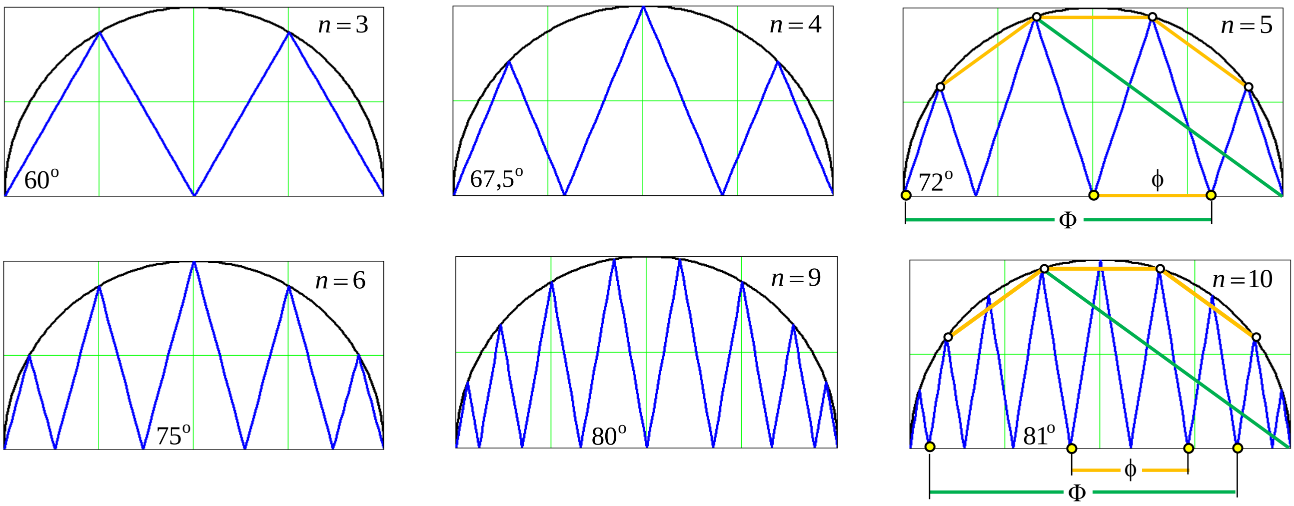
Или в нашей традиционной записи: $O = g(AN)$, $M = g(OA)$.

Золотой треугольник замечателен уникальным соотношением углов $\underline{2:2:1}$.
Соединение точек на окружности через одну дает правильный пентагон.
Его диагональ равна $\sqrt{4-\phi^2}$ , сторона – $\phi\sqrt{4-\phi^2}$ .

*Обобщение*. Полуокружность делится на $n$ равных частей.

Количество зубцов на полуокружности $z = n - 1$. Углы $\alpha = 90^{\circ} \cdot \dfrac{n-1}{n}$, $\beta = \dfrac{180^{\circ}}{n}$ .

Отрезки, соединенные через одну точку, образуют правильный $n$-угольник.
Вот так выглядят отдельные примеры, включая золотые проявления.




Похожие аналогии просматриваются на плоскости между точками, соединенными между собой прямыми линиями.

### Точки на плоскости.

На плоскости задано $n$ точек. Между каждой из них и парой других можно построить угол. Количество таких пар равно числу сочетаний из $(n – 1)$ по 2, то есть $(n-1)(n-2)/2$.

Задача напоминает смешение-сочетание разных гребенок.

Общее количество всевозможных углов $n(n-1)(n-2)/2$ образует числовую последовательность 3, 12, 30, 60, 105 ... или (1+2), (3+4+5), (6+7+8+9), (10+11+12+13+14), ...

К слову, это константы магических квадратов (суммы строк, столбцов, диагоналей), заполненных числами от $0$ до $n^2-1$.

Среди углов всегда найдется наименьший $\alpha_n$ .

Его нижняя граница равна $0$.

Для определения верхней границы ограничимся расположением точек в вершинах выпуклого $n$-угольника.

Сумма внутренних углов $n$-угольника равна $\pi\cdot(n-2)$, поэтому один из его углов не превосходит $\pi(n-2)/2$. Диагонали делят его на $(n-2)$ угла, значит, один из них не превосходит $\pi/n$.

В этом случае минимаксная оценка $\alpha_{n\,\max} \le \pi/n$.

Точное равенство соответствует правильному $n$-угольнику.

Искомый угол образован стороной и короткой диагональю.

В частности, для пяти- и десятиугольника максимальное значение наименьшего угла $\alpha_n$ связано с константами золотого сечения:

$$\alpha_{5\,\max} = \pi/5 = 36^{\circ}, \ \cos 36^{\circ} = \Phi/2;$$

$$\alpha_{10\,\max} = \pi/10 = 18^{\circ}, \ \sin 18^{\circ} = \phi/2.$$

Двойка – неизменный спутник золотого сечения.

Как Санчо Панса – верный спутник и оруженосец Дон Кихота.

По гребешковой теме пока всё.

Не суть важно, что маловато. Не всегда количество перерастает в качество. По крайне мере так, как хотелось бы. – Окей.

*To be continued...*

**Литература:**

1. MindYourDecisions. Geometry. Clever method to solve a tricky geometry problem. – youtube.com/watch?v=DFPOUmdMJ2w.