

РАДИКАЛЬНАЯ МЕРА ГАРМОНИИ И ЕЕ ЧИСЛА

*Все есть число, а геометрия
есть познание всего сущего.*

Пифагор, Платон

Дискуссия вокруг познания законов о мерах гармоничного бытия явлений мира не утихает со времен Пифагора и Платона. В годы проявления множества глобальных и региональных кризисов и с возрождением древнего триалектического¹ метода познания, она возобновилась с новой силой.

Предыстория

Числа $1,6180339\dots(\Phi)$ и $0,6180339\dots(\phi)^2$ за удивительные их математические свойства получили многие названия: «золотые», «божественные», числа «золотой пропорции», числа «золотого сечения», «коды гармонии» и пр. Об истории открытия этих чисел, их математических свойств, их проявления в природной действительности и применении в математическом моделировании гармонии. За всю историю, от открытия числа $1,6180339\dots$, и до начала 3-го тысячелетия о его природе происхождения написаны многие сотни страниц. И, как бы уже все и всем его исследователям известно. Вместе с тем, по этим проблемам за последнее десятилетие написаны еще многие десятки научных статей, и даже объемные книги.

Почему?

Ответ прост. С развитием знания происходит приращение новых знаний о сущности и количественных мерах гармонии. Уточняются, а иногда философски переосмысливаются древние знания о началах математического моделирования гармонии. Например, на страницах сайта Академии Тринитаризма история происхождения чисел $0,618\dots$ и $1,618\dots$ многократно пересказывалась, уточнялась, как-то комментировалась С.К.Абачиевым, С.А.Алферовым, Грантом Аракеляном, О.Я.Боднаром, С.Л.Василенко, В.С.Беляниным, А.А.Корнеевым, Г.Я.Мартыненко, А.В.Никитиным, А.В.Радзюкевичем, И.Г.Рейляном, Б.Н.Розиним, Дарио Салас, Н.Ф.Семенютой, П.Я.Сергиенко, Э.М.Сороко, С.И.Сухоносом, А.П.Стаховым, А.С.Харитоновым, В.Д.Цветковым, О.А.Черепановым, Ю.Г.Черепахиным, А.Ф.Черняевым, И.Ф.Шевелевым, С.А.Ясинским и другими. Почти все перечисленные авторы в своих статьях излагают одну и ту же древнюю версию о природе происхождения чисел $0,6180339\dots$ и $1,6180339\dots$, которая переписывается из предыдущих энциклопедий в обновленные. Большинство, из вышеперечисленных авторов, в своих публикациях по существу излагают, комментируют и анализируют только те знания, которые даны, например, в Большой Советской Энциклопедии.

В предыдущих моих публикациях уже представлены принципиально новые дополнения к знаниям БСЭ и вышеперечисленных авторов о геометрической, алгебраической природе и радикальной мере числа $1,6180339\dots$ Ниже я попытаюсь внести некоторые уточнения и дать более углубленное толкование и понимание их сущности.

Принцип золотой пропорции между целым и частями.

Как отмечает президент Ноосферной общественной академии наук А.И.Субетто <http://trinitas.ru/rus/doc/0202/010a/02021143.htm> «Гармония – закон бытия любой целостности, закон бытия Космоса. Собственно говоря, мы и называем всю Вселенную, все Сущее в ней Космосом и только потому, что в них «царит» Гармония. Это понимали уже древнегреческие мыслители, особенно Пифагор, который пытался познать гармонию с помощью числа».

Гармония – единство красоты формы и меры целого и его частей. Красота гармоничного бытия целого и частей, как вещей действительности, проявляется в симметрии их форм, а мера – в количественных пропорциях соразмерности их форм.

¹ Триалектика – наука о всеобщих законах гармоничного развития природы, общества и мышления.

² Буквенные символы числовых значений $1,618\dots$ и $0,618\dots$ в работах автора.

Существует два вида гармонии: **статическая**, или *симметричная* гармония и **динамическая**, или *асимметричная* гармония. Первому виду присущи формы косной природы, а второму – живой. В косной природе преобладают *симметричные* формы бытия, а в живой природе – *асимметричные*. Поскольку граница между живым и косным относительна, то гармония форм бытия проявляется часто как синтез их симметрии и асимметрии, то есть проявляется в *спиральных* формах бытия.

Основополагающий **принцип гармонии** бытия вечно движущегося (вращающегося в себе самом, по Платону) Космоса *есть единство сохранения целого при изменении (развитии) его частей, где большая часть так относится к меньшей части, как целое – к большей части*.

Еще во времена Пифагора и Платона древние мыслители стремились математически расшифровать логику происхождения меры и величину числа данной пропорции, которой дали имя «золотая».

А) Традиционная логика расшифровки математической природы принципа золотой пропорции.

Знание принципа золотой пропорции исторически своими корнями уходит в до Платонову эпоху. Числовое выражение он получил значительно позже. Не будем ворошить историю. Заметим только то, что природа происхождения чисел 0,618... и 1,618... – математическая, которая сплошь и рядом проявляется в реальной действительности.

Откроем Словарь Большой Советской Энциклопедии:

«ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ - (золотая пропорция, деление в крайнем и среднем отношении, гармоническое деление), деление отрезка AC на две части таким образом, что большая его часть AC относится к меньшей BC так, как весь отрезок AB относится к AC (т. е. $AB : AC = AC : BC$). Приблизительно это отношение равно $5/3$, точнее $8/5$, $13/8$ и т. д.».

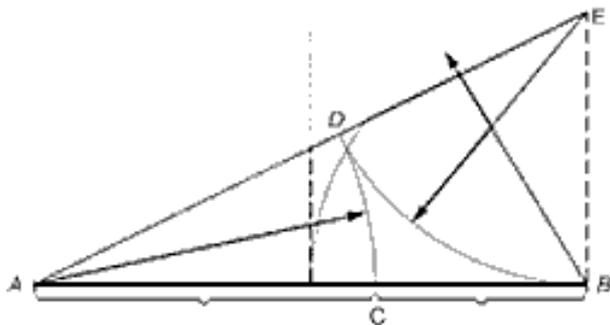
Здесь одним предложением раскрывается арифметическая, геометрическая, алгебраическая природа происхождения чисел 1,6180339... и 0,6180339... и смысл того, что подразумевается, когда мы употребляем понятие «золотое сечение». Ниже, вместо слов «золотое сечение» и «золотая пропорция» в тексте употребляется ЗС и ЗП. Тем не менее, в этой связи некоторые исследователи умудряются писать многостраничные статьи, например, о том, как следует понимать *деление в крайнем и среднем отношении*. В этой связи замечу об известном со школьной скамьи законе: *произведение крайних членов пропорции равно произведению средних*. Различают два вида числовых пропорций: *арифметическая* и *геометрическая*.

Геометрическая числовая пропорция отличается от арифметической тем, что два числа пропорции (крайних или средних) равны между собой и их произведение – это квадрат одного и того же числа.

Много веков известен так же метод построения чисел арифметической и геометрической пропорций с помощью циркуля и линейки без делений. При этом раствор циркуля полагают *единичной мнимой* мерой, которая по масштабам измерения относительно с другими условными мерами может быть сколь угодно велика и сколь угодно мала.

В Словаре БСЭ одним рисунком демонстрируется две версии происхождения чисел 1,6180339... и 0,6180339...: одна – посредством геометрического построения чисел с помощью циркуля и линейки, другая – посредством их алгебраического вычисления:

«**Геометрическое построение чисел золотого сечения** отрезка AB осуществляется так: в точке B проводят перпендикуляр к AB, откладывают на нём отрезок $BE = 1/2AB$, соединяют A и E, откладывают $ED = EB$ и, наконец, $AC = AD \dots$ ».



Очевидно, что в результате данного построения мы получаем **прямоугольный треугольник**, где AB и BE – катеты, AE – гипотенуза.

Следовательно, в согласии с рисунком БСЭ, осуществлено золотое пропорциональное деление на две части, не произвольного отрезка прямой, а **осуществлено деление длины большего катета мерой длины меньшего**

катета, которая задана в построении, как половина большего катета, посредством наложения ее на гипотенузу и последующим вычислением результатов деления («сечения») гипотенузы и делимого катета.

Из данного алгоритма построения очевидно, если катет $BE = 0,5AB$, то $AB = 1$, если $BE = 1$, то $AB = 2$ и т.д. Когда $AB = 1$ то, в согласии с теоремой Пифагора, $AE = 1,1180339\dots$, $AC = AD = 0,6180339\dots$, $CB = 0,3819661\dots$ Когда $AB = 2$, то $AE = \sqrt{5} = 2,2360679\dots$, $AC = AD = 1,2360679\dots$, $CB = 0,7639321\dots$ Когда $AB = 3$, то $AE = 3,3541019\dots$, $AC = AD = 1,8541019$, $CB = 1,1458981\dots$ Когда, $AB = 27$, то $AE = 30,186917\dots$, $AC = AD = 16,686917\dots$, $CB = 10,313083\dots$ и т.д.

Следовательно, отношения $AB : AC = AC : BC = 1/0,6180339 = 0,6180339/0,3819661 = 2/1,2360679 = 1,2360679/0,7639321 = \dots = 27/16,686918 = 16,686918/10,313083 \dots = \Phi$. Таким образом, отрезки по масштабам являются разными, а числовая мера ЗС каждого из них – одна и та же. Некоторые исследователи данную закономерность не корректно именуют «обобщенные золотые сечения» и даже методом тавтологической комбинаторики выводят «обобщенное уравнение золотых пропорций» для разных чисел.

Алгебраическое вычисление чисел ЗС катета AB , как меры частей отрезка и как их соразмерности сводится к составлению и решению уравнения, исходя из вышеуказанного принципа ЗП, где $AC = x$, $AB = 1$. Из отношения ЗП: $x/1 - x = 1/x$ получаем уравнение $x^2 + x - 1 = 0$, положительный корень которого, $x = \phi$, где $BC = 1 - \phi = 0,3819661\dots = \phi^2$. Отсюда отношения $\phi^2/\phi = \phi/1 = \phi$, а обратные отношения $1/\phi = \phi/\phi^2 = \Phi$.

Резюме. Анализируемый энциклопедический алгоритм геометрического и алгебраического нахождения чисел ЗС, в конечном итоге сводится к вычислению *длин отрезков*, на которые делится больший катет прямоугольного треугольника, и вычисления *меры отношения* между длиной катета и длинами его частей, при условии, что известна относительная мера длины одного катета к другому.

Б) Логика расшифровки математической природы золотого сечения в работах П.Я.Сергиенко

Замечу, что логика моих исследований и решений выше перечисленных проблем, включая алгоритм решения <http://trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161570.htm> «Предложения 2.11», сформулированного в «НАЧАЛАХ» Евклида, существенно отличается от изложенной в БСЭ.. Чтобы убедиться этом, достаточно посмотреть на Рис.1.

Геометрические построения чисел ϕ и Φ осуществлены исходя из осмысления и переосмысления древних целостных представлений о мироздании Пифагора и Платона, о их понимании гармонично-фрактального самодвижения (саморазвитии) космоса:

«[Тело космоса] было искусно устроено так, чтобы получать пищу от собственного тления, осуществляя все свои действия и состояния в себе самом и само через себя... Ибо такому телу из семи родов движения он уделил соответствующий род, а именно тот, который ближе всего к уму и разумению. Поэтому он заставил его единообразно вращаться в одном и том же месте, в самом себе, совершая круг за кругом, а остальные шесть родов движения были устранены»³. (*Остальные шесть родов движений, как объясняется в примечании, – это вперед, назад, направо, налево, вверх и вниз, связанные с развитием деятельности органов живых существ, зависимых от окружающего мира).

В своих исследованиях феномена ЗС и природы его чисел я руководствовался результатами греческих геометров, которые доказали, что в шарообразное тело (космос Платона) с помощью циркуля и линейки можно встроить пять известных правильных многогранников, а так же построить их вокруг этого тела и вычислить их параметры в единицах меры радиуса.

В круговом вращении **радиус** (половина меры диаметра, как целостной меры круга) является всеобщей физической (*вещественной*) единицей меры и условно, с древних времен, обозначается числами: $r = 1$, $d = 2$. Следовательно, мера радиуса может быть так же мерой ЗС, то есть мерой числа Φ .

³ Платон. Собр. соч. в 4-х т. «Мысль», М., 1994. Т.3, с.436-437.

произведения иррациональной меры двух его сторон равно рациональному числу квадрата его стороны. То есть $1,4142135 \times 1,4142135 = (1,4142135)^2 = 2$

Заметим, все остальные, вписанные в круг правильные многоугольники, как многоугольники статической гармонии, общими числовыми свойствами квадрата и равностороннего треугольника не обладают, в том числе и *правильный пятиугольник*.

В этой связи возникли вопросы:

- Существует ли такой треугольник(и), у которого стороны не равны между собой, а отношение их длин (большая/меньшая) соответствует отношениям ЗП?
- Существует ли треугольник с разной длиной сторон, площадь которого делится на части, в согласии с принципом ЗП?
- Являются ли в данном случае две части делимого треугольника ему фрактальными?
- Какова алгебраическая природа и мера (число) такого деления (отношения) между сторонами и площадями делимого на фрактальные части треугольника?

Поиски ответа на данные вопросы заняли более пяти лет. Читатель об этом может почитать в десятках статей автора, например, в статьях: <http://trinitas.ru/rus/doc/0016/001b/00160156.htm>, <http://trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161422.htm>, <http://trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161570.htm> Коротко говоря, автору удалось с помощью циркуля и линейки построить треугольники в согласии с заданными выше вопросами (условиями). В этой связи рассмотрим числовые параметры и их отношения в треугольниках на Рис.1 (в историческом порядке их геометрического построения и вычисления автором):

$\Delta 0,2,4$ – прямоугольный треугольник, у которого:
гипотенуза 0-2 = 1; катеты 0-4 = 0,6180339...; 2-4 = 0,7861513...; площадь – 0,242934.
Отношение сторон $\Delta 0,2,4$: $1/0,7861513 = 0,7861513/0,6180339 = 1,2720196...$, где:
числа **1,2720196...** и **0,7861513...** – константы радикальной меры гармонии. То есть

$$\begin{aligned} 1,2720196 \dots &= \sqrt{1,6180339 \dots} = \sqrt{\Phi} \\ 0,7861513 \dots &= \sqrt{0,6180339 \dots} = \sqrt{\Phi} \end{aligned}$$

Покажем, что число $\sqrt{\Phi}$ является константой отношений сторон и площадей построенных гармоничных треугольников при их фрактальном делении. Для этого рассмотрим треугольники:

$\Delta 1,8,3$ – прямоугольный треугольник, у которого: гипотенуза 0-3 = 2;
катеты: 8-3 = 1,2360678...; 1-8 = 1,5723027...; площадь – 0,9717365...

Отношение сторон $\Delta 1,8,3$: $2/1,5723027 = 1,5723027/1,2360678 = \sqrt{\Phi}$.

$\Delta 1,8,3$ делится на фрактальные треугольники: $\Delta 1,8,10$ и $\Delta 10,8,3$. Рассмотрим их параметры.

$\Delta 1,8,10$ – прямоугольный треугольник, у которого: гипотенуза 1-8 = 1,5723027...;
катеты: 1-10 = 1,2360678...; 8-10 = 0,9717368...; площадь – 0,6006279.

Отношение сторон $\Delta 1,8,10$: $1,5723027/1,2360678 = 1,2360678/0,9717368 = \sqrt{\Phi}$.

$\Delta 10,8,3$ – прямоугольный треугольник, у которого: гипотенуза 3-8 = 1,2360678...;
катеты: 8-10 = 0,9717368...; 10-3 = 0,7639322...; площадь – 0,3711704.

Отношение сторон $\Delta 10,8,3$: $1,2360678/0,9717368 = 0,9717368/0,7639322 = \sqrt{\Phi}$.

Отношение площадей, на которые делится $\Delta 1,8,3$:

$0,9717365/0,6006279 = 0,6006279/0,3711704 = \sqrt{\Phi}$.

Таким образом, дан ответ на первые три вопроса. Очевидно, что дальнейшее деление гармоничного треугольника на фрактальные части, в согласии с заданным алгоритмом (автором проверялось), подтверждает факт существования числовой константы радикальной меры гармонии равной числу $1,2720196... = \sqrt{\Phi}$.

Попутно хочу обратить внимание читателя так же на фрактальную закономерность в области числовых мер и отношений: $\dots = \sqrt{24} : \sqrt{12} = \sqrt{12} : \sqrt{6} = \sqrt{6} : \sqrt{3} = \sqrt{4} : \sqrt{2} = \sqrt{2} : \sqrt{1} = 1,4142135\dots$, которая требует специального исследования.

Алгебраическая природа радикальной меры гармонии и вычисление параметров сакрального треугольника.

Выше мы рассмотрели геометрическую природу происхождения константы радикальной меры от константы 1,6180339... В этой связи возникает естественный вопрос об алгебраической природе (алгебраическом выражении) данной константы как единицы меры числовой и геометрической гармонии сторон, числовых мер их ЗС на части, общей меры отношений сторон и их частей совершенно неизвестного нам треугольника. Такому треугольнику я присвоил имя – **сакральный**, произвел его вычисление алгебраическим методом и геометрическое построение, вписав в построенный гармоничный эллипс <http://trinitas.ru/rus/doc/0016/001b/00161302.htm>.

Предположим, нам не известна числовая мера ни одной из сторон прямоугольного гармоничного треугольника. Мы предполагаем, что его гипотенуза численно равна произведению катетов.

Чтобы вычислить стороны, периметр и площадь прямоугольного гармоничного треугольника, применим следующий алгоритм действий:

- Обозначим больший катет треугольника буквой **X**, а меньший катет \sqrt{X} . Тогда гипотенуза, согласно предполагаемому условию, будет равна $X\sqrt{X}$.
- В согласии с теоремой Пифагора (квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов), составим алгебраическое уравнение и решим его:

$$\begin{aligned}(X\sqrt{X})^2 &= (X)^2 + (\sqrt{X})^2; \\ X^3 - X^2 - X &= 0; \\ X(X^2 - X - 1) &= 0.\end{aligned}$$

Решение уравнения $X^2 - X - 1 = 0$ дает нам положительный корень числа $X = 1,6180339\dots$, то есть числовую меру большего катета прямоугольного треугольника и числовую меру золотого сечения на гармоничные части его сторон, где:

$$X = 1,6180339\dots = 1 + 0,6180339\dots;$$

$$\sqrt{X} = \sqrt{1,6180339\dots} = 1,2720196\dots = 0,7861513 + 0,4858683$$

$$X\sqrt{X} = 2,0581708\dots = 1,2720195\dots + 0,7861513\dots$$

Последовательное отношение мер сторон и их частей в сакральном треугольнике:
 $2,0581708/1,6180339 = 1,6180339/1,2720196 = 1,2720196/1 = 1/0,7861513 = 0,7861513/0,4858683 = 1,2720196\dots = \sqrt{\Phi}$ - всеобщая радикальная мера их числовой гармонии.

Таким образом, в *сакральном треугольнике* его общая единица меры пространственных параметров, численно тождественна $\sqrt{X} = \sqrt{\Phi}$ единице меры их отношений. Данный факт

свидетельствует о том, что миру гармонии присущ принцип экономии (*наименьшего действия*) в области информационных функций.