СПИН-ТОРСИОННАЯ ФОРМУЛИРОВКА КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ И ПОЛЯ ИНЕРЦИИ

Шипов Г.И., Подоровская М.И.

http://shipov-vacuum.com

Введение

Со времени создания квантовой механики физика находится в кризисном состоянии, поскольку до сих пор между теоретиками идут споры о физической природе квантовых явлений. Уже в 1927 году ведущие теоретики разделились на две группы во главе с А.Эйнштейном и Н. Бором. Точка зрения А. Эйнштейна сводилась к тому, что квантовая механика в современном ее состоянии не является фундаментальной теорией, поскольку в ней потеряно образное мышление и, кроме того, она не согласуется с общим принципом относительности. Поэтому, согласно А. Эйнштейну, *квантовая механика не может служить отправной точкой для дальнейшего развития физики*, и существующее в настоящее время разделение физики на квантовую и классическую носит *временный* характер.

Дальнейшее развитие физики А. Эйнштейн видел в геометризации не только гравитационного поля, но и всех других физических полей, включая квантовые [1]. А. Эйнштейн считал, что правая часть (тензор энергии- импульса T_{ik}) его знаменитых уравнений

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik} \tag{1}$$

имеет феноменологическую (временную) природу и должна быть геометризирована**,** при этом сам тензор материи T_{ik} должен быть образован Единым Полем, «пока еще неизвестной природы [1]». С другой стороны, в астрофизических моделях, в которых рассматривается рождение Вселенной из вакуума, правую часть уравнений (1) образуют квантовые поля. Следовательно, Единое Поле «пока еще неизвестной природы» должно быть связано с квантовыми полями и по своим свойствам должно быть *более универсальным*, чем гравитационное поле.

В настоящее время существует около десятка различных формулировок квантовой теории вещества [2], но нас будут интересовать работы, в которых квантовая физика рассматривается как часть физики классической. Среди них наибольшее распространение получила гидродинамическая *модель Маделунга* [3], вдохновившая Л. де Бройля [4,5], Д. Бома [6], Т.Такабаяси [7] и других теоретиков на поиски детерминистической квантовой теории.

Согласно Э. Шредингеру, движение квантовой частицы массы m в силовом поле с потенциальной энергией U описывается (угаданным им) скалярным уравнением Шредингера следующего вида

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi+\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi-U\psi=0. \qquad (2)$$

Первоначально сам Э. Шредингер рассматривал комплексную волновую функцию ψ в уравнениях (1) как некоторое реальное физическое поле, однако в то время он не смог дать вразумительный ответ о физической природе этого поля, хотя абсолютно понятная физическая величина - плотность материи (массивной или заряженной) выражается через поле ψ известным образом

$$\rho_m=m\psi^*\psi\,,\qquad \rho_e=e\psi^*\psi. \qquad (3)$$

Эти соотношения показывают, что плотность материи в квантовой теории имеет полевую (в общем случае нелокальную) природу, а сама квантовая частица не может уже рассматриваться как пробная и имеет свое собственное поле «пока еще неизвестной природы».

Почти сразу после того, как Э. Шредингер опубликовал уравнение (2), Э. Маделунг «вывел» это уравнение, используя уравнение неразрывности для плотностей (3). Действительно, из закона сохранения заряда (или массы)

$$\frac{de}{dt}=\frac{d}{dt}\int\rho_e\,dV=\int\left(\frac{\partial\rho_e}{\partial t}+div\,\vec{j}_e\right)dV=0\,,\quad dV=dxdydz\,, \qquad (4)$$

следует (гидродинамический) аналог уравнения неразрывности для заряженной материи

$$\frac{\partial\rho_e}{\partial t}+div\,\vec{j}_e=0,\;\;\vec{j}_e=\rho_e\vec{v}\,. \qquad (5)$$

Это, нелинейное относительно комплексного поля ψ , уравнение может быть представлено в виде двух линейных комплексных уравнений Шредингера [8]

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi+\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi-U_e\psi=0,\qquad i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi^*-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi^*+U_e\psi^*=0\,, \qquad (6)$$

где U_e - потенциальная энергия взаимодействия заряда e с внешним электромагнитным полем.

Используя формулы Планка $E=\hbar\omega$ и Эйнштейна $\vec{p}=\hbar\vec{k}$ Л.де Бройль представил поле ψ в виде

$$\psi(\vec{x},t)=\psi_0\exp\left(-\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{x}-Et)\right)=\psi_0\exp\left(\frac{i}{\hbar}S\right), \qquad (7)$$

которое он первоначально рассматривал также как некоторое реальное поле. В (7) под знаком экспоненты стоит действие $S=Et-\vec{p}\vec{x}$ свободной частицы. Однако, Шредингер и де Бройль впоследствии (под давлением копенгагенской школы) отказались от такой трактовки. Действительно, гораздо проще представить соотношения (3) в виде

$$\rho_m = m\psi^*\psi = m\rho = m|\psi|^2 , \qquad \rho_e = e\psi^*\psi = e\rho = e|\psi|^2 \tag{8}$$

и рассматривать величину

$$\rho(\vec{x},t) = \psi^*\psi = |\psi|^2 \tag{9}$$

как плотность вероятности найти (точечную) частицу в данной точке пространства в данный момент времени. В общем случае, волновые функции ψ, в соотношении (9), образуют волновой пакет, который (для простоты) мы представим в одномерном случае как набор плоских волн

$$\psi(A,x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-A}^{A} e^{ikx} dk , \quad \psi^*(A,x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-A}^{A} e^{-ikx} dk , \tag{10}$$

В пределе

$$\lim_{A\to\infty} \psi^*(A,x)\psi(A,x) = \psi^*(x)\psi(x) = \delta(x) , \tag{11}$$

пакет плоских волн стягивается в точку (в выражении (11) $\delta(x)$ - одномерная дельта функция Дирака). Соотношение (11) породило двоякое толкование квантовой частицы, наделив ее свойствами плоской волны де Бройля (7) и точечной частицы одновременно (корпускулярно-волновой дуализм). Эти два предельных представления волнового пакета Л. де Бройль пытался объединить [5], связывая с точечной (сингулярной) частицей «несущую ее волну» (7). С течением времени стало ясно, что этот подход является ошибочным, поскольку, как отмечал А. Эйнштейн, в полевой теории нет места сингулярности, в которой уравнения поля (в данном случае уравнения Шредингера (6)) неопределенны.

«Классические» параметры, такие как координата или импульс, протяженного в пространстве волнового пакета, состоящего из волн де Бройля, мы теперь будем вычислять по формулам

$$<\vec{x}> = \int \psi^* \hat{\vec{x}} \psi \; dV , \quad <\vec{p}> = \int \psi^* \hat{\vec{p}} \psi dV = -i\hbar \int \psi^* \frac{\partial}{\partial \vec{x}} \psi dV , \tag{12}$$

рассматривая плотность (9) как распределения этих величин. П. Эренфест доказал теорему о том, что уравнения движения центра масс протяженного волнового пакета можно записать в виде [10]

$$\frac{d}{dt} \int \psi^* \hat{\vec{p}} \psi dV = -\int \psi^* \nabla U \psi dV . \tag{13}$$

Если использовать определения (12), то из (13) для центра масс мы получаем (приближенно, когда волновой пакет близок к «точечному» виду (11) и энергия частицы велика) уравнения

$$d(m<\vec{v}>)/dt=-<dU/d\vec{x}>\,, \qquad (14)$$

совпадающие с уравнениями механики Ньютона для пробной частицы. Таким образом, мы опять приходим к выводу, что квантовая частица не локальна, имеет протяженную полевую природу и, при движении во внешнем поле, не может рассматриваться как пробная. Копенгагенская трактовка волновой функции в (9) возникла из-за того, что поле ψ нормировано на единицу и плотность $\rho(\vec{x},t)=\psi^*\psi=|\psi|^2$ всегда положительна.

Работы Э. Шредингера, Л. де Бройля, Э. Маделунга, П. Эренфеста дают нам представление о квантовой частице (без спина) как трехмерном полевом клубке, состоящем из набора плоских волн де Бройля. Этот полевой клубок (деформируясь при взаимодействии) ведет себя как единое целое. Он, подобно капле ртути, может принимать различную форму, обтекая препятствия и интерферируя сам с собой. Для такого объекта копенгагенская трактовка, основанная (неявно) на представлении о квантовой частице как о точке, теряет смысл ввиду его протяженности, поэтому поиск физического поля, порождающего волновую функцию ψ, не лишен смысла. Возможно, эти соображения заставили Л.де Бройля, Д. Бома и Т.Такабаяси в начале 50-тых годов прошлого столетия вернутся к поиску интерпретации квантовой механики в терминах классической физики [6,7]. Их подход базируется на «гидродинамической» модели Э. Маделунга, в которой «нефизическая» комплексная функция ψ выражается через две действительные: плотность (9) и действие S. После подстановки в уравнение Шредингера (2) волновой функции, записанной в виде

$$\psi(\vec{x},t)=\sqrt{\rho(\vec{x},t)}\,\exp(iS(\vec{x},t)/\hbar)\,, \qquad (15)$$

и плотности вероятности $\rho=\psi^*\psi=|\psi|^2$, получим

$$-\frac{\partial S}{\partial t}\psi+i\hbar\frac{1}{2\rho}\frac{\partial\rho}{\partial t}\psi-\frac{1}{2m}(\nabla S)^2\psi-U\psi+\frac{i\hbar}{2m}\nabla^2S\psi+\frac{i\hbar}{2m}\left(\frac{1}{\rho}\nabla\rho\right)(\nabla S)\psi+$$
$$+\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{1}{2\rho}\nabla^2\rho\right)\psi-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{1}{2\rho}\nabla\rho\right)^2\psi=0 \qquad (16)$$

или

$$\left(-\frac{\partial S}{\partial t}-\frac{1}{2m}(\nabla S)^2-U+\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{1}{2\rho}\nabla^2\rho\right)-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{1}{2\rho}\nabla\rho\right)^2\right)\psi+$$
$$+i\left(\hbar\frac{1}{2\rho}\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\hbar}{2m}\nabla^2S+\frac{\hbar}{2m}\left(\frac{1}{\rho}\nabla\rho\right)(\nabla S)\right)\psi=0\,. \qquad (17)$$

Приравнивания реальную часть этого соотношения к нулю, находим уравнение, подобное уравнению Гамильтона-Якоби для функции действия S

$$\frac{\partial S}{\partial t}+\frac{(\nabla S)^2}{2m}+U+Q=0\,, \qquad (18)$$

где

$$Q=\frac{\hbar^2}{2m}\left(\left(\frac{\nabla\rho}{2\rho}\right)^2-\frac{\nabla^2\rho}{2\rho}\right)=-\frac{\hbar^2}{4m}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}-\frac{(\nabla\rho)^2}{2\rho^2}\right)=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\Delta|\psi|}{|\psi|}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\Delta\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \qquad (19)$$

- квантовая потенциальная энергия. Здесь мы учли соотношение (9). Приравнивая мнимую часть (17) к нулю, имеем

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{1}{m}\rho\nabla^2 S+\frac{1}{m}(\nabla\rho)(\nabla S)=0 \qquad (20)$$

или, учитывая известное соотношение

$$\vec{v}=\nabla S/m\ , \qquad (21)$$

получаем из (20) уравнение неразрывности для плотности (9)

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla(\rho\vec{v})=0. \qquad (22)$$

Применяя к уравнениям (18) оператор ∇/m, и опять учитывая (21), получаем уравнения движения «квантовой жидкости» с плотностью (9)

$$\rho\frac{d\vec{v}}{dt}=\rho\left(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\vec{v}\nabla\vec{v}\right)=-\frac{\rho}{m}\nabla U-\frac{\rho}{m}\nabla Q. \qquad (23)$$

Таким образом, в модели Маделунга одно комплексное линейное по ψ уравнение (2) эквивалентно двум уравнениям (22) и (23) для действительных функций ρ и $\vec{v}$.

Если мы умножим уравнения (22) и (23) на массу $m=const$ и введем плотность материи

$$\rho_m=m\psi^*\psi \qquad (24)$$

то мы получим уравнения «квантовой гравитирующей жидкости»

$$\frac{\partial\rho_m}{\partial t}+\nabla(\rho_m\vec{v})=0, \qquad (25)$$

$$\rho_m\frac{d\vec{v}}{dt}=-\frac{\rho_m}{m}\nabla U_m-\frac{\rho_m}{m}\nabla Q, \qquad (26)$$

где $U_m=-mMG/r$ - потенциальная энергия гравитационного взаимодействия массы m с массой M источника поля. Сокращая уравнения (26) на ρ, получим уравнения движения (26) в виде

$$m\frac{d\vec{v}}{dt}=m(\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+\vec{v}\nabla\vec{v})=-\nabla\left(U_m-\frac{\hbar^2\Delta\sqrt{\rho_m}}{2m\sqrt{\rho_m}}\right)=-\nabla\left(U_m-\frac{\hbar^2\Delta\sqrt{\rho}}{2m\sqrt{\rho}}\right). \qquad (27)$$

Эти уравнения можно интерпретировать как движение центра масс «капли квантовой гравитирующей жидкости».

Уравнения Шредингера (2), а также уравнения (22) и (23), универсальны, и оба формализма можно применять для описания любых квантовых систем, например, для атома водорода, при этом получаются такие же результаты, как и при вычислении с помощью уравнения Шредингера [6]. Это доказывает эквивалентность уравнения (2) системе уравнений (22) и (23).

Уравнения (13) переходят в уравнения движения классической частицы в пределе $\hbar \to 0$, поэтому вся информация о квантовой структуре частицы содержится в квантовой потенциальной энергии (5). Из уравнений (13) также следует, что «каплю квантовой жидкости» невозможно рассматривать как точечную частицу, поскольку ее плотность материи ρ_m является протяженным объектом.

Здесь мы опять сталкиваемся с проблемой интерпретации волновой функции ψ как некоторого реального физического поля, связанного с протяженной квантовой частицей любой природы. Такая универсальность поля ψ указывает на всеобщий характер наблюдаемого явления. Из классической механики нам известно, что явление инерции универсально, поскольку силы инерции действуют в ускоренных системах отсчета [11]

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} \underbrace{-\underset{4}{m\vec{W}} - \underset{1}{m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]]} - \underset{2}{2m[\vec{\omega}\vec{v}]} - \underset{3}{m[\frac{d\vec{\omega}}{dt}\vec{r}]}}, \tag{28}$$

а результат их действия наблюдается в инерциальных системах (например, прецессия, нутация гироскопа). Из (28) видно, что 3 силы инерции – центробежная 1, Кориолиса 2 и связанная с ускоренным вращением 3, порождены пространственным вращением материи (вращением в углах Эйлера $\varphi_1(t),\ \varphi_2(t)\ ,\varphi_3(t)$). Четвертая сила

$$\vec{F}_4 = m\vec{W} = mc\frac{\overrightarrow{d(th\,\theta(t))}}{dt}$$

проявляет себя при вращении материи в пространственно-временных плоскостях [12] (вращение в псевдоевклидовых углах $\theta_1(t),\ \theta_2(t),\ \theta_3(t)$). В этой формуле c - скорость света. В теории поля силы инерции порождаются полями инерции, поэтому создание теории полей инерции является исключительно важной проблемой. Важно отметить, что описание сил и полей инерции требует введения пространства событий, состоящее из 4-х трансляционных координат x, y, z, ct и 6-ти вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2\ ,\varphi_3,\ \theta_1, \theta_2, \theta_3$.

В 1922 г. французский математик Э.Картан пришел к выводу, что вращение материи порождает кручение пространства, при этом в работе [13] он не дал точной аналитической связи между кручением пространства и физическим вращением. Для физика гипотеза Э.Картана означает, что существует связь между силами и полями инерции, порожденными вращением материи, и кручением пространства. В дифференциальной геометрии нам известны несколько типов пространств, обладающих кручением. Однако аналитическую связь между вращением материальных тел и кручением пространства удается установить с лишь помощью следующей формулы [12]

$$\Omega^i{}_j = \frac{d\chi^i{}_j}{ds} = T^i{}_{jk}\frac{dx^k}{ds} = \frac{De^i{}_a}{ds}e^a{}_j\ , \tag{29}$$
$$i, j, k... = 0,1,2,3, \qquad a, b, c... = 0,1,2,3\ .$$

В (29) Ω_{ik} - 4D скорость вращения тетрады $e^a{}_i$ (произвольно ускоренной четырехмерной системы отсчета, жестко связанной с материальным телом отсчета)

$$\Omega_{ij} = -\Omega_{ji} = \frac{1}{c^2}\begin{pmatrix} 0 & -W_1 & -W_2 & -W_3 \\ W_1 & 0 & -c\omega_3 & c\omega_2 \\ W_2 & c\omega_3 & 0 & -c\omega_1 \\ W_3 & -c\omega_2 & c\omega_1 & 0 \end{pmatrix}\ , \tag{30}$$

$d\chi_{ij} = -d\chi_{ji}$ - дифференциалы шести вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$,

$$ds = (g_{ik}dx^i dx^k)^{1/2} \tag{31}$$

- трансляционный интервал,

$$g_{jk} = \eta_{ab}e^a{}_j e^b{}_k\ , \quad \eta_{ab} = \eta^{ab} = diag(1 -1 -1 -1) \tag{32}$$

- координатный и локальный метрические тензора,

$$T^i{}_{jk} = -\Omega^{..i}{}_{jk} + g^{im}(g_{js}\Omega^{..s}{}_{mk} + g_{ks}\Omega^{..s}{}_{mj}) \tag{33}$$

- коэффициенты вращения Риччи (тензор конторсии пространства абсолютного параллелизма),

$$T^i{}_{[jk]} = -\Omega^{..i}{}_{jk} = -e^i{}_a e^a{}_{[k,j]} = \frac{1}{2}e^i{}_a\left(e^a{}_{j,k} - e^a{}_{k,j}\right), \quad {}_{,k} = \frac{\partial}{\partial x^k} \tag{34}$$

- кручение пространства абсолютного параллелизма [12] и D – ковариантный дифференциал относительно символов Кристоффеля, определяемых через метрический тензор (32) по правилу

$$\Gamma^i{}_{jk} = \frac{1}{2}g^{im}(g_{jm,k} + g_{km,j} - g_{jk,m}). \tag{35}$$

Кроме трансляционного интервала (31), который определен на множестве трансляционных координат x, y, z, ct, в геометрии абсолютного параллелизма на множестве вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ задана вращательная метрика [12]

$$d\tau^2 = d\chi^a{}_b d\chi^b{}_a = -De^a{}_i De^i{}_a = T^a{}_{bk}T^b{}_{an}dx^k dx^n\ , \tag{36}$$

определяющая бесконечно малый поворот. Геодезическое вращение тетрады описывается шестью уравнениями вида [12]

$$\frac{de^i{}_a}{ds}+\Delta^i{}_{jk}e^j{}_a\frac{dx^k}{ds}=\frac{de^i{}_a}{ds}+\Gamma^i{}_{jk}e^j{}_a\frac{dx^k}{ds}+T^i{}_{jk}e^j{}_a\frac{dx^k}{ds}=0\ , \tag{37}$$

где

$$\Delta^i{}_{jk}=\Gamma^i{}_{jk}+T^i{}_{jk}=e^i{}_a e^a{}_{j,k} \tag{38}$$

- связность геометрии абсолютного параллелизма.

Из уравнений (37) следуют уравнения движения начала O произвольно ускоренной четырехмерной системы отсчета

$$\frac{de^i{}_0}{ds}+\Gamma^i{}_{jk}e^j{}_0\frac{dx^k}{ds}+T^i{}_{jk}e^j{}_0\frac{dx^k}{ds}=0\ . \tag{38a}$$

Действительно выбирая вектор $e^0{}_i=dx_i/ds$ касательным к моровой линии, получим из (38a)

$$\frac{d^2x^i}{ds^2}+\Gamma^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}+\Omega^i{}_j\frac{dx^j}{ds}=0\ , \tag{39}$$

где 4D угловая скорость определяется соотношениями (29) и (30). В нерелятивистском приближении трехмерная часть уравнений (28) принимает вид

$$m\frac{dv_\alpha}{dt}=-\frac{\partial U}{\partial \vec{r}}+m\left(\underbrace{W_\alpha+2\omega_{\alpha\beta}v^\beta}_{4\qquad 2}\right),\qquad \alpha,\beta...=1,2,3, \tag{40}$$

где потенциальная энергия U определяется через g_{00} компоненту метрического тензора (32) следующим образом

$$U=\frac{mc^2}{2}\left(g_{00}-1\right)\ . \tag{41}$$

Сравнение уравнений (41) с уравнениями (28) показывает, что тензор конторсии (33) порождает поле инерции в релятивистском случае. Поскольку этот тензор образован кручением пространства абсолютного параллелизма

$$\Delta^i_{[jk]}=T^i{}_{[jk]}=-\Omega^{..i}{}_{jk}=e^i{}_a e^a{}_{[j,k]}\ , \tag{42}$$

то он был назван *торсионным полем*. Поэтому в дальнейшем мы будем называть тензор (33) либо *полем инерции*, либо торсионным полем. Одним из автором было показано , что поля инерции удовлетворяют системе вакуумных уравнений [12]

$$\nabla_{[k} e^a_{j]} + T^i_{[k\,j]} e^a_i = 0, \qquad (A)$$

$$R^i{}_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i{}_{|j|m]} + 2T^i{}_{s[k}\, T^s{}_{|j|\,m]} = 0. \qquad (B)$$

Эти уравнения могут быть представлены в виде расширенной системы уравнений Эйнштейна-Янга Миллса [12]

$$\nabla_{[k} e^a_{j]} + T^i_{[k\,j]} e^a_i = 0, \qquad (A)$$

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \nu\ T_{ik}\,, \qquad (B.1)$$

$$C^i{}_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = -\nu J^i{}_{jkm}\,, \qquad (B.2)$$

при этом тензор энергии-импульса T_{jm} в уравнениях (B.1) имеет геометрическую природу и выражается через поле инерции $T^i{}_{jm}$ следующим образом

$$T_{jm} = -\frac{2}{\nu}\left\{\left(\nabla_{[i} T^i_{|j|m]} + T^i_{s[j} T^s_{|i|m]}\right) - \frac{1}{2} g_{jm} g^{pn}\left(\nabla_{[i} T^i_{|p|n]} + T^i_{s[i} T^s_{|p|n]}\right)\right\}. \qquad (43)$$

В уравнениях Янга-Миллса (B.2) тензор тока $J^i{}_{jkm}$ также геометризирован и выражается через тензор энергии-импульса (43) (т.е. опять же через поле инерции) как

$$J_{ijkm} = 2g_{[k(i} T_{j)m]} - \frac{1}{3} T g_{i[m} g_{k]j}\,. \qquad (44)$$

Используя тензор (43), находим выражение для плотности материи

$$\rho = \frac{T}{c^2} = \frac{g^{jm} T_{jm}}{c^2} = \frac{2g^{jm}}{\nu c^2}\left\{\nabla_{[i} T^i_{|j|m]} + T^i_{s[j} T^s_{|i|m]}\right\}. \qquad (45)$$

Как и подобает вакуумным уравнениям, система вакуумных уравнений (A), (B) не содержит никаких физических констант. Физические константы (или функции) в этой системе появляются после интегрирования уравнений вакуума и применения к полученным решениям принципа соответствия с уже известными фундаментальными уравнениями физики.

В нашей работе мы покажем, что плотность энергии (45) в (квази)инерциальной системе отсчета принимает вид плотностей (8) и удовлетворяют основным уравнениям современной квантовой теории. Следовательно, поле инерции (33) оказалось тем самым Единым Полем «неизвестной природы», которое много лет искал А.Эйнштейн.

1.Полевая модель «точечной частицы»

Уравнения движения (39) описывают движение начала *O* произвольно ускоренной системы отсчета, при этом сила инерции

$$F^i{}_{iner} = mT^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = m\Omega^i{}_j\frac{dx^j}{ds} \qquad (46)$$

в этих уравнениях отлична от нуля. Система отсчета, в которой сила (46) обращается в нуль, мы будем называть ускоренной (квази)инерциальной системой. Приравнивая (46) к нулю и решая это уравнение, с учетом (34), находим

$$T_{ijk} = -T_{jik} = T_{jki} = -\Omega_{ijk} \ , \qquad (47)$$

т.е. *поле инерции в (квази)инерциальной системе отсчета отлично от нуля, антисимметрично по всем трем индексам и совпадает с кручением пространства абсолютного параллелизма.*

В (квази)инерциальной системе отсчета плотность материи (45) принимает простой вид

$$\rho = -\frac{1}{\nu c^2}T_s{}^{ji}T_{ji}{}^s = \frac{1}{\nu c^2}\Omega_s{}^{ji}\Omega_{ij}{}^s. \qquad (48)$$

Теперь мы можем (пока формально) записать следующие равенства, подобные равенствам (3)

$$\rho_\mu = \mu W = \mu\frac{1}{\nu\mu c^2}\Omega_s{}^{ji}\Omega_{ij}{}^s = \mu\frac{1}{\nu\mu c^2}|\Omega|^2 = \mu\psi^*\psi, \quad \rho_e = eW = e\frac{1}{\nu e c^2}|\Omega|^2 = e\psi^*\psi \ , \qquad (49)$$

где комплексные поля инерции

$$\psi = \left(\frac{1}{\nu\mu c^2}\right)^{1/2}\Omega\,, \qquad \psi = \left(\frac{1}{\nu e c^2}\right)^{1/2}\Omega\,, \qquad \int\psi^*\psi\, dV = 1 \qquad (50)$$

нормированы на единицу. Для того, чтобы определить значение множителя ν в уравнениях поля (B.1) и в соотношениях (50), нам необходимо решить систему уравнений (A), (B.1) и (B.2) для случая сферически - симметричной «точечной частицы».

Уже в первой работе по геометрии абсолютного параллелизма [14] было отмечено, что уравнения (B.1) могут быть решены с помощью метода Вайдя [15], Ньюмена-Пенроуза [16] или Дебнея-Керра-Шильда [17]. Далее, в 1993 г., в математической части книги [18] *была доказана теорема, что в спинорном базисе основные уравнения формализма Ньюмена-Пенроуза совпадают со структурными уравнениями (A), (B) геометрии абсолютного параллелизма* (см. также [12]). В силу этого обстоятельства, мы использовали спинорный формализм Ньюмена-Пенроуза для нахождения решений вакуумных уравнений (A), (B).

Рассмотрим, например, решение уравнений (A), (B.1) и (B.2) с переменной функцией источника, которое описывает сферически симметричный источник. В координатной системе трансляционных координат записанное в обозначениях формализма Ньюмена-Пенроуза, это решение имеет следующий вид [12]:

1. *Для компонент спинорной системы отсчета (для компонент обобщенных матриц Паули):*

$$\sigma^{i}{}_{0\dot{0}} = (0, 1, 0, 0), \quad \sigma^{i}{}_{1\dot{1}} = (1, U, 0, 0), \quad \sigma^{i}{}_{0\dot{1}} = \rho(0, 0, P, iP), \tag{51}$$
$$\sigma_{i}{}^{0\dot{0}} = (1, 0, 0, 0), \quad \sigma_{i}{}^{1\dot{1}} = (-U, 0, 0, 0), \quad \sigma_{i}{}^{0\dot{1}} = -\frac{1}{2\rho P}(0, 0, 1, i),$$

где

$$U(u) = -1/2 + \Psi^{0}(u)/r, \quad P = (2)^{-1/2}(1 + \zeta\bar{\zeta}/4), \; \zeta = x^{2} + ix^{3}, \tag{52}$$

а $\Psi^{0} = \Psi^{0}(u)$ - переменная функция источника.

2. *Для спинорных компонент торсионного поля* $T^{i}{}_{jk}$ *:*

$$\rho = -1/r, \; \alpha = -\bar{\beta} = \alpha^{0}/r, \quad \gamma = \Psi^{0}(u)/2r^{2}, \tag{53}$$
$$\mu = -1/2r + \Psi^{0}(u)/r^{2}, \quad \alpha^{0} = \zeta/4.$$

3. *Для спинорных компонент тензора Римана:*

$$\Psi_{2} = \Psi = -\Psi^{0}(u)/r^{3}, \; \Phi_{22} = \Phi = -\dot{\Psi}(u)/r^{2} = -\frac{\partial\Psi^{0}}{\partial u}\frac{1}{r^{2}}. \tag{54}$$

В (квази)сферических координатах

$$ct = x^{0} - \int dr/2U, \; r = x^{1}, \; \sin\theta = \frac{(\zeta\bar{\zeta})^{1/2}}{(1 + 1/4\zeta\bar{\zeta})}, \; tg\varphi = \frac{x^{3}}{x^{4}}, \tag{55}$$

трансляционная метрика

$$ds^{2} = g_{ik}dx^{i}dx^{k},$$

вычисленная с помощью формул

$$g_{ik} = \varepsilon_{AC}\varepsilon_{\dot{B}\dot{D}}\sigma_{i}{}^{A\dot{B}}\sigma_{k}{}^{C\dot{D}}, \tag{56}$$

$$\varepsilon_{AC} = \varepsilon^{AC} = \varepsilon_{\dot{B}\dot{D}} = \varepsilon^{\dot{B}\dot{D}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

и соотношений (51) , имеет вид

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\Psi^0(t)}{r}\right)c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Psi^0(t)}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)\,. \qquad (57)$$

Впервые трансляционная метрика такого вида была получена П. Вайдя [15]. При условии

$$\Psi^0(t) \to \Psi^0 = const\ ,$$

метрика (57) переходит в метрику, подобную метрике Шварцшильда.

Используя соответствие метрики (57) метрике Вайдя, находим

$$\Psi^0(t) = \frac{\mu(t)G}{c^2}\ , \qquad (58)$$

где $\mu(t)$ - переменная масса источника поля, излучающего массу (монопольное излучение). Используя (57) , мы можем определить множитель ν в уравнениях поля (B.1). Для этого рассчитаем тензор энергии-импульса материи (43) в уравнениях (B.1) с помощью соотношений (51) - (53)

$$T_{jm} = \rho_\mu c^2 l_j l_m = -\frac{2\dot{\Psi}^0(u)}{\nu\, r^2}\, l_j l_m, \quad \dot{\Psi}^0 < 0\ , \qquad (59)$$

где $l^m = \sigma^m{}_{0\dot{0}}$, $l_m l^m = 0$ - изотропный вектор. Опуская подробности, которые можно найти в работе [12] , запишем плотность материи в (59) в пределе

$\Psi^0(t) \to \Psi^0 = const$

$$\rho_\mu = \frac{8\pi\Psi^0}{\nu c^2}\delta(\vec{r}) = \mu\delta(\vec{r}), \qquad (60)$$

где $\delta(\vec{r})$ - 3D функция Дирака и $\mu = const$. Из (161) и (163) следует, что в этом предельном случае, в уравнениях (B.1)

$$\nu = \frac{8\pi G}{c^4}, \qquad (61)$$

и они описывают «точечный» 3D солитон, образованный торсионным полем. Заметим, что в описанном предельном случае полевая плотность (60) «сжата в точку» и равна нулю везде, кроме одной точки. Поэтому в чисто полевой теории, которая описывается уравнениями (A), (B.1) и (B.2), сингулярный источник внешнего поля представляет собой предельный случай, не соответствующий реальности. Тем не менее, во многих теоретических работах, «точечная модель» устойчивой частицы используется как единственно возможная. Таким образом, уравнения (B.1) переходят в уравнения Эйнштейна (1) при условии, что источник гравитационного поля является точечным с плотностью (60). Метрика (57), в этом случае, совпадает с метрикой Шварцшильда

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\mu G}{c^2 r}\right)c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\mu G}{c^2 r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)\ , \qquad (62)$$

и рассчитанная по формуле (41) потенциальная энергия оказывается равной

$$U_m = \frac{m\mu c^2}{2}\left(g_{00} - 1\right) = -\frac{m\mu G}{r} \quad . \qquad (63)$$

Используя (60) и (61), находим массу полевого источника как интеграл от поля инерции в виде

$$\mu = \int \rho_\mu (-g)^{1/2} dV = \frac{c^2}{4\pi G} \int g^{jm} \left\{ \nabla_{[i} T^i{}_{|j|m]} + T^i{}_{s[j} T^s{}_{|i|m]} \right\} (-g)^{1/2} dV . \qquad (64)$$

Кроме того, из соотношений (49) и (50) мы теперь имеем для массивной частицы

$$\rho_\mu = \mu W = \frac{c^2}{8\pi G\mu} \Omega_s{}^{ji} \Omega_{ij}{}^s = \frac{c^2}{8\pi G\mu} \mu |\Omega|^2 = \mu \psi^* \psi = \mu \delta(\vec{r}) . \qquad (65)$$

$$\psi = \left(\frac{c^2}{8\pi G\mu} \right)^{1/2} \Omega = \left(\frac{1}{4\pi r_g} \right)^{1/2} \Omega , \qquad \int \psi^* \psi \, dV = 1 . \qquad (66)$$

Соотношения (64) - (65) интересны тем, что они позволяют рассматривать волновой клубок поля инерции как волну и частицу одновременно подобно тому, как это имеет место в квантовой теории поля.

2. Проблема движения полей инерции

В общем случае динамика полей инерции описывается системой вакуумных уравнений (A) и (B). Однако, для начала, мы рассмотрим движение плотности материи (45), которая, определяется через поле инерции $T^i{}_{jk}$. Используя уравнения поля (B.1), возьмем ковариантную производную относительно символов Кристоффеля от левой и правой части этих уравнений. В результате получим равенство

$$\nabla_i (R^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} R) = \nu \ \nabla_i T^{ik} = 0. \qquad (67)$$

Доказательство этого равенства можно найти в книге [19].

Из (67) следует закон сохранения для тензора энергии-импульса

$$\nabla_i T^{ik} = 0. \qquad (68)$$

Пусть теперь наблюдатель находится в (квази)инерциальной системе отсчета и наблюдает движение сферически-симметричного полевого клубка, который описывается решением (51)-(57). В пределе, когда масса μ источника постоянна, мы имеем соотношения (65). Кроме того, уравнения (B.1) принимают вид уравнений Эйнштейна (1) в которых тензор энергии-импульса записан в виде

$$T^{ik} = \rho_\mu c^2 u^i u^k \ , \qquad (69)$$

где $u_i = dx_i / ds$ - единичный 4D вектор скорости. Подставляя тензор (69) в (68), имеем:

1) геометризированное уравнение непрерывности

$$\nabla_i(\rho_\mu u^i) = \partial_i(\rho_\mu u^i) + \rho_\mu u^n \Gamma^j{}_{nj} = 0\,; \qquad (70)$$

1) геометризированные уравнения, подобные гидродинамическим уравнениям Эйлера

$$\rho_\mu \frac{du^k}{ds} + \rho_\mu \Gamma^k{}_{mn} u^m u^n = 0; \qquad (71)$$

2) геометризированное уравнение для несжимаемой «жидкости»

$$\nabla_i \rho_\mu = \partial_i \rho_\mu = 0. \qquad (72)$$

Уравнения (70) и (71) описывают движение клубка поля инерции, плотность которого определяется (в общем случае) соотношением (45), в (квази)инерциальной системе отсчета достаточно использовать плотность, удовлетворяющую соотношениям (65), (66).

2.1 Уравнения Шредингера для поля инерции

Используя решение уравнений (A), (B) (51)-(57) в пределе, когда справедливы соотношения (65) и (66), получим в нерелятивистском приближении из уравнения (70)

$$\nabla_j(Wu^j) = \partial_j(Wu^j) = \partial_j W + div(W\vec{v}) = \frac{\partial \psi^* \psi}{\partial t} + div(\psi^* \psi\, \vec{v}) = 0. \qquad (73)$$

Уравнение (73) нелинейно относительно волновых функций ψ и ψ^*. Для линеаризации этого уравнения, используем подстановки Э. Маделунга [8]

$$\vec{v} = C\, grad\, \ln\frac{\psi}{\psi^*} = C\left(\frac{grad\psi}{\psi} - \frac{grad\psi^*}{\psi^*}\right), \quad \psi^*\psi\,\vec{v} = C(\psi^*\, grad\psi - \psi\, grad\psi^*),$$
$$C = const.$$

В результате подстановки, из (73) мы получим

$$\psi\left(\frac{\partial\psi^*}{\partial t} - C\Delta\psi^*)\right) + \psi^*\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + C\Delta\psi\right) = 0$$

или

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + C\Delta\psi\right) \Big/ \left(\frac{\partial\psi^*}{\partial t} - C\Delta\psi^*)\right) = -\frac{\psi}{\psi^*} = -\frac{f(\vec{x},t)\psi}{f(\vec{x},t)\psi^*}. \qquad (74)$$

Уравнение (74) распадается на два следующих

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}+C\Delta\psi+f\psi=0\ ,\qquad \frac{\partial\psi^*}{\partial t}-C\Delta\psi^*-f\psi^*=0\ , \tag{75}$$

где $f(\vec{x},t)$ - некоторая функция. Требуя соответствия уравнений (75) уравнениям квантовой механики, будем полагать, что нормированные на единицу поля инерции (66) представляют собой волны де Бройля

$$\psi=\psi_0\exp\frac{i}{\hbar}(Et-\vec{p}\vec{x}),\ \ \psi^*=\psi_0\exp\frac{-i}{\hbar}(Et-\vec{p}\vec{x})\ . \tag{76}$$

Тогда уравнений (75) мы получаем уравнения Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}+\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta\psi-U_\mu\psi=0\ ,\qquad i\hbar\frac{\partial\psi^*}{\partial t}-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta\psi^*+U_\mu\psi^*=0\ , \tag{77}$$

причем

$$2\mu C=\hbar/i\ ,\quad 2\mu Cf=U_\mu=-\mu MG/r\ ,$$

где U_μ - потенциальная энергия гравитационного взаимодействия массы μ с массой M и $f=iU_\mu/\hbar$. Напомним еще раз, что в нашем случае уравнения (77) описывают простейшую динамику полей инерции (торсионных полей), подчиняющихся уравнениям вакуума (A), (B.1) и (B.2).

Не составляет труда показать, что уравнения (71) в нерелятивистском приближении принимают вид

$$\rho_\mu\frac{d\vec{v}}{dt}=-\frac{\rho_\mu}{\mu}\nabla U_\mu\ . \tag{78}$$

Сравнивая эти уравнения с уравнениями (26), которые следуют из уравнений Шредингера, можно заметить, что в (78) отсутствует квантовая потенциальная энергия (19). В полученные ранее из уравнения непрерывности (70) уравнения Шредингера (77), квантовая константа $\hbar$ вошла после того, как мы отождествили поле инерции ψ в соотношениях (65),(66) с волной де Бройля (76). Однако этот прием не позволяет получить квантовую потенциальную энергию (19) в уравнении (71).

2.2 Геометризация квантовой потенциальной энергии

Квантовую потенциальную энергию (19) можно представить в виде

$$Q = -2s^2\nabla^2|\psi| / \mu|\psi| \tag{79}$$

где $s = \hbar / 2$ -спин квантовой частицы . Нам известно, что спин описывает собственное механическое вращение частицы, а решение (51)-(57) собственного вращения не описывает. Решение уравнений вакуума (A), (B), которое описывает полевой клубок поля инерции, обладающий собственным угловым моментом вращения, в координатной системе трансляционных координат

$$x^0 = u\ ,\quad x^1 = r\ ,\quad x^2 = \theta\ ,\quad x^3 = \varphi$$

имеет следующий вид [12]:

1. *Для компонент спинорной системы отсчета (для компонент обобщенных матриц Паули):*

$$\sigma^i{}_{0\dot{0}} = (0, 1\ , 0, 0),\quad \sigma^i{}_{1\dot{1}} = \rho\bar{\rho}(\Omega, -Y\ , 0, a),\quad \sigma_i{}^{0\dot{0}} = (1, 0\ , 0, -a\sin^2\theta),$$

$$\sigma^i{}_{0\dot{1}} = -\frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2}}(ia\sin\theta, 0\ ,1, i\operatorname{cosec}\theta),\quad \sigma^i{}_{1\dot{0}} = \bar{\sigma}^i{}_{0\dot{1}}, \tag{80}$$

$$\sigma_i{}^{1\dot{1}} = \rho\bar{\rho}(Y, (\rho\bar{\rho})^{-1}\ , 0, -a\sin^2\theta Y),\quad \sigma_i{}^{0\dot{1}} = -\frac{\bar{\rho}}{\sqrt{2}}(ia\sin\theta, 0\ , -(\rho\bar{\rho})^{-1}, i\Omega\sin\theta),$$

$$\sigma_i{}^{1\dot{0}} = \bar{\sigma}_i{}^{0\dot{1}}\ ,$$

где

$$\Omega = r^2 + a^2,\quad Y = \left(r^2 + a^2 - 2\Psi^0 r\right)/2\ ,\quad a = const\ ,\quad \Psi^0 = const. \tag{81}$$

2. *Для спинорных компонент торсионного поля:*

$$\rho = -(r - ia\cos\theta)^{-1}\ ,\ \beta = -ctg\,\theta\bar{\rho}/(2)^{3/2},\quad \alpha = \pi - \bar{\beta}\ ,\ \pi = ia\sin\theta\rho^2/(2)^{1/2}, \tag{82}$$

$$\gamma = \mu + (r + \Psi^0)\rho\bar{\rho}/2\ ,\ \mu = Y\rho^2\bar{\rho}\ ,\quad \tau = ia\sin\theta\rho\bar{\rho}/(2)^{1/2}.$$

3. *Для спинорных компонент тензора Римана*

$$\Psi_2 = \Psi = \Psi^0/\rho^3. \tag{83}$$

Компонента g_{00} имеет трансляционной метрики решения (80)-(84) имеет вид

$$g_{00} = 1 - \frac{2\Psi^0 r}{r^2 + a^2\cos^2\theta} \tag{84}$$

Метрика подобного вида известна в общей теории относительности как метрика Керра [20]

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\Psi^0 r}{r^2 + a^2\cos^2\theta}\right)c^2 dt^2 + \frac{4\Psi^0 ra}{r^2 + a^2\cos^2\theta}\sin^2\theta\, d\varphi\, cdt -$$
$$-\frac{r^2 + a^2\cos^2\theta}{r^2 - 2\Psi^0 r + a^2}dr^2 - (r^2 + a^2\cos^2\theta)d\theta^2 - \qquad (85)$$
$$-\left(r^2 + a^2 + \frac{2\Psi^0 ra^2}{r^2 + a^2\cos^2\theta}\sin^2\theta\right)\sin^2\theta d\varphi^2 \ .$$

Эта метрика описывает массивный источник гравитационного поля с массой M , имеющий собственный угловой момент (спин), определяемый через параметр Керра $a = const$. Нерелятивистскую потенциальную энергию взаимодействия массы μ с источником массы M , создающим метрику (85), можно рассчитать по формуле (41). На расстояниях

$$r >> a$$

и при совпадении оси вращения с осью Z , когда $\cos\theta = 1$, потенциальная энергия метрики (85) принимает вид

$$U = \frac{\mu c^2}{2}(g_{00} - 1) = -\frac{\mu c^2}{2}\frac{2\Psi^0 r}{r^2 + a^2\cos^2\theta} \approx -\mu c^2\frac{\Psi^0}{r} + \mu c^2\frac{\Psi^0}{r}\frac{a^2}{r^2} = U + Q_\omega \ . \qquad (86)$$

Первый член в правой части формулы (86) описывает потенциальную энергию кулон - ньютоновского типа, а второй – потенциальную энергию вращения источника поля. Расписывая уравнения движения (71) для плотности материи (65), мы получаем в нерелятивистском приближении

$$\rho_\mu \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\rho_\mu}{\mu}\nabla U_\mu - \frac{\rho_\mu}{\mu}\nabla Q_\omega, \qquad (87)$$

где

$$U = -\mu c^2\frac{\Psi^0}{r} = -\frac{\mu MG}{r} \ , \quad Q_\omega = \mu c^2\frac{\Psi^0}{r}\frac{a^2}{r^2} = \frac{\mu MG}{r}\frac{a^2}{r^2} \ . \qquad (88)$$

Предположим теперь, что $\mu = M$ (случай одной частицы с самодействием) и параметр Керра совпадает с комптоновской длинной волны квантовой частицы

$$a = \lambda = \hbar/\mu c, \qquad (89)$$

тогда, приравнивая Q_ω и Q , находим

$$\left(\nabla^2 + \frac{2\mu G}{c^2 r^3}\right)|\psi| = \left(\nabla^2 + \frac{r_g}{r^3}\right)|\psi| = 0, \tag{90}$$

где

$$r_g = \frac{2\mu G}{c^2} \tag{91}$$

- гравитационный радиус квантовой частицы. В формуле (88) потенциальная энергия самодействия

$$Q = Q_\omega = \frac{G}{r^3}\frac{\hbar^2}{c^2}\,. \tag{92}$$

имеет квантовую природу и оказываются конечной в силу существования у клубка поля инерции гравитационного радиуса (91).

Таким образом, движение клубка поля инерции, обладающего спином, в линейном приближении описывается уравнениями квантовой механики (76) , при этом квантовая динамика торсионного поля связана с проявлением его гироскопических (или инерционных) свойств.

3.Геометризация электромагнитных полей

Нерелятивистская потенциальная энергия (41) для решения (51)-(57) может быть использована для геометрического описания электромагнитных полей. Действительно, запишем компоненту g_{00} в виде

$$g_{00} = 1 + \frac{2U_e}{\mu c^2} = 1 - \frac{2Ze^2}{\mu c^2 r} = 1 + \frac{e}{\mu}\frac{2\varphi_e}{c^2}, \tag{93}$$

где $\varphi_e = -Ze/r$ - кулоновский потенциал для случая притяжения разноименных зарядов и

$$U_e = \frac{\mu c^2}{2}\left(g_{00} - 1\right) = -\frac{Ze^2}{r} \tag{94}$$

Релятивистское обобщение геометризированной потенциальной энергии (94) мы получим исходя из действия

$$S = -\mu c\int ds = \mu c\int \left(g_{ik}dx^i dx^k\right)^{1/2} = -\mu c\int \left(g_{ik}\frac{dx^i}{dt}\frac{dx^k}{dt}\right)^{1/2} dt = \int L dt\ , \tag{95}$$

где μ – масса частицы, c – скорость света, L – функция Лагранжа, g_{ik} – метрический тензор риманова пространства событий. В общем случае геометризированной электродинамики мы представим метрический тензор риманова пространства событий в виде [21]

$$g_{ik} = \eta_{ik} + ka_{ik}, \tag{96}$$

где $k = e/\mu$ – удельный заряд пробной частицы, a_{ik} – тензорный потенциал геометризированной электродинамики [21], η_{ik} – метрический тензор пространства Минковского и

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k \tag{96a}$$

- трансляционная метрика пространства.

Из формулы (96) видно, что, в отличии от теории гравитации Эйнштейна, в геометризированной электродинамике риманово пространство событий зависит от параметра $k = e/\mu$. Иными словами, мы используем для геометризации электромагнитного поля более общую *параметрическую риманову геометрию*. Из формулы (95) следует

$$L = -\mu c\left(g_{ik}\frac{dx^i}{dt}\frac{dx^k}{dt}\right)^{1/2} = T - U. \tag{97}$$

Здесь T – кинетическая энергия частицы и U – ее потенциальная энергия. На бесконечно большом расстоянии потенциальная энергия (94) обращается в нуль

$$L_\infty == T - U_\infty = T$$

и пространство событий на бесконечности становиться плоским. В результате, из (97) мы имеем

$$L_\infty = -\mu c\left(\eta_{ik}\frac{dx^i}{dt}\frac{dx^k}{dt}\right)^{1/2} = T, \tag{98}$$

а релятивистская потенциальная энергия может быть представлена как

$$U = L_\infty - L = -\mu c\left[\left(\eta_{ik}\frac{dx^i}{dt}\frac{dx^k}{dt}\right)^{1/2} - \left(g_{ik}\frac{dx^i}{dt}\frac{dx^k}{dt}\right)^{1/2}\right]. \tag{99}$$

3.1 Уравнения движения пробной заряженной частицы

В геометрии абсолютного параллелизма вариационная задача для действия (95) приводит к уравнениям геодезических (39) [12], которые, с учетом метрического тензора (96), можно записать как

$$\mu c\frac{d^2x^i}{ds^2} = \frac{e}{c}E^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} - \mu\Omega^i{}_j\frac{dx^j}{ds}, \tag{100}$$

где

$$E^i{}_{jk} = -\frac{c^2}{2} g^{im}(a_{jm,k} + a_{km,j} - a_{jk,m}) = -\frac{\mu c^2}{e}\Gamma^i{}_{jk} \qquad (101)$$

- сильное электромагнитное поле, $\mu\Omega^i{}_j dx^j / ds$ - электромагнитная сила инерции. В (квази)инерциальной системе отсчета уравнения (100) принимают вид

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} = \frac{e}{\mu c^2} E^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = -\Gamma^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}. \qquad (102)$$

Это и есть 4D релятивистски инвариантные уравнения электродинамики, которые можно использовать в сильных электромагнитных полях и при ультрарелятивистских скоростях. В отличии от уравнений движения линейной электродинамики Максвелла-Лоренца, уравнения (102):

а) инвариантны относительно локальной группы Пуанкаре [12];

б) содержат в качестве компонент электромагнитного поля величину $E_{jk}{}^i$, которая *не является тензором* относительно преобразований трансляционных координат x, y, z, ct;

в) нелинейны по скорости dx^k / ds;

г) умножая уравнения (102) на характерный параметр электродинамики $r_{кл} = e^2 / \mu c^2$ - классический радиус электрона, находим условие слабости поля в виде

$$\left| \frac{e^3}{\mu^2 c^4} E^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} \right| << 1 . \qquad (102a)$$

В случае слабых электромагнитных полей действие (95) можно представить как

$$S = -\mu c\int ds = \mu c\int \left(g_{ik}dx^i dx^k\right)^{1/2} = -\mu c\int \left(1 + ka_{ik}\frac{dx^i}{ds_0}\frac{dx^k}{ds_0}\right)^{1/2} ds_0 , \qquad (103)$$

где

$$ds_0 = (\eta_{ik}dx^i dx^k)^{1/2}, \quad \eta_{ik} = \eta^{ik} = diag(1 -1 -1 -1) \qquad (104)$$

- метрика псевдоевклидова (пустого) пространства. Электромагнитное поле, искривляющее пространство, считается слабым, если в (103) выполняется условие

$$\left| 1 + ka_{ik}\frac{dx^i}{ds_0}\frac{dx^k}{ds_0} \right| << 1 . \qquad (105)$$

Разделив правую и левую части равенства (96а) на ds^2 , получим

$$g_{ik}\frac{dx^i}{ds}\frac{dx^k}{ds}-1=0.$$

Умножая это уравнение на μ^2c^2, получим

$$g_{ik}p^i p^k-\mu^2c^2=0\ ,$$

$p^i=\mu c\ dx^i/ds$ - 4D импульс частицы. Поскольку импульс частицы определяется через действие S как

$$p^i=\frac{\partial S}{\partial x^i}\ ,$$

то мы можем записать

$$g_{ik}\frac{\partial S}{\partial x_i}\frac{\partial S}{\partial x_k}-\mu^2c^2=0\ . \tag{105a}$$

В результате мы получили запись уравнений (102) в виде уравнения Гамильтона-Якоби (105а).

3.2 Приближение векторного потенциала

При условии (105) пространство событий слабо искривлено и, вместо уравнений движения (102), мы можем использовать уравнения движения, подобные 4D уравнениям движения Лоренца классической электродинамики Максвелла-Лоренца

$$\frac{du^i}{ds_0}=\frac{e}{\mu c^2}F^{ik}u_k\ . \tag{106}$$

Действительно, распишем второй член в скобках в соотношении (103) в виде

$$\frac{e}{\mu}\left\{a_{00}\left(\frac{dx^0}{ds_0}\right)^2+2a_{\alpha 0}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0}+a_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\frac{dx^\beta}{ds_0}\right\},\ \ \alpha,\beta=1,2,3 \tag{107}$$

и введем обозначения

$$A_0=\frac{c^2}{2}a_{00}\frac{dx^0}{ds_0},\qquad A_\alpha=a_{\alpha 0}c^2\frac{dx^0}{ds_0}+\frac{c^2}{2}a_{\alpha\beta}\frac{dx^\beta}{ds_0},\qquad \alpha,\beta=1,2,3. \tag{108}$$

В результате соотношение (107) можно записать как

$$\frac{2e}{\mu}\left\{A_0\frac{dx^0}{ds_0}+A_\alpha\frac{dx^\alpha}{ds_0}\right\}=\frac{2e}{\mu c^2}A_i\frac{dx^i}{ds_0}\ ,\ \ i=0,1,2,3\ . \tag{109}$$

Подставляя (109) в (103), получим интервал риманова пространства в виде

$$ds = \left(1 + \frac{2e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0}\right)^{1/2} ds_0 \ , \qquad (110)$$

Теперь для слабых электромагнитных полей выполняется неравенство

$$\left| \frac{2e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} \right| << 1, \qquad (111)$$

поэтому в (110) мы можем написать

$$\left(1 + \frac{2e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0}\right)^{1/2} = 1 + \frac{e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} + \ldots \ , \qquad (112)$$

Ограничиваясь первыми двумя членами, запишем (110) как

$$ds = \left(1 + \frac{e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0}\right) ds_0 \ . \qquad (113)$$

Решая вариационную задачу для действия

$$S = -\mu c \int ds = = -\mu c \int \left(1 + \frac{e}{\mu c^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0}\right) ds_0 \ , \qquad (114)$$

мы получим уравнения (106) [21], где

$$F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^k} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -H_z & H_y \\ -E_y & H_z & 0 & -H_x \\ -E_z & -H_y & H_x & 0 \end{pmatrix} = -F_{ki} , \qquad (115)$$

при этом уравнения (106) имеют геометрическую природу и обращаются в уравнения движения свободной частицы

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{d^2 x^i}{ds^2{}_0} = \frac{d}{ds_0}\left(\frac{c}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \frac{v^\alpha}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right) = 0 \ , \qquad (115a)$$

если пространство событий становится плоским.

Умножая уравнения (106) на $r_{кл} = e^2/\mu c^2$ - классический радиус электрона , получим условие слабости электромагнитных полей в виде

$$\left| \frac{e^3}{\mu^2 c^4} F^{ik} \frac{dx_k}{ds_0} \right| << 1 \ .$$

В структурном виде это неравенство запишется как

$$\left|\frac{e^3}{\mu^2 c^4}\frac{F}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right| << 1 \ . \qquad (115a)$$

При нерелятивистских скоростях $v^2/c^2 << 1$ мы получаем из (115а) неравенство

$$E, H << \frac{\mu^2 c^4}{e^2} \approx 10^{16} \ ед.\ СГСЕ \ . \qquad (115b)$$

Важно отметить, что условие (115а) нарушается в гораздо более слабых электромагнитных полях, если частица движется во внешнем поле с ультрарелятивистскими скоростями, т.е. когда $v^2/c^2 \approx 1$.

Неравенство (115а) приводит нас к следующим выводам:

а) нерелятивистские уравнения классической электродинамики не применимы в сильных полях E и H, нарушающих неравенство (115b);

б) релятивистские уравнения классической электродинамики не применимы в слабых полях E и H, когда скорости частиц становятся ультрарелятивистскими.

Требуя соответствия кулоновского скалярного потенциала φ с компонентой A_0 4D потенциалу (108), находим в нерелятивистском приближении

$$\varphi = A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00}, \qquad (116)$$

откуда

$$a_{00} = \frac{2\varphi}{c^2}, \qquad (117)$$

В «слаборелятивистском» случае из (108) мы имеем

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00} \frac{dx^0}{ds_0} = \frac{\varphi}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \qquad (118)$$

что соответствует скалярному потенциалу в инерциальной системе отсчета, движущейся со скоростью v [21]. Ниже мы покажем, что в «слаборелятивистском» приближении 3D часть потенциала (108) имеет вид

$$A_\alpha = \frac{c^2}{2} a_{\alpha\alpha} \frac{dx^\alpha}{ds_0} = \varphi \frac{v^\alpha}{c\sqrt{1-v^2/c^2}} \ . \qquad (119)$$

Используя решение (51)-(57) вакуумных уравнений (A) и (B), потребуем, чтобы в пределе

$$\Psi^0(t) \to \Psi^0 = const$$

метрика (57) соответствовала соотношениям (93) и (94). Тогда метрика (57) принимает вид

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_e}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_e}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) , \qquad (120)$$

где

$$r_e = \frac{2Ze^2}{\mu c^2} = const \qquad (121)$$

- электромагнитный радиус.

Метрика (120) описывает ситуацию, когда электрон с массой μ и зарядом $-e$ движется (например) в поле ядра с массой $m >> \mu$ и зарядом $+Ze$, $Z = 1,2,3...$. Используя метрику (120) и уравнения движения (102), находим два интеграла движения:

1) закон сохранения полной энергии движущегося электрона

$$H = \mu c^2 \left(1 - \frac{2Ze^2}{\mu c^2}\frac{1}{r}\right)^{1/2} \frac{dx^0}{ds} = \mu c^2 \left(1 - \frac{2Ze^2}{\mu c^2}\frac{1}{r}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = const; \qquad (122)$$

2) закон сохранения орбитального момента

$$L = \mu r^2 \frac{d\phi}{ds} = const, \qquad (123)$$

где ϕ – азимутальный угол. Соотношения (122) и (123) показывают, что в геометризированной электродинамике существует ускоренное движение заряда с сохранением энергии, т.е. без излучения электромагнитных волн. Этот результат можно объяснить тем, что ускоренное движение заряда происходит в соответствии с уравнениями геодезических (102), которые в искривленном и закрученном пространстве абсолютного параллелизма являются кратчайшими, в то время как геодезические (100) оказываются прямейшими. Свободный заряд при равномерном и прямолинейном движении не излучает по той же причине. Его траектория есть геодезическая плоского пространства, в котором кратчайшей является прямая линия (она же прямейшая).

Отметим, что кратчайшие геодезические описывают стационарные орбиты при движении зарядов в поле центральных сил. Поэтому, в геометризированной электродинамике нет необходимости вводить постулат Бора о стационарных состояниях электронов в атомах. В нашем случае, этот постулат квантовой теории есть следствие геодезического движения в параметрическом пространстве абсолютного параллелизма.

4. Уравнения поля для сильных электромагнитных полей

Заметим, что в описанном предельном случае полевая плотность (45) «сжата в точку» и равна нулю везде, кроме одной точки. Поэтому, в чисто полевой теории, которая описывается уравнениями (A), (B.1) и (B.2), сингулярный источник внешнего поля представляет собой предельный случай, вообще говоря, не соответствующий реальности. Тем не менее, во многих теоретических работах точечная модель устойчивой частицы используется как единственно возможная. Таким образом, уравнения (B.1) переходят в уравнения Эйнштейна (1) при условии, что источник гравитационного поля является точечным с плотностью (60).

Проводя аналогичную операцию для случая геометризированной электродинамики на базе решения (51)-(57), мы получим из (B.1) уравнения поля геометризированной электродинамики

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi k}{c^4} T_{ik} \,, \tag{124}$$

динамики, где тензор Риччи определяется через сильное электромагнитное поле (101)

$$R_{jm} = R^{i}{}_{jim} = -2\frac{e}{\mu c^2} \partial_{[i} E^{i}{}_{|j|m]} + 2\frac{e^2}{\mu^2 c^4} E^{i}{}_{s[i} \, E^{s}{}_{|j|\, m]} = 0, \tag{125}$$

а тензор энергии-импульса источника поля имеет вид

$$T_{ik} = \rho_e c^2 u_i u_k \,, \qquad u^i u_i = 1. \tag{126}$$

Здесь плотность поля инерции $T^{i}{}_{jk}$ заряженной материи определяется как

$$\rho_e = ZeW = Ze\rho = Ze|\psi|^2 = Ze\frac{c^2}{8\pi k Ze} \Omega_s{}^{ji} \Omega_{ij}{}^{s} = \frac{c^2}{8\pi k Ze} Ze|\Omega|^2 = Ze\psi^* \psi = Ze\delta(\vec{r}), \tag{127}$$

причем

$$\psi = \left(\frac{c^2}{8\pi k Ze}\right)^{1/2} \Omega = \left(\frac{1}{4\pi r_e}\right)^{1/2} \Omega \,, \qquad \int \psi^* \psi \, dV = 1 \,. \tag{128}$$

4.1 Уравнения электромагнитного поля геометризированной электродинамики для слабых полей

Свертывая уравнения (124) с метрическим тензором g^{ik} и учитывая соотношение $g^{ik} g_{ik} = 4$, имеем

$$R = -\frac{8\pi}{c^4} \frac{e}{m} T, \qquad T = T^{i}{}_{i} \,. \tag{129}$$

Подставляя (129) в (124), запишем эти уравнения в виде

$$R_{ik} = \frac{8\pi}{c^4} \frac{e}{m} (T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T). \tag{130}$$

Следуя А.Фоку [22], мы потребуем для уравнений поля (130) выполнения:

1. условия слабости поля для тензора (96) в виде

$$\|ka_{ik}\| << \|\eta_{ik}\| = 1; \qquad (131)$$

2. условие гармоничности для единичной скорости u^i

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)u^i = 0, \qquad (132)$$

Первое из этих условий означает, что пространство событий мало отличается от плоского (пустого) пространства, а второе, что источники поля движутся с малыми ускорениями – почти прямолинейно и равномерно.

Применяя условие (131) к уравнениям (130), получим [23]

$$R_{ik} = -\frac{k}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{ik} = \frac{8\pi k}{c^4}(T_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}T). \qquad (133)$$

Отсюда для компоненты R_{00} имеем

$$R_{00} = -\frac{k}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{00} = \frac{8\pi k}{c^4}(T_{00} - \frac{1}{2}g_{00}T). \qquad (134)$$

Поскольку для слабого поля

$$T_{00} = \rho_e c^2\ , \quad g_{00} \approx 1\,, \quad T = \rho_e c^2\,, \qquad (134a)$$

то мы имеем из (134)

$$\frac{1}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{00} = -\frac{4\pi}{c^2}\rho_e\ . \qquad (135)$$

Умножая это соотношение слева на $c^2u^0 = c^2dx^0/ds_0$, получим

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_0 = -\frac{4\pi}{c}j_0\,, \qquad (136)$$

где

$$A_0 = \frac{c^2}{2}a_{00}u^0, \qquad j_0 = j^0 = \rho_e c u^0 = \rho c\ , \quad \rho = \rho_e\beta = \frac{\rho_e}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (136a)$$

и ρ_e – плотность источника поля в системе отсчета, где он покоится. Таким образом, потенциал (118) для слабых электромагнитных полей удовлетворяет уравнению (136).

В уравнении (136) мы считаем, что заряд источника Ze и «пробной» частиц e постоянны, и для них решение уравнений вакуума (51)-(57) приводит к метрике (120). В этой метрике тензор Риччи в уравнениях (130) , а, следовательно, и в уравнениях (133), обращается в нуль. Поэтому, уравнение (136), так же, как уравнения (133), справедливо во всем пространстве, кроме сингулярной точки, в которой определен «точечный» источник с плотностью (127). Далее, для метрики (120) трехмерная часть векторного потенциала (108) принимает вид (119). Вне источника поля уравнения (130) запишутся в виде

$$R_{ik} = -\frac{k}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{ik} = 0 \qquad (137)$$

или, записывая (137) покомпонентно, как

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{00} = 0\ , \qquad \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{\alpha 0} = 0\ , \qquad \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{\alpha\beta} = 0\ . \qquad (138)$$

Умножая справа первое уравнение на $c^2u^0/2$, второе на c^2u^0 и третье на $c^2u^\beta/2$, получим

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\frac{c^2}{2}a_{00}u^0 = 0\ , \quad \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)c^2a_{\alpha 0}u^0 = 0\ , \quad \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\frac{c^2}{2}a_{\alpha\beta}u^\beta = 0\ . \quad (139)$$

При малом ускорении источников поля (в слабых полях), выполняется условие гармоничности (132), поэтому, складывая второе и третье уравнения (в слабых полях это допустимо) , и используя (108), можно представить уравнения (139) как

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_0 = \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\frac{c^2}{2}a_{00}u^0 = 0\ ,$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_\alpha = \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\left(a_{\alpha 0}c^2u^0 + \frac{c^2}{2}a_{\alpha\beta}u^\beta\right) = 0$$

или

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_i = 0\ . \qquad (139a)$$

Очевидно, что эти уравнения совпадают по внешнему виду с уравнениями Максвелла для полей вне источников поля.

Для компоненты $a_{\alpha 0}$ из уравнений (130) следует

$$R_{\alpha 0} = -\frac{k}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{\alpha 0} = \frac{8\pi k}{c^4}(T_{\alpha 0} - \frac{1}{2}g_{\alpha 0}T). \qquad (140)$$

Поскольку в метрике (122), полученной из решения (51)-(57), мы имеем

$$a_{00} = \frac{2\varphi}{c^2} = -\frac{r_e}{kr}, \qquad a_{\alpha 0} = 0, \qquad a_{\alpha\beta} = \frac{2\varphi}{c^2}\delta_{\alpha\beta} = -\frac{r_e}{kr}\delta_{\alpha\beta}, \tag{141}$$

то левая часть уравнений (140) обращается в нуль и это уравнение (в приближении слабого поля) теряет смысл. Зато, для компоненты $R_{\alpha\beta}$ уравнения (130) записываются как

$$R_{\alpha\beta} = -\frac{k}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{\alpha\beta} = \frac{8\pi k}{c^4}(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}T). \tag{142}$$

Умножая эти уравнения слева на $c^2 u^\beta$ и учитывая (134а), (136а), (108) и (119), а также

$$u^\alpha = \frac{v^\alpha}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

находим

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_\alpha = -\frac{8\pi}{c^2}(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}T)u^\beta = -\frac{8\pi}{c^2}T(u_\alpha - \frac{1}{2}u_\alpha) = -\frac{4\pi}{c}j_\alpha, \tag{143}$$

где

$$j_\alpha = \frac{\rho_e v_\alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \rho\frac{dx_\alpha}{dt}, \qquad \rho = \frac{\rho_e}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{144}$$

(не путать ρ в (144) с $\rho = |\psi^2|$ в (127)).

Объединяя уравнения (136) и (143), мы получим 4D запись уравнений (124) в виде геометризированных уравнений

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_i = -\frac{4\pi}{c}j_i, \quad j^i = (\rho c, \rho v^\alpha), \qquad \mathrm{i} = 0,1,2,3, \tag{145}$$

которые подобны уравнениям Максвелла.

Хотя уравнения (145) по внешнему виду подобны уравнениям Максвелла с источниками поля, их физическое содержание отлично от уравнений Максвелла. В самом деле, уравнения Максвелла рассматривают электромагнитные поля на фоне плоского псевдоевклидова пространства, в то время как уравнения (145) описывают электромагнитные поля через кривизну параметрического пространства абсолютного параллелизма.

5. Геометризация электродинамики заряженной «квантовой жидкости»

Представим действие (114) в приближении векторного потенциала как

$$S = -\mu c\int ds = \int\left(-\mu c\, ds_0 - \frac{e}{c} A_i dx^i \right) = \int\left(-\mu c\frac{ds_0}{dt} - \frac{e}{c} A_i \frac{dx^i}{dt}\right)dt = \int L dt\,. \qquad (146)$$

Отсюда находим функцию Лагранжа при движении заряженной частицы в слабых электромагнитных полях

$$L = -\mu c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} + \vec{A}\vec{v} - e\varphi = T - U\ , \qquad (147)$$

Определяя обобщенный импульс частицы в виде

$$\vec{P} = \frac{\partial L}{\partial \vec{v}},$$

и используя (147) , находим обобщенный импульс и обобщенную скорость

$$\vec{P} = \frac{\mu\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \frac{e}{c}\vec{A} = \vec{p} + \frac{e}{c}\vec{A}\,, \qquad \vec{V} = \vec{v} + \frac{e}{c\mu}\vec{A}\,, \qquad (148)$$

где $\vec{p}$ - импульс (почти) свободной, в силу слабости поля, частицы. В 4D виде обобщенный импульс находим из квадрата линейного элемента, представленного как

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k = \left(1 + ka_{ik}\frac{dx^i}{ds_0}\frac{dx^k}{ds_0}\right)ds_0{}^2 = \left(1 + ka_{ik}\frac{dx^i}{ds_0}\frac{dx^k}{ds_0}\right)\eta_{ik}dx^i dx^k \approx ds^2{}_0\,.$$

Умножая это соотношение на μ^2c^2 и деля обе части этого равенства на $ds^2{}_0$, имеем

$$\left(1 + \frac{2e}{\mu c^2}A_i\frac{dx^i}{ds_0}\right)\eta_{ik}p^i p^k = \eta_{ik}P^iP^k = \mu^2c^2\ , \qquad (148')$$

где, при условии (112) , обобщенный импульс определяется как

$$P_i = p_i + \frac{e}{c}A_i\ . \qquad (148a)$$

Функция Гамильтона, исследуемой системы, вычисляется по формуле

$$H = \vec{v}\frac{\partial L}{\partial \vec{v}} - L = \frac{\mu c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + e\varphi = E + e\varphi\,. \qquad (149)$$

В слабых полях (105) для уравнения Гамильтона-Якоби (105a) выполняется соотношение

$$g_{ik}p^i p^k \approx \eta_{ik}p^i p^k = p_i p^i = \left(\frac{\mathrm{E}}{c}\right)^2 - \vec{p}^2 = \mu^2 c^2 \qquad (150)$$

или, учитывая (148) и (149), получаем

$$\left(\frac{\mathrm{E}}{c}\right)^2 = \mu^2 c^2 + \vec{p}^2 = \left(\frac{H - e\varphi}{c}\right)^2 = \mu^2 c^2 + \left(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2 \qquad (150a)$$

поэтому из (148) , (149) и (150) следует

$$\vec{p} == \vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A}, \qquad E = T = H - U = H + e\varphi . \qquad (151)$$

Здесь H – полная энергия системы.

Подставляя соотношения (151) в (150), находим

$$H = \sqrt{\mu^2 c^2 + c^2(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A})^2} + e\varphi , \qquad (152)$$

или, в нерелятивистском приближении,

$$H = \frac{1}{2}(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A})^2 + e\varphi = E + U \ . \qquad (153)$$

Известно, что квантовая теория возникла под давлением экспериментальных фактов, как обобщение классической электродинамики Максвелла-Лоренца. Основное уравнение квантовой теории - уравнение Шредингера было угадано автором, а не выведено из каких-либо физически осмысленных предположений. Для случая движения заряженной частицы с зарядом e и массой m в полях E и H, уравнение Шредингера запишется как

$$\left\{ i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{2\mu}\left(\hat{\vec{P}} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2 - eA_0 \right\}\psi = 0, \qquad (154)$$

где $\hat{\vec{P}} = -i\hbar\vec{\nabla}$ - оператор обобщенного импульса. Плотность вероятности и плотность заряженной «квантовой жидкости» имеют вид

$$\rho = |\psi|^2 \ . \qquad \rho_e = e\psi^*\psi = e|\psi|^2 = e\rho , \qquad (155)$$

а плотность тока получит выражение вида

$$\vec{j} = \rho_e \vec{v} = \frac{ie\hbar}{2\mu}(\psi\vec{\nabla}\psi^* - \psi^*\vec{\nabla}\psi) - \frac{e}{\mu c}\psi^*\psi\vec{A}. \qquad (156)$$

Из этого соотношения находим скорость $\vec{v}$

$$\vec{v} = \vec{j}/\rho_e\ . \qquad (157)$$

Подставляя плотность тока (155) в соотношение (157) и, используя представление волновой функции в виде

$$\psi(\vec{x},t) = \sqrt{\rho(\vec{x},t)}\exp(iS(\vec{x},t))\ ,$$

получим

$$\vec{v} = \frac{1}{\mu}\vec{\nabla}S - \frac{e}{\mu c}\vec{A} = \vec{V} - \frac{e}{\mu c}\vec{A}\ , \qquad (158)$$

Применяя к уравнению (154) процедуру Маделунга, представленную выше, имеем [25-27]

$$\frac{\partial\rho_e}{\partial t} + \nabla\left\{\rho_e\left(\vec{V} - \frac{e}{\mu c}\vec{A}\right)\right\} \approx \frac{\partial\rho_e}{\partial t} + \nabla\rho_e\vec{v} = 0, \qquad (159)$$

$$\rho_e\left[\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla\vec{v})\right] = \frac{\rho_e}{\mu}\left\{eE + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]\right\} - \frac{\rho_e}{\mu}\nabla Q, \qquad (160)$$

где $\vec{E} = -\nabla A_0 - \partial\vec{A}/c\partial t,\quad \vec{H} = rot\vec{A}$ и $\quad Q = \hbar^2\Delta\sqrt{\rho}/2\mu\sqrt{\rho}$.

Система уравнений (159), (160) , эквивалентная уравнению Шредингера (154), может быть получена из закона сохранения тензора энергии-импульса (126), когда плотность заряженного клубка поля инерции удовлетворяет соотношению (127). Действительно, в этом случае система уравнений (70)-(72) запишется в виде

$$\nabla_i(\rho_e u^i) = \partial_i(\rho_e u^i) + \rho_e u^n\Gamma^j{}_{nj} = 0\ , \qquad (161)$$

$$\rho_e\frac{du^k}{ds} + \rho_e\Gamma^k{}_{mn}u^m u^n = 0, \qquad (162)$$

$$\nabla_i\rho_e = \partial_i\rho_e = 0. \qquad (163)$$

Используя решение (80)-(85) вакуумных уравнений (А), (Б), в котором g_{00} компонента определяется согласно (93), а параметр Керра согласно (89), получим, в нерелятивистском приближении, из (161) уравнение непрерывности (159), а 3D часть уравнений (160) примет вид

$$\rho_e \frac{dv^\alpha}{dt} + \rho_e c^2 (\Gamma^\alpha{}_{00} + 2\Gamma^\alpha{}_{\beta 0} u^\beta) = 0, \qquad \alpha, \beta = 1,2,3 \tag{164}$$

или, с учетом (102) и (101)

$$\rho_e \frac{dv_\alpha}{dt} = \rho_e \frac{e}{\mu} (E_{\alpha 00} + 2E_{\alpha\beta 0} \frac{v^\beta}{c}) \ , \tag{165}$$

где

$$E_{\alpha 00} = (a_{\beta 0} c^2)_{,0} - \frac{1}{2} (a_{00} c^2)_{,\alpha} = A_{\alpha,0} - A_{0,\alpha} = F_{\alpha 0} \ ,$$

$$2E_{\alpha\beta 0} = (a_{\alpha 0} c^2)_{,\beta} - (a_{\beta 0} c^2)_{,\alpha} = A_{\alpha,\beta} - A_{\beta,\alpha} = F_{\alpha\beta} \ .$$

Теперь уравнения (165) вид

$$\rho_e \frac{dv_\alpha}{dt} = \rho_e \frac{1}{\mu} (eF_{\alpha 0} + \frac{e}{c} F_{\alpha\beta} v^\beta) \ . \tag{166}$$

Вместо (86) в случае электродинамики мы находим

$$a_{00} = \frac{2(U_e + Q_\omega)}{ec^2} \ , \tag{167}$$

поэтому, в нерелятивистском приближении, приходим к выражению

$$A^\omega{}_0 = \frac{c^2}{2} a_{00} = \frac{(U_e + Q_\omega)}{e} = -\frac{Ze}{r} + \frac{Ze}{r^3} \frac{\hbar^2}{\mu^2 c^2} = \varphi + \frac{1}{e} Q_\omega \ , \tag{168}$$

$$A^\omega{}_\alpha = A_0 v_\alpha = \frac{(U_e + Q_\omega)}{e} v_\alpha = \left(-\frac{Ze}{r} + \frac{Ze}{r^3} \frac{\hbar^2}{\mu^2 c^2} \right) v_\alpha = A_\alpha + \frac{1}{e} Q_\omega \vec{v}_\alpha \ , \tag{169}$$

В результате из (166) и (168), (169) следует уравнение

$$\rho_e \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla \vec{v}) \right] = \frac{\rho_e}{\mu} \left\{ eE + \frac{e}{c} [\vec{v} \vec{H}] \right\} - \frac{\rho_e}{\mu} \nabla Q_\omega - \frac{\rho_e}{\mu} rot(\vec{v} Q_\omega) \ . \tag{170}$$

Требуя выполнения соответствия между Q_ω и квантовой энергией Q в уравнениях (160), получим следующее ограничение на $|\psi|$

$$\left(\nabla^2 + \frac{r_e}{r^3} \right) |\psi| = \left(\nabla^2 + \frac{\hbar}{\mu c} \frac{2Z\alpha}{r^3} \right) |\psi| = 0, \tag{171}$$

где $\alpha = e^2 / \hbar c$- постоянная тонкой структуры.

5.1 Релятивистская заряженная «квантовая жидкость»

Релятивистским обобщением уравнения (154) является уравнение Клейна-Гордона

$$\left\{\left(\frac{\hbar}{i}\partial_k - \frac{e}{c}A_k\right)^2 + \mu^2 c^2\right\}\psi = 0, \quad k = 0, 1, 2, 3\ , \qquad (172)$$

описывающее движение релятивистской квантовой частицы в слабых электромагнитных полях. Применяя к (172) процедуру Маделунга, имеем для ρ и $V^m = \nabla^m S/\mu$

$$\mathrm{Im} \to\ \partial_m\left\{\rho_e\left(V^m - \frac{e}{\mu c}A^m\right)\right\} = 0, \qquad (173)$$

$$\mathrm{Re} \to\ \left(P^m - \frac{e}{c}A^m\right)^2 + \mu^2 c^2 - \hbar^2\frac{\partial_n\partial^n\sqrt{\rho_e}}{\sqrt{\rho_e}} = 0, \qquad (174)$$

или

$$\left(P^m - \frac{e}{c}A^m\right)^2 + \mu^2 c^2 - \frac{\hbar^2}{\sqrt{\rho_e}}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\sqrt{\rho} = 0, \qquad (174')$$

В уравнении непрерывности (173) стоит 4D плотность тока вида

$$j^m{}_e = \rho_e v^m = \rho_e\left(V^m - \frac{e}{\mu c}A^m\right), \qquad (175)$$

где V - обобщенная скорость. Далее, уравнение (173) совпадает с геометризированным уравнением неразрывности (161), которое, для сохраняющегося заряда в метрике (85), запишется в виде

$$\nabla_i(\rho_e u^i) = \partial_i(\rho_e v^i) = \partial_i\left\{\rho_e\left(V^i - \frac{e}{\mu c}A^i{}_\omega\right)\right\} = 0\ , \qquad (176)$$

где потенциал A^i_ω имеет компоненты (168), (169). Геометризированное уравнение Гамильтона-Якоби (148'), в данном случае, приобретает вид

$$\left(\frac{\mathrm{E}}{c}\right)^2 = \mu^2 c^2 + \vec{p}^{\,2} = \left(\frac{H - eA^\omega{}_0}{c}\right)^2 = \mu^2 c^2 + \left(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A}^\omega\right)^2 \qquad (177)$$

или

$$\left(P^m - \frac{e}{c}(A^m + \frac{Q^m{}_\omega}{e})\right)^2 + \mu^2 c^2 = 0. \qquad (178)$$

где

$$Q^m{}_\omega = \left(Q^0{}_\omega = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial_m \partial^m \sqrt{\rho_e}}{\sqrt{\rho_e}}, Q^\alpha{}_\omega = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial_m \partial^m \sqrt{\rho_e}}{\sqrt{\rho_e}} v^\alpha \right) \qquad (178')$$

- 4D квантовая потенциальная энергия.

Раскрывая квадратную скобку и перегруппируя члены, можно записать (178) как

$$\left(P^m - \frac{e}{c} A^m \right)^2 + \mu^2 c^2 - \frac{2P^m Q^m{}_\omega}{c} + \frac{2A^m Q^m{}_\omega}{c} + \frac{(Q^m{}_\omega)^2}{ec} = 0,$$

или, учитывая (178')

$$\left(P^m - \frac{e}{c} A^m \right)^2 + \mu^2 c^2 - \hbar^2 \frac{\partial_n \partial^n \sqrt{\rho_e}}{\sqrt{\rho_e}} + \frac{2A^m Q^m{}_\omega}{c} + \frac{(Q^m{}_\omega)^2}{ec} = 0. \qquad (179)$$

Отбрасывая в левой части (179) последние два слагаемых, получим уравнение (174).

6. Модель Такабаяси нерелятивистской заряженной «квантовой жидкости» с учетом спина

Известно, что квантовая частица со спином описывается уравнением Дирака. Нерелятивистским приближением уравнения Дирака является уравнение Шредингера-Паули следующего вида

$$\left\{ \frac{\hbar}{i} \partial_0 + \frac{1}{2\mu} \left(\vec{P} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 + eA_0 - \frac{\hbar e}{2\mu c} (\vec{H}\vec{\sigma}) \right\} \Psi = 0, \qquad (180)$$

где $\partial_0 = \partial / \partial t$, $\vec{H}$ - внешнее магнитное поле и $\vec{\sigma}$ - (псевдо) вектор Паули с компонентами

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \qquad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Волновая функция в уравнении (172) представляет собой двухкомпонентный спинор

$$\Psi = \begin{vmatrix} \psi_1 & 0 \\ \psi_2 & 0 \end{vmatrix}. \ \Psi^+ = \begin{vmatrix} \psi^*{}_1 & \psi^*{}_2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}, \qquad (181)$$

где волновые функции

$$\psi_1 = \psi(x, y, z, +\frac{\hbar}{2}, t), \qquad \psi_2 = \psi(x, y, z, -\frac{\hbar}{2}, t)$$

зависят от спина частицы s , принимающего два значения $(\pm\hbar/2)$. Функция (181) несет теперь информацию о трех реальных величинах: $\rho, \vec{v}$, $\vec{s} = (\hbar/2)\vec{\sigma}$.

$$\rho = \Psi^{+}\Psi \ , \tag{182}$$

$$\vec{v} = \vec{j}/\rho = \frac{(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A})}{\mu} = \frac{\hbar}{2\mu i}\frac{(\Psi^{+}\vec{\nabla}\Psi - c.c.)}{\Psi^{+}\Psi} - \frac{e}{\mu c}\vec{A}, \tag{183}$$

$$\vec{s} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma} \ , \ \hat{\vec{s}} = \frac{\hbar}{2}\hat{\vec{\sigma}} \ , \quad \vec{S} = \frac{\Psi^{+}\hat{\vec{s}}\Psi}{\Psi^{+}\Psi} = \frac{\hbar}{2}\frac{\Psi^{+}\hat{\vec{\sigma}}\Psi}{\Psi^{+}\Psi} \ , \qquad \vec{S}^{2} = \frac{\hbar^{2}}{4} \ . \tag{184}$$

6.1 Вывод поступательных уравнений Такабаяси-Эйлера для спинирующей «квантовой жидкости»

Перепишем уравнение Паули (180) в форме

$$iD_0\Psi = \left\{-\frac{\hbar^2}{2\mu}\vec{D} - \frac{e}{2\mu c}\vec{H}\sigma\right\}\Psi \ , \quad D_0 = \left(\partial_0 + \frac{ie}{\hbar}A_0\right). \tag{185}$$

Эти уравнения выводятся путем варьирования плотности Лагранжиана вида

$$L = \frac{i\hbar}{2}\left\{\Psi^{+}D_0\Psi - c.c.\right\} - \frac{\hbar^2}{2\mu}\vec{D}\Psi^{+}\vec{D}\Psi + \frac{e}{\mu c}\Psi^{+}(\vec{H}\,\vec{s})\Psi \ , \tag{186}$$

при этом канонический тензор энергии - импульса спинорного поля удовлетворяет соотношению

$$\partial_k T_{ki} = \partial L/\partial x_i \ , \ \ k,i = 0,1.2.3 \ , \quad x_0 = t. \tag{187}$$

Тензор T_{ki} в (187) не является калибровочно инвариантным. Заменяя его калибровочно инвариантным тензором [28]

$$\Theta_{ik} = -\left\{\frac{\partial L}{\partial(\partial_i\Psi)}D_k\Psi + c.c.\right\} + \delta_{ik}L \ , \tag{188}$$

находим для его пространственной части

где

$$D_\alpha = \partial_\alpha - \frac{ie}{\hbar c}A_\alpha \ , \qquad D*_\alpha = \partial_\alpha + \frac{ie}{\hbar c}A_\alpha \tag{189}$$

Отсюда следует плотность 3D (массового) тока

$$\mu\, j_\beta = \mu\Psi^+\Psi v_\beta = -\frac{i\hbar}{2}(\Psi^+ D_\beta\Psi - c.c.) = \Theta_{0\beta}\ . \qquad (190)$$

Переписывая соотношение (187) в терминах тензора (189), получим уравнения движения плотности тока (190)

$$\mu\partial_0\, j_\alpha + \partial_\beta\Theta_{\alpha\beta} = \rho K_\alpha + \frac{e}{\mu c}\rho\partial_\alpha H_\beta S_\beta\ , \qquad (191)$$

где

$$\rho\vec{K} = \rho\left\{e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]\right\} \qquad (192)$$

- плотность силы Лоренца.

Используя равенства [28]

$$(\Psi^+ D_\alpha D_\beta\Psi + D*_\alpha\ \Psi^+ D_\beta\Psi) + c.c. = \partial_\alpha\partial_\beta\rho\ , \qquad (193)$$

$$D*_\alpha\ \Psi^+ D_\beta\Psi + c.c. = \frac{\partial_\alpha\rho\,\partial_\beta\rho}{2\rho} + \frac{2\mu}{\hbar^2}\rho v_\alpha v_\beta + \frac{\rho}{2}\partial_\alpha\Sigma_\gamma\partial_\beta\Sigma_\gamma\ , \qquad (194)$$

где $\vec{\Sigma} = 2\vec{S}/\hbar$, $\vec{\Sigma}^2 = 1$, можно преобразовать тензор (188) к виду

$$\Theta_{\alpha\beta} = \mu\rho v_\alpha v_\beta + \pi_{\alpha\beta} + \sigma_{\alpha\beta}\ . \qquad (195)$$

$$\pi_{\alpha\beta} = \frac{\hbar^2}{4\mu}\left(\frac{\partial_\alpha\rho\,\partial_\beta\rho}{\rho} - \delta_{\alpha\beta}\Delta\rho\right) = -\frac{\hbar^2}{4\mu}\rho\,\partial_\alpha\,\partial_\beta\log\rho\ , \qquad (196)$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{\hbar^2}{4\mu}\rho\partial_\alpha\Sigma_\gamma\partial_\beta\Sigma_\gamma = \frac{1}{\mu}\rho\partial_\alpha S_\gamma\partial_\beta S_\gamma\ . \qquad (197)$$

Подставляя (195) - (197) в уравнение (191), получим

$$\mu\left\{\partial_0\, j_\alpha + \partial_\beta(v_\beta j_\alpha)\right\} = \rho K_\alpha + \frac{e}{\mu c}\rho\,\partial_\alpha H_\beta S_\beta - \partial_\beta(\pi_{\alpha\beta} + \sigma_{\alpha\beta}). \qquad (198)$$

Используя соотношения (182) и (183), можно показать, что для уравнения Паули (185) выполняется уравнение непрерывности

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\vec{j} = 0\ , \qquad (199)$$

где (с учетом вектора намагниченности $\vec{I} = \hbar(\Psi^+\vec{\sigma}\,\Psi)/2\mu c$, порожденной спином электрона)

$$\rho = \Psi^+\Psi, \qquad (200)$$

$$\vec{j} = -\frac{i\hbar}{2\mu}[\Psi^+(\nabla\Psi) - \Psi(\nabla\Psi^+)] - \frac{e}{\mu c}\vec{A}(\Psi^+\Psi) + \frac{\hbar}{2\mu}rot(\Psi^+\vec{\sigma}\,\Psi)\ . \qquad (201)$$

Используя уравнение непрерывности (199) и обозначение

$$\partial_\beta \pi_{\alpha\beta} = \rho \partial_\alpha \varPi^\rho \ , \tag{202}$$

перепишем уравнения (198) в виде

$$\mu \frac{dv_\alpha}{dt} = K_\alpha + \frac{e}{\mu c}\partial_\alpha H_\beta S_\beta - \partial_\alpha \varPi^\rho - \frac{1}{\mu\rho}\partial_\beta(\rho \partial_\alpha S_\gamma \cdot \partial_\beta S_\gamma), \tag{203}$$

где

$$\varPi^\rho = -\frac{\hbar^2}{4\mu}\left\{\frac{\Delta\rho}{\rho} - \frac{(\nabla\rho)^2}{2\rho^2}\right\} = -\frac{\hbar^2}{4\mu}\frac{\Delta\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \ , \tag{204}$$

как видно из сравнения с (19), $\varPi^\rho$ - квантовая потенциальная энергия Маделунга. Для большей наглядности, запишем уравнения Такабаяси - Эйлера (203), (204), описывающие поступательное движение центра масс капли заряженной «квантовой жидкости», в виде [25,26,27]

$$\mu \frac{dv_\alpha}{dt} = \left\{e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]\right\}_\alpha + \frac{e}{\mu c} S_\alpha \partial_\beta (H_\alpha + H_\alpha{}^{in}) - \partial_\alpha \left(\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{1}{2\mu}\left|\nabla\vec{S}\right|^2 \right), \tag{205}$$

где

$$\vec{H}_{in} = \frac{c}{2e\rho}\partial_\alpha(\rho\partial_\alpha\vec{S}) = \frac{c}{e}(\Delta\vec{S} + \partial_\alpha\rho\partial_\alpha\vec{S}/\rho) \ , \tag{206}$$

- внутреннее магнитное поле, порождаемое спином квантовой частицы. Интересно отметить, что в квантовой электродинамике и потенциальная энергия Маделунга (204), и внутреннее магнитное поле (206) в явном виде не учитываются. Производя в уравнениях (205) замену

$$A_0 \to A_0{}^{eff} = A_0 + \varPi / e, \qquad \vec{A} \to \vec{A}^{eff} \ , \vec{H} = rot\vec{A} \to \vec{H}^{eff} = rot\vec{A}^{eff} = \vec{H} + \vec{H}_{in} \ , \tag{207}$$

запишем эти уравнения как

$$\mu \frac{dv_\alpha}{dt} = \left\{e\vec{E}^{eff} + \frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]\right\}_\alpha + \frac{e}{\mu c}\partial_\alpha H_\beta{}^{eff} \cdot S_\beta \, , \tag{208}$$

где

$$\vec{H}^{eff} = \vec{H} + \frac{c}{2e\rho}\partial_\alpha(\rho\partial_\alpha\vec{S}) \ , \qquad \varPi = \varPi^\rho - \frac{1}{2\mu}\left|\nabla\vec{S}\right|^2 = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\Delta\rho}{\rho} - \frac{1}{2\mu}\left|\nabla\vec{S}\right|^2 \tag{209}$$

- потенциальная энергия Такабаяси - Маделунга. В соотношении (187) компоненты плотности тензора энергии-импульса материи T_{ik} определяют плотность 3D импульса

$$T_{0\alpha} = \frac{\hbar}{2i}(\Psi^+ \partial_\alpha \Psi + c.c.) = \rho \, p_\alpha \tag{210}$$

и плотность энергии

$$E=-T_{00}=\frac{\hbar^2}{2\mu}D*_{\alpha}\,\Psi^+D_{\beta}\Psi+eA_0\Psi^+\Psi-\frac{e}{\mu c}\Psi^+(\vec{H}\vec{s})\Psi\ . \qquad (211)$$

Применяя формулу (194) к (211), имеем для плотности энергии

$$E=\rho\left\{\frac{1}{2}\mu\vec{v}^2+eA_0-\frac{e}{\mu c}\vec{H}\vec{S}+\frac{\hbar^2}{8\mu}\frac{(\nabla\rho)^2}{\rho^2}+\frac{1}{2\mu}\left|\nabla\vec{S}\right|^2\right\}. \qquad (212)$$

Последние два слагаемых имеют чисто квантовую природу и исчезают в классическом пределе.

6.2 Вывод вращательных уравнений Такабаяси-Блоха для спинирующей «квантовой жидкости»

Дифференцируя аксиальный вектор

$$(\sigma_\alpha)=\Psi^+\sigma_\alpha\Psi \qquad (213)$$

по времени и используя уравнение Паули, записанное в виде (185) , находим

$$\frac{\partial(\sigma_\alpha)}{\partial t}=\frac{e}{\mu c}\left[(\sigma)\times\vec{H}\right]_\alpha+\frac{i\hbar}{2\mu}\partial_\beta\left\{\Psi^+\sigma_\alpha D_\beta\Psi-c.c.\right\}. \qquad (214)$$

Используя формулу (обозначения следуют в работе [28])

$$\frac{1}{i}\left\{\Psi^+\sigma_\alpha D_\beta\Psi-c.c.\right\}=\frac{2\mu}{\hbar}(\sigma_\alpha)v_\beta-\frac{1}{\rho}\left\{(\sigma_\gamma)\partial_\beta(\sigma_\mu)-[\gamma,\mu]\right\}, \qquad (\alpha=\gamma\times\mu) \qquad (215)$$

находим из уравнения (214)

$$\frac{\partial(\sigma_\alpha)}{\partial t}+\partial_\beta\left\{v_\beta\cdot(\sigma_\alpha)\right\}=\frac{e}{\mu c}\left[(\sigma)\times\vec{H}\right]_\alpha+\frac{\hbar}{2\mu}\partial_\beta\left\{\frac{1}{\rho}[(\sigma)\times\partial_\beta(\sigma)]_\alpha\right\}. \qquad (216)$$

С помощью уравнения непрерывности (199), получим из уравнений (216) уравнения движения вектора спина $\vec{S}$, отнесенного к центру масс капли заряженной «квантовой жидкости»

$$\frac{d\vec{S}}{dt}=\frac{e}{\mu c}[\vec{S}\vec{H}]+\frac{1}{\mu}\left[\vec{S}\times(\Delta\vec{S}+\frac{1}{\rho}(\partial_\alpha\rho\partial^\alpha\,\vec{S})\right] \qquad (217)$$

или, используя обозначения (206) и (207),

$$\frac{d\vec{S}}{dt}=\frac{e}{\mu c}[\vec{S}\vec{H}^{eff}]\ . \qquad (218)$$

Из плотности тока (201) мы находим

$$\vec{v} = \frac{\vec{j}}{\rho} = \frac{1}{\mu}(\vec{P} - \frac{e}{c}\vec{A}) = -\frac{i\hbar}{2\mu\rho}[\Psi^{+}(\nabla\Psi) - \Psi(\nabla\Psi^{+})] - \frac{e}{\mu c}\vec{A} + \frac{\hbar}{2\mu\rho} rot\,\vec{s} \,, \tag{219}$$

откуда

$$\varpi_{\gamma} = rot_{\gamma}\vec{v} = (\partial_{\alpha}v_{\beta} - \partial_{\beta}v_{\alpha})_{\gamma} = \frac{1}{\mu S_{\gamma}}(\partial_{\alpha}S_2\partial_{\beta}S_3 - \partial_{\beta}S_2\partial_{\alpha}S_3)] - \frac{e}{c}H_{\gamma} \,. \tag{220}$$

В отличии от спина, эта величина получила название «завихренности» или вихря. В результате, мы имеем следующую «гидродинамическую» картину. Имеется квантовая сплошная среда, в каждой точке которой задана скорость (183), образующая вихрь с некоторой осью вращения. Кроме этого, в каждой точке задан вектор спина (184). Эта картина полностью соответствует искривленному и закрученному пространству теории Физического Вакуума, когда решение уравнений Физического Вакуума совпадает с метрикой (85).

Соотношение (206) необходимо рассматривать как внутреннее (локальное) магнитное поле, порождаемое спином частицы, т.е. имеющее квантовую природу. Вращательные уравнения (217) , которые были впервые получены Т.Такабаяси, представляют собой некоторое промежуточное звено между квантовым уравнением Паули (185) и уравнениями движения заряженной классической частицы со спином

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = -[\vec{\omega}_L \vec{s}], \qquad \vec{\omega}_L = \frac{e\vec{H}}{2\mu c} \,, \tag{221}$$

где ω_L - частота Лармора.

Уравнения (221) были введены в физику Ф.Блохом [29] по аналогии с уравнениями прецессии 3D гироскопа в однородном гравитационном поле $\vec{g}$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = -[\vec{\Omega}_{np}\vec{L}] \,, \qquad \vec{\Omega}_{np} = \frac{\mu l \cos}{L}\vec{g} \,. \tag{222}$$

Образ классической частицы со спином в 3D пространстве можно представить как «ориентируемую» материальную точку – своеобразный элементарный гироскоп. Для аналитического описания такого объекта, как мы покажем ниже, удобно использовать триаду, составленную из ортонормированных векторов. Такой образ получается, если все параметры частицы мы отнесем к ее центру масс. В квантовой механике центра масс волнового пакета – частицы, для любого оператора $\hat{L}$, соответствующего физическому параметру частицы, вычисляется по формуле

$$< L >= \int \Psi^{+}\hat{L}\Psi \, dV \,. \tag{223}$$

С другой стороны, в общем случае, любой физический параметр, L отнесенный к центру масс «капли квантовой жидкости», вычисляется как среднее по плотности ρ

$$< L >= \int \rho \, L \, dV \,. \tag{224}$$

Например, гидродинамическое определение среднего значения координаты и скорости запишется следующим образом

$$<\vec{x}>=\int \vec{x}\rho\, dV, \qquad <\vec{v}>=<\frac{d\vec{x}}{dt}>=\int \vec{v}\rho\, dV. \qquad (225)$$

Приравнивая (223) и (224), получаем общее определение для гидродинамического оператора L

$$L=\frac{1}{\rho}(\Psi^{+}\hat{L}\Psi)\,. \qquad (226)$$

Дифференцируя (224) и учитывая (199), получим

$$\frac{d<L>}{dt}=\int \rho\left[\frac{\partial L}{\partial t}+\vec{v}(\nabla)L\right]dV\ . \qquad (227)$$

Применяя эту формулу к уравнениям (208) и (218), имеем

$$\mu\frac{d<\vec{v}>}{dt}=\int \rho\left\{e\vec{E}+\frac{e}{c}[\vec{v}\vec{H}]+(\vec{M}\nabla)\vec{H}+[\vec{M}\, rot\, \vec{H}]\right\}dV, \qquad (228)$$

$$\frac{d<\vec{s}>}{dt}=\int \rho\left[\vec{M}\vec{H}\right]dV\ , \qquad (229)$$

где

$$\vec{M}=\frac{e}{\mu c}\vec{s} \qquad (230)$$

- магнитный момент электрона. Считая, что в области $\rho\neq 0$ внешние поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$, а также их производные, постоянны, мы можем вынести их из под знака интеграла. Тогда, уравнения (228) и (229), с учетом (224), принимают вид уравнений классической механики

$$\mu\frac{d<\vec{v}>}{dt}=e\vec{E}+\frac{e}{c}[<\vec{v}>\vec{H}]+(<\vec{M}\nabla>)\vec{H}+[<\vec{M}>rot\,\vec{H}]\,, \qquad (231)$$

$$\frac{d<\vec{s}>}{dt}=\frac{e}{\mu c}\left[<\vec{s}>\vec{H}\right], \qquad (232)$$

при этом уравнения (232) полностью совпадают с уравнениями (221).

7. Геометро-«гидродинамический» подход Такабаяси

Примерно через 30 лет после работы [25], Т. Такабаяси отметил, что спин можно связать с геометрией 4D пространства Минковского. Действительно γ^{k} - спиновые матрица

Дирака, связанные с метрическим тензором η_{kn} 4D пространства Минковского соотношением

$$\eta_{kn} = \{\gamma_k, \gamma_n\}/2 = (\gamma_k \gamma_n + \gamma_n \gamma_k)/2. \qquad (233)$$

Компоненты спинорной матрицы γ_k имеют известный вид

$$\gamma_0 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_0 \\ \sigma_0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_x \\ \sigma_x & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_y \\ -\sigma_y & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma_3 = \begin{bmatrix} 0 & \sigma_z \\ -\sigma_z & 0 \end{bmatrix},$$

где $\sigma_0 = I$ - 2x2 единичная матрица, а σ_x, σ_y σ_z -2x2 спиновые 3D матрицы Паули

$$\sigma_0 = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \qquad (234)$$

Кроме того, 3D оператор спина $\vec{s}$ можно представить как

$$\vec{s} = (\hbar/2)\vec{\sigma} \qquad (235)$$

где $\vec{\sigma}$ - вектор Паули. Этот вектор выражается через спинорную волновую функцию Ψ с помощью соотношения [28]

$$\vec{s} = \frac{\hbar}{2}\vec{\Sigma} = \frac{\hbar}{2}\frac{(\Psi^* \sigma_\alpha \Psi)}{\Psi^* \Psi} \ . \qquad (236)$$

Для описания вращения вектора (236) удобно ввести триаду $e^A{}_\alpha$, удовлетворяющую условиям ортогональности

$$e^A{}_\alpha e^\alpha{}_B = \delta^A{}_B \ , \quad e^A{}_\alpha e^\beta{}_A = \delta_\alpha{}^\beta \qquad (237)$$

$$\alpha, \beta, \gamma ... = 1,2,3, \qquad A, B, C ... = 1,2,3,$$

и образующую трансляционную метрику плоского пространства

$$\eta_{\alpha\beta} = \eta_{AB} e_\alpha{}^A e_\beta{}^B, \quad \eta_{AB} = \eta^{AB} = diag(1,1,1) \ . \qquad (238)$$

В этих соотношениях индексы $\alpha, \beta, \gamma ...$ являются координатными индексами векторов триады, а индексы $A, B, C...$ нумеруют вектора триады. Эти индексы можно интерпретировать как индексы внутреннего углового (вращательного) пространства, в котором действует (локальная) группа трехмерных вращений $O(3)$. В качестве параметров локальной группы вращений $O(3)$могут быть выбраны три угла Эйлера $\phi(t)$, $\theta(t)$, $\chi(t)$.

Классический единичный вектор $\vec{e}_{(3)} = \vec{\Sigma}$можно выразить через вектора триады как

$$\vec{\Sigma} = \vec{e}_{(3)} = [\vec{e}_{(1)} \times \vec{e}_{(2)}] \ , \qquad (239)$$

т.е. вращение происходит в плоскости, образованной векторами $\vec{e}_{(1)}$ и $\vec{e}_{(2)}$. В общем случае вращение триады описывается уравнениями Френе [12]

$$\frac{de^A{}_\alpha}{dt} = \omega^A{}_B e^B{}_\alpha = T^A{}_{B\gamma}\frac{dx^\gamma}{dt} e^B{}_\alpha \ , \qquad (240)$$

где $T^A{}_{B\gamma}$ - коэффициенты вращения Риччи в 3D пространстве абсолютного параллелизма [12], а $\omega_{AB} = -\omega_{BA}$ - тензор угловой скорости вращения триады.

Используя триаду (237) можно ввести геометризированный вектор импульса свободной частицы

$$\vec{\Pi} = -\frac{\hbar}{2} e_\alpha{}^{(2)} \nabla e_\alpha{}^{(1)} \qquad (241)$$

и вектор завихрения (spin vorticity)

$$T_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \partial^\beta e_\delta{}^{(1)} \partial^\gamma e^{\delta(2)} \ , \qquad (242)$$

которые связаны между собой соотношением

$$\vec{w} = rot\,\vec{\Pi} = \frac{\hbar}{2}\vec{T} \ .$$

Компоненты вектора (239) выражаются через углы Эйлера как

$$\Sigma_1 = \sin\theta\cos\phi \ , \quad \Sigma_2 = \sin\theta\sin\phi \ , \quad \Sigma_3 = \cos\theta, \qquad (243)$$

а (241) и (242) принимают вид

$$\vec{\Pi} = -\frac{\hbar}{2}(\nabla\chi + \cos\theta\nabla\varphi) \ , \qquad (244)$$

$$\vec{T} = \sin\theta[\nabla\theta \times \nabla\phi] \ . \qquad (246)$$

Соответственно, спинорная волновая функция может быть представлена следующим образом [28]

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\rho}\cos\frac{\theta}{2}\exp\left[-\frac{i}{2}(\chi+\phi)\right] \\ \sqrt{\rho}\sin\frac{\theta}{2}\exp\left[-\frac{i}{2}(\chi-\phi)\right] \end{bmatrix} \qquad (247)$$

или

$$\Psi = \sqrt{\rho}\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} e^{-(i/2)\chi} \ , \quad \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\frac{\theta}{2}\exp\left[-\frac{i}{2}\phi\right] \\ \sin\frac{\theta}{2}\exp\left[\frac{i}{2}\phi\right] \end{bmatrix} \qquad (248)$$

при этом компоненты вектора спина (236) запишутся в виде

$$s_1 = \frac{\hbar}{2\dot{\chi}}(\omega_1 + \dot{\theta}\sin\phi), \qquad s_2 = \frac{\hbar}{2\dot{\chi}}(\omega_2 - \dot{\theta}\cos\phi)\,, \qquad s_3 = \frac{\hbar}{2\dot{\chi}}(\omega_3 - \dot{\phi}), \tag{249}$$

где

$$\omega_\alpha = i\frac{\Psi^*\sigma_\alpha\dot{\Psi} - \dot{\Psi}^*\sigma_\alpha\Psi}{\Psi^*\Psi}, \qquad \omega^3 = i\frac{\Psi^*\dot{\Psi} - \dot{\Psi}^*\Psi}{\Psi^*\Psi}\,, \quad \dot{\theta} = \frac{\partial\theta}{\partial t}\ . \tag{250}$$

7.1 Геометризация уравнения Блоха

Первый шаг в направлении геометризации уравнения Блоха был сделан Т.Такабаяси. Используя триаду, удовлетворяющую условиям ортогональности (237), запишем вектор спина $\vec{S}$ в виде

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2}\vec{e}^{(3)}\,. \tag{251}$$

Уравнения (218) для триады $e^A{}_\alpha$ принимают вид обобщенных уравнений Блоха [26]

$$\frac{\hbar}{2}\frac{d\vec{e}^{(A)}}{dt} = \frac{\hbar e}{2\mu}[\vec{e}^{(A)} \times \vec{H}^{eff}\,], \tag{252}$$

где

$$\vec{H}^{eff} = \vec{H} + \frac{\hbar c}{4e\rho}\partial_\alpha(\rho\partial_\alpha\vec{e}^{(A)})\ . \tag{253}$$

Легко видеть, что когда второе слагаемое в правой части (253) обращается в нуль, уравнения (252) превращаются (при условии (251)) в уравнения Блоха (221).

Подход Т.Такабаяси геометризирует уравнения (221) лишь частично. Полную геометризацию уравнений Блоха (идея принадлежит М.И. Подоровской) можно провести, используя уравнения Физического Вакуума (А) и (В). Во введении, а так же в разделах 4 и 5, настоящей работы, было показано, что уравнения вакуумной электродинамики в слабых полях переходят как в уравнения классической электродинамики Максвелла-Лоренца, так и в уравнения квантовой теории. В теории Физического Вакуума любое движение сводится к вращению в шести угловых переменных $\varphi_1, \varphi_2\,, \varphi_3,\ \theta_1, \theta_2, \theta_3$.

Рассмотрим (квази)инерциальный случай нерелятивистского движения заряженной частицы. В этом приближении уравнения (37), описывают геодезическое вращение векторов тетрады в пространстве абсолютного параллелизма

$$\frac{de^i{}_a}{ds} + \Gamma^i{}_{jk}e^j{}_a\frac{dx^k}{ds} + T^i{}_{jk}e^j{}_a\frac{dx^k}{ds} = 0\,. \tag{254}$$

В (квази)инерциальной системе отсчета уравнения (254) принимают более простой вид

$$\frac{de^i{}_a}{ds} = \frac{e}{\mu c^2} E^i{}_{jk} e^j{}_a \frac{dx^k}{ds} \quad , \tag{255}$$

где

$$E^i{}_{jk} = -\frac{c^2}{2} g^{im} (a_{jm,k} + a_{km,j} - a_{jk,m}) \tag{256}$$

- напряженность сильного электромагнитного поля и a_{ij}, - тензорный потенциал, образующий метрический тензор

$$g_{ik} = \eta_{ik} + \frac{e}{\mu} a_{ik} \tag{257}$$

параметрического риманова пространства (e/μ - параметр).

Используя условие слабости поля (102a) и приближение векторного потенциала (108), можно записать 3D нерелятивистскую (с точностью до членов порядка v^2 / c^2) часть уравнений (255) в виде

$$\frac{de^\alpha{}_A}{dt} = \frac{e}{2\mu c} F^{\alpha\beta} e^\beta{}_A \tag{258}$$

$$\alpha, \beta, \gamma ... = 1,2,3 \ . \qquad\qquad A, B, C ... = 1,2,3$$

где напряжённость электромагнитного поля $F^{\alpha\beta}$ выражается через векторный потенциал (108) как

$$\frac{1}{2} F_{\alpha\beta} = E_{\alpha\beta 0} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial (c^2 a_{\alpha 0})}{\partial x^\beta} - \frac{\partial (c^2 a_{\beta 0})}{\partial x^\alpha} \right) = \frac{1}{2} (A_{\beta,\alpha} - A_{\alpha,\beta}) \ . \tag{259}$$

Учитывая связь (251) триады с вектором спина, приходим к уравнениям эволюции спина, подобным уравнениям Блоха (221)

$$\frac{ds^\alpha}{dt} = (\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v}\vec{\nabla}) s^\alpha = \frac{e}{2\mu c} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} s_\beta H^\gamma = \frac{e}{2\mu c} s_\beta F^{\alpha\beta} \ . \tag{260}$$

Отличие уравнений (260) от уравнений Блоха (221) заключается в том, что магнитное поле $\vec{H}$ в уравнениях (260) имеет геометрическую природу и определяется через метрический тензор (257) параметрического риманова пространства.

Заключение

Одной из основных задач теории Единого Поля является объединение теории относительности А. Эйнштейна с квантовой теорией. Решение этой проблемы в нашей работе связано с теорией Поля Инерции, которое, как было показано, входит в уравнения Физического Вакуума и, в простейшем случае, удовлетворяет уравнениям квантовой механики. Поэтому:

1. Объединение общей теории относительности и квантовой теории возможно только в том случае, если волновая функция Ψ является реальным физическим полем – Полем Инерции.
2. Уравнения Шредингера (2) и Паули (18) эквивалентны уравнениям «квантовой жидкости» Э. Маделунга (22), (23) и Т. Такабаяси (203Б), (217), однако полной эквивалентности нет, поскольку уравнения «квантовой жидкости» более информативны. Они содержат дополнительные квантовые потенциальные энергии Маделунга (19) и Такабаяси (197), которые для уравнений Шредингера и Паули играют роль своеобразных «скрытых параметров».
3. Объединение теории относительности с квантовой теорией невозможно, если базовое пространство не рассматривать как 10-ти мерное пространство событий, в котором шесть дополнительных вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ являются элементами пространства событий. Эти координаты образуют в каждой точке P обычного координатного пространства внутреннее (локальное) пространство, при этом спин $\vec{s}$ частицы оказывается посредником между координатным пространством x, y, z, ct и внутренним угловым пространством.
4. В теории поля следует различать момент импульса частицы и ее спин, которые одинаково описываются в теории абсолютно твердого тела, когда расстояние между двумя точками остается постоянным.
5. Квантовая теория не может быть начальной точкой для дальнейшего развития физики, поскольку ее уравнения и методы не дают правильный вид нелинейных членов, которые появляются в сильных полях и при ультрарелятивистских скоростях.
6. Гидродинамический подход к квантовой теории, следующий из уравнений Физического Вакуума, приводит к целому ряду экспериментальных следствий, причем некоторые из них уже наблюдаются экспериментально, но, пока, теоретически описываются феноменологическими теориями.
7. Представление об инерции в современной физике осталось на уровне, который был сформулирован во времена Ньютона и, только сейчас, становится ясно, что поля и силы инерции играют определяющую роль в квантовой теории и теории относительности.
8. Инерцией тела можно управлять, изменяя вращение элементов, из которых она состоит в соответствии с формулой (64). В квантовой теории зависимость массы от локального вращения (спина) отмечено в работе Т.Такабаяси [30], а в общей теории относительности подобная зависимость следует из уравнений А. Папапетру [31].
9. Управление инерцией тела в нерелятивистском пределе практически осуществлено в работе одного из авторов [32], при исследовании динамики 4D гироскопа. Эксперименты с этим прибором указывают на принципиально новую возможность передви-

жения в космическом пространстве за счет управляемого изменения локальной кривизны пространства, которое возникает в результате локального изменения инерционной массы транспортного средства.

10. Особый интерес для спин - торсионной физики представляет торсионная потенциальная энергия Маделунга (19) и спиновая потенциальная энергия Такабаяси (197). Совершенно не выяснены экспериментальные следствия внутреннего магнитного поля (206), порожденного спином и определяющего локальные торсионные свойства вещества.
11. Наблюдаемые квантовые свойства физических систем, такие как дискретность Планка - Эйнштейна - Бора, дуализм волна - частица де Бройля , вероятностное описание Борна, неопределенность Гайзенберга и др., есть ничто иное, как гироскопические эффекты, которые появляются при теоретическом описании динамики протяженных сгустков полей инерции, обладающих собственным вращением – спином.

12.04.2012

Ссылки

1. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1967. Т. 4. С. 286.
2. *Styer D., at all* //Nine formulations of quantum mechanics, Am.J.Phys. 2002. **70** (3).
3. *Madelung E.*// Quantum Theory in Hydrodynamic Form, Z.Physic, **40** (1926), p.p. 332 -336.
4. *De Broglie L.* // C. r. Acad. sci. 1926. Vol. 183. P. 447.
5. *De Broglie L.* // Ibid. 1927. Vol. 184. P. 273.
6. *Bohm D.* // Phys.Rev. 1953. Vol. 84. P. 1458.
7. *Takabayasi T.* // Progr. Theor. Phys. 1952. Vol. 8. P.143; 1953. Vol. 9. P. 187.
8. *Маделунг Э. //* Математический аппарат физики, М., Наука, 1961, с.618.
9. *Alekseev B., Abakumov A.* // DAN SSSR, 1982, Vol. 262, N.5, p.1100 (in Russian).
10. *Эренфест П.* // Относительность. Кванты. Статистика. М.: Наука, 1972.
11. *Ольховский И.И.//* Курс теоретической механики для физиков. М.: Наука, 1970.
12. *Шипов Г.И.*// Теория Физического Вакуума, теория эксперименты и технологии, М., Наука, 1997. 450 с.
13. *Cartan E.* // Compt. Rend.1922. Vol. 174, p. 437.
14. *Шипов Г.И. //* Уравнения поля тетрад в пространстве абсолютного параллелизма. Известия вузов, Физика, 1976, No 6, с. 121.
15. *Vaidya P.*// Tensor (Japan). Vol. 24, 1, 1972.
16. *Debney G., Kerr R., Schield A.* // Ibid. 1969. Vol. 10, \No 10. P. 1842.
17. Newman E., *Penrose R.* // J. Math. Phys. 1962. Vol. 3, \No 3. P.566 \--- 587.
18. *Шипов Г.И.//* Теория физического вакуума. М.: Н-Т Центр, 1993. 362~с.
19. *Рашевский П.К.* // Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1964.

20. *Debney G.,Kerr R.,Schield A.* //J.Math.Phys/ 1969.Vol 10. № 10, P. 1842.
21. *Ландау Л.Д.,Лифшиц Е.М.* // Теория поля. М.: Наука, 1973.
22. *Фок В.А.* // Теория пространства, времени и тяготения. Изд.2-е, М., Физматгиз, 1961.
23. *Шипов Г.И.* // О решении первой проблемы Эйнштейна. М.: Кириллица, 2007, с.38, http://www.shipov.com/science.html
24. *Takabayasi T.* // Progr. Theor. Phys. 1983. Vol. 69. № 5. P.1323.
25. *Takabayasi T.* // Progr. Theor. Phys. 1955. Vol. 14. № 4. P.283.
26. *Takabayasi T.*,Vigier J.P. // Progr. Theor. Phys. 1957. Vol. 18. № 6. P.573.
27. *Микаэлян М.А.* // Гидродинамическая формулировка уравнения Паули. Прикладная физика, 2003, № 3, с. 5-9.
28. *Takabayasi T.* // Progr. Theor. Phys. 1983. Vol. 70. № 1. P.1.
29. *Bloch F.*// Physics Review. 1946 **70**, P. 460-473.
30. *Takabayasi T.* // Progr. Theor. Phys. 1981. Vol. 66. № 2. P.736.
31. *Papapetrou A* // Proc.Roy.Soc. 1951. Vol.209. № 1097. P.248.
32. *Шипов Г.И.* // 4D гироскоп в механике Декарта. МИФВ., М.: Кирилица, 2006. с.с. 73., или http://www.shipov-vacuum.com и http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/004a/02311026.htm