ПОЧЕМУ НАДО ПЕРЕПИСЫВАТЬ УЧЕБНИКИ ПО КЛАССИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Шипов Г.И.

www.shipov-vacuum.com

Введение

В научном сообществе существует мнение, что электродинамика представляет собой идеальный образец физической теории. Современному поколению физиков навязывается представление о завершенности и непротиворечивости этой теории, проверенной экспериментально с точностью до восьмого знака после запятой [1]. Почти забытыми остались жаркие дискуссии между представителями копенгагенской школы и сторонниками А.Эйнштейна, касающиеся физического смысла основных ее положений. Формально в основу квантовой электродинамики заложены принципы специальной теории относительности и формулы классической электродинамики. Поэтому все трудности и ограничения классической электродинамики Максвелла-Лоренца автоматически перешли в уравнения и формулы квантовой электродинамики. Например, бесконечная собственная электростатическая энергия точечного заряда [2-4] классической электродинамики

$$W = \frac{1}{8\pi}\int E^2 dV = \frac{1}{8\pi}\int_0^\infty \frac{e^2}{r^4} 4\pi r^2 dr = -\frac{e^2}{2r}\Big|_0^\infty = \infty \tag{1}$$

породила в квантовой электродинамике проблему бесконечно больших величин [5,6] и, соответственно, различные теории перенормировок, цель которых заменить бесконечно большие величины конечными.

Были предприняты огромные интеллектуальные усилия для устранения бесконечностей из уравнений классической и квантовой электродинамик. Еще в начале 20го века Г.Ми предложил чисто полевую нелинейную электродинамику с конечной собственной энергией заряда [7]. Теоретические работы Г.Ми были продолжены М.Борном, Л. Инфельдом [8,9], М. Абрагамом [10], П. Дираком [11], Дж. Уиллером и Р.Фейнманом [12], А. Ланде [13], Д. Бомом [14] и другими известными физиками. Анализ этих работ показывает, что предложенные модели нелинейной электродинамики сводятся к уравнениям линейной электродинамики Максвелла-Лоренца, в которой плотность заряда ρ не является точечной, а распределена в некоторой области пространства с характерным подгоночным параметром, введенным в уравнения «руками».

А.Эйнштейн положительно относился к этим поискам, полагая что: «Теория Максвелла описывается на обширном материале как полевая теория первого приближения; нельзя упускать из вида, что линейность уравнений Максвелл может не соответствовать действительности и что истинные уравнения электромагнетизма для сильных полей могут отличаться от максвелловских» [15]. Однако А.Зоммерфельд скептически воспринимал эти работы, поскольку «было бы просто удивительно, если бы основная проблема элементарных частиц (проблема сингулярности) была решена с помощью хитрых уловок» [16].

Появление квантовой электродинамики вселила в физиков надежду, что она сможет разрешить трудности классической электродинамики, в частности проблему бесконечности в равенстве (1). Однако оказалось, что уравнения квантовой электродинамики так же содержат бесконечно большие величины, правда в квантовой теории они имею специфический «квантовый» характер. Уже первые работы В. Гейзенберга и В. Паули [17] по квантовой теории взаимодействия света с веществом обнаружили расходимости в уравнениях квантовой электродинамики. В 1930 г. Дж. Валлер [18], используя уравнение Дирака, показал, что собственная масса «квантованного» электрона расходится квадратично. В то же время Дж. Опенгеймером [19] была найдена главная причина расходимостей – точечность рассматриваемой частицы. Последующие расчеты В. Вайскопфа [20], использовавшего электронно-позитронную теорию Дирака, показали, что во втором порядке теории возмущений масса электрона расходится логарифмически. Используя диаграммную технику Фейнмана, Ф.Дайсон в своей классической работе [21] пересмотрел результаты В. Вайскопфа и пришел к выводу, что кроме логарифмической расходимости собственной массы существует еще и логарифмическая расходимость заряда.

Эти несовместимые со здравым смыслом выводы породили массу работ, модифицирующих уравнения квантовой электродинамики. Это модели Паули-Вилларса [22-25], электродинамики с нулевой затравочной массой заряда [26,27], нелокальные теории [28-34], перенормировки путем введения элементарной длинны [35,36], модификации пропогаторов элементарных частиц [37], включение высших производных [38] и т.д.

Все эти работы вызвали разногласия между создателями квантовой электродинамики П. Дираком, Р. Фейнманом и др. и основной массой теоретиков. Согласно П.Дираку все предложенные модификации квантовой электродинамики не снимают проблему расходимостей [39]. Они, по-видимому, являются временным средством, помогающим *обойти* трудности, а не разрешить их, тем более что имеются сомнения во внутренней непротиворечивости процедур перенормировки [40]. Некоторые теоретики считают, что математические трудности, с которыми приходится сталкиваться при модификации квантовой электродинамики (именно это происходит при введении в уравнения процедуры перенормировки), настолько велики, что возникают обоснованные сомнения в правильности выбранного пути [41,42]. Поэтому Р.Фейнман заявляет: « теории перенормировки – это просто один из способов заметать под ковер трудности электродинамики, связанные с расходимостью» [43].

Еще более радикальную позицию в этом вопросе занимал один из создателей квантовой электродинамики П.Дирак. В работе [39] он писал:

«Правильный вывод состоит в том, что основные уравнения неверны. Их нужно существенно изменить, с тем, чтобы в теории вообще не возникали бесконечности и чтобы уравнения решались точно, по обычным правилам, без всяких трудностей. Это условие потребует каких-то очень серьезных изменений: небольшие изменения ничего не дадут».

Несмотря на эти заявления, теоретики продолжали (и до сих пор продолжают) применять теорию перенормировок при расчетах в квантовой электродинамике [1]. Более того, возникла самостоятельная наука «Теория перенормировок», которая разрабатывает идеи перенормировки для других физических полей. Иными словами, в теоретической физике возобладал тезис: «Считай и пиши статьи». К чему это привело достаточно точно описано в книге Ли Смолина «Неприятности с физикой: взлет теории струн, упадок науки и что за этим следует» [44], а именно: государственную поддержку получают теоретические исследования, которые больше относятся к разделу математической, чем теоретической физики. Дело дошло до того, что ведущими теоретиками считаются специалисты в теории струн с хорошей математической подготовкой, но без глубокого знания противоречий и трудностей известных нам фундаментальных теорий.

1. Пределы применимости электродинамики

Исходя из здравого смысла, можно с натяжкой предположить, что собственная электромагнитная энергия электрона должна быть порядка его энергии покоя $E_0 = \mu c^2$. Тогда из (1) следует

$$W = \frac{1}{8\pi}\int E^2 dV \approx \mu c^2 = \left| -\frac{e^2}{2r} \right|,$$

откуда находим (приближенно) граничное значение для расстояния r и поля E

$$r << r_{кл} = \frac{e^2}{\mu c^2} = 2.8\times 10^{-13} см, \qquad E << 10^{16}\ в/см\ . \tag{2}$$

Для полей и расстояний, не удовлетворяющих этим неравенствам, классическая электродинамика *неприменима*. В учебнике [45] отмечается, что классическая электродинамика неприменима уже на расстояниях порядка $r \approx \hbar / m_0 c^2 \approx 10^{-11}$ *см* из-за квантовых эффектов. Если говорить о квантовых эффектах, то в атоме они проявляют себя на расстояниях порядка $r \approx 10^{-8}$ *см* . Как было показано автором в работе [46], неравенства (2) определяют *границу применимости специального принципа относительности*, который, как известно, лежит в основе как классической, так и квантовой электродинамик. Поэтому ссылки на квантовые эффекты здесь неуместны.

Кроме проблемы собственной энергии заряда в классической электродинамике существует менее обсуждаемая проблема излучения, в которою входит: а) саморазгон заряда [5,45]; б) парадокс Борна [46,47,48] и в) ограничения на скорость и ускорения при движении зарядов во внешних электромагнитных полях [45,46] . Если рассматривать заряд (электрон) как жесткую сферу радиуса a с равномерным распределением заряда на ней, то из уравнений Максвелла можно получить следующие уравнения движения [48]

$$\left(\mu + \frac{2e^2}{3ac^2}\right)\dot{\vec{v}} = e\vec{E} + \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{H}\right] + \frac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} + \dots\ . \tag{3}$$

В уравнениях (3) величина

$$\delta\mu_{эл} = \frac{2e^2}{3ac^2} \tag{4}$$

получила название электромагнитной массы. Очевидно, что для точечного электрона электромагнитная масса оказывается бесконечно большой, так что точечный электрон невозможно сдвинуть с места никакой силой (абсурдный результат). Поэтому в учебниках массу (4) из уравнений (3) просто выбрасывают [45], когда совершается переход к точечной частице (вот с этого и началось!). С другой стороны, условия (2) запрещают нам использовать уравнения (3) для расстояний порядка $r_{кл}$ и менее, поскольку на этих расстояниях нарушается специальный принцип относительности в электродинамике.

В правую часть уравнений (3) входит сила радиационного трения (сила реакции излучения)

$$\vec{f}_{rad} = \frac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}} \ , \qquad (5)$$

которая возникает при ускоренном движении заряда во внешних электромагнитных полях $\vec{E}$ и $\vec{H}$. Эта сила должна быть много меньше внешней силы Лоренца

$$\left|\vec{F}\right| = \left| \ e\vec{E} + \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{H}\right] \right| << \left|\frac{2e^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}}\right| \ ,$$

откуда следует ограничения на внешние поля [45]

$$E, H << \frac{\mu^2 c^4}{e^2} \approx 10^{16} \ ед.\,СГСЕ \ . \qquad (6)$$

Неравенство (6) следует из нерелятивистских уравнений и определяет внешние электромагнитные поля, которые вызывают не слишком большие ускорения движущихся в них зарядов. Более точно условие малости ускорения заряда (электрона) можно получить из 4D уравнений движения, приведенных к безразмерному виду путем умножения их на классический радиус электрона

$$r_{кл} \ \frac{d^2 x^i}{ds^2} = \frac{e^2}{\mu c^2}\,\frac{d^2 x^i}{ds^2} = \frac{e^3}{\mu^2 c^4} F^{ik}\,\frac{dx_k}{ds} \ . \qquad (7)$$

Полагая безразмерное 4D ускорение в уравнениях (7) малым, получим

$$\left| \frac{e^3}{\mu^2 c^4} F^{ik}\,\frac{dx_k}{ds} \right| << 1 \ .$$

В структурном виде это неравенство запишется как

$$\left| \frac{e^3}{\mu^2 c^4}\,\frac{F}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} \right| << 1 \ . \qquad (8)$$

При нерелятивистских скоростях $v^2 / c^2 << 1$ мы получаем из (8) неравенство (6). Важно отметить, что условие (8) нарушается даже в слабом электромагнитном поле, если частица движется во внешнем поле с ультрарелятивистскими скоростями, когда $v^2 / c^2 \approx 1$.

Неравенство (8) приводит нас к следующим выводам:

а) нерелятивистские уравнения классической электродинамики не применимы в сильных полях E и H, не удовлетворяющих неравенству (6);

б) релятивистские уравнения классической электродинамики не применимы в слабых полях E и H, когда скорости частиц становятся ультрарелятивистскими.

Сделанные нами выводы оказываются справедливыми как для классической, так и для квантовой электродинамики. Вот что говорит П. Дирак о границах применимости квантовой электродинамики:

«Существующая квантовая теория хороша до тех пор, пока мы не пытаемся распространить ее слишком далеко, а именно когда мы не пытаемся применить ее к частицам высоких энергий, а также в области малых расстояний» [39] .

Разумно поставить вопрос, а существуют ли опытные данные, которые указывают на отклонение от уравнений электродинамики в области сильных электромагнитных полей?

К подобным экспериментам относятся исследования Э. Резерфорда по упругому рассеянию нерелятивистских $\alpha-$частиц на ядрах золота [49]. Э. Резерфордом было обнаружено, что при движении $\alpha-$частицы в области пространства вокруг ядра, где условие (6) нарушается, электромагнитное взаимодействие частиц и ядра не описывается законом Кулона. Это отклонение от закона Кулона было приписано действию гипотетических ядерных сил, которые, в отличие от электромагнетизма, до сих пор описываются феноменологически.

Отклонение от закона Кулона было обнаружено Кизингером [50] и Хофштадтером [51] при упругом рассеянии релятивистских электронов на ядрах различных элементов. Так же, как и в случая «ядерных сил», это отклонение было приписано существованию у ядер размеров – гипотетических «электромагнитных формфакторов», так же не имеющих до сих пор фундаментального описания.

Вероятнее всего, введенные в физику феноменологические ядерные потенциалы и электромагнитные формфакторы просто *имитируют* электромагнитные явления, связанные с нарушением специального принципа относительности в сильных электромагнитных полях.

2. Закон сохранения заряда в уравнениях Максвелла

Запишем уравнения классической электродинамики, полученные непосредственно из эксперимента, в дифференциальной форме

закон Кулона

$$div\vec{E} = 4\pi\rho, \tag{9}$$

закон Ампера

$$rot\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}\ , \tag{10}$$

закон отсутствия свободных магнитных зарядов

$$div\vec{H} = 0, \tag{11}$$

закон Фарадея

$$rot\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = 0. \tag{12}$$

Первые три из этих законов получены из экспериментов с постоянным токами, и только закон Фарадея найден при исследовании свойств переменных токов. Далее Максвелл делает поистине гениальный теоретический шаг. Экспериментальные законы (9)-(12) он дополняет уравнением неразрывности (уравнением «будущего» в силу его универсальности) для плотности заряженной материи

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\,\vec{j} = 0, \;\; \vec{j} = \rho\vec{v} \;, \tag{13}$$

которое эквивалентно условию сохранения заряда во всем 3D пространстве

$$e = \int \rho dV = const, \quad dV = dxdydz \;. \tag{14}$$

Действительно, дифференцируя (14) по времени и используя теорему Остроградского-Гаусса, имеем

$$\frac{de}{dt} = \frac{d}{dt}\int \rho\, dV = \int\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\,\vec{j}\right) = 0 \;,$$

что равносильно (13).

Из закона Кулона (9) Максвелл находит

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = div\frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

или, с учетом уравнения непрерывности (14)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\vec{j} = div\left(\frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j}\right).$$

Используя это соотношение, Максвелл производит замену в уравнениях (10)

$$\vec{j} \to \vec{j} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

и получает окончательно известную нам систему уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} &div\,\vec{E} = 4\pi\rho, \qquad rot\,\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\;, \\ &div\,\vec{H} = 0, \qquad rot\,\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0. \end{aligned} \tag{15}$$

Уравнение неразрывности (13) вполне применимо к точечному заряду. Действительно, плотность точечного заряда записывается как

$$\rho = e\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \;, \tag{16}$$

где δ – дельта функция Дирака. Соответственно, ток $\vec{j}$ имеет вид

$$\vec{j} = e\vec{v}\,\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \;. \tag{17}$$

В соотношениях (16) и (17) $\vec{r}_0$ – координата заряда, поэтому в (17) $\vec{v} = \partial\vec{r}_0 / \partial t$ – скорость заряда. Мы видим, что при движении заряда, плотность (16) зависит от времени $\vec{r}_0 = \vec{r}(t)$. Частная производная $\partial\rho / \partial t$ теперь определяется в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial \vec{r}_0}\frac{\partial \vec{r}_0}{\partial t} = -\vec{v}\;grad\;\rho = -div\,(\rho\,\vec{v}) \;,$$

что эквивалентно уравнению (13).

2. Ограничения, возникающие при доказательстве инвариантности уравнений Максвелла относительно преобразований Лоренца

При доказательстве (а не при постулировании) инвариантности уравнений Максвелла относительно преобразований Лоренца (точнее, преобразований Лармора-Лоренца [52]) обычно подразумеваются преобразования 3D координат x, y, z и времени t вида

$$x' = (x - vt)\beta, \; y' = y, \; z' = z, \; t' = (t - \frac{xv}{c^2})\beta \tag{18}$$

и полей

$$\begin{gathered} E'_x = E_x, E'_y = (E_y - \frac{v}{c} H_z)\beta, \; E'_z = (E_z + \frac{v}{c} H_y)\beta \,, \\ H'_x = H_x, H'_y = (H_y + \frac{v}{c} E_z)\beta, \; H'_z = (H_z - \frac{v}{c} E_y)\beta \,, \end{gathered} \tag{19}$$

где

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{20}$$

- релятивистский множитель.

Формулы (18) и (19) связывают физические величины, наблюдаемые в инерциальной системе отсчета S (не штрихованные значения), с физическим величинами, наблюдаемыми в другой инерциальной системе отсчета S' (штрихованные значения). Система S' движется относительно системы S вдоль оси X с постоянной скоростью $v = dx/dt = const$.

Обозначим 3D скорость заряда e относительно системы отсчета S как $u = dx/dt$, тогда, дифференцируя (18), находим

$$\frac{dx'_x}{dt'} = u'_x = \frac{u_x - v}{1 - u_x v/c^2}, \qquad \frac{dy'_x}{dt'} = u'_y = \frac{u_y}{\beta\left(1 - u_x v/c^2\right)}, \qquad \frac{dz'_z}{dt'} = u'_z = \frac{u_z}{\beta\left(1 - u_x v/c^2\right)} \,, \tag{21}$$

где $u' = dx'/dt'$ –3D скорость заряда относительно системы S'.

Запишем уравнения Максвелла в системе отсчета S в следующем виде

$$div\,\vec{E} = 4\pi\rho, \qquad rot\,\vec{H} = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + 4\pi\rho\,\vec{u}\right), \qquad div\,\vec{H} = 0, \qquad rot\,\vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = 0. \tag{22}$$

А.Эйнштейн, Х. Лоренц и А. Пуанкаре в работах [53,54] доказали, что уравнения Максвелла (22) инвариантны относительно преобразований координат (18) и полей (19) (т.е. выглядят одинаково в S и S')

$$div'\vec{E}' = 4\pi\rho', \qquad rot'\vec{H}' = \frac{1}{c}\left(\frac{\partial\vec{E}'}{\partial t'} + 4\pi\rho'\vec{u}'\right), \qquad div'\vec{H} = 0, \qquad rot'\vec{E}' + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{H}'}{\partial t'} = 0\,, \quad (23)$$

если плотность заряда ρ преобразуется в соответствии с формулой [54]

$$\rho' = \rho\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\beta\,. \qquad (24)$$

Соответственно, заряд в системе отсчета S' определяется из соотношения

$$e' = \int\rho'\,dV' = const\,, \quad dV' = dx'dy'dz' = \beta dx\,dy\,dz\,. \qquad (25)$$

Для точечной модели заряда с плотностью (16) в системе покоя, имеем для заряда

$$e' = \int\rho\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)\beta^2 dxdydz = e\beta^2\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right), \qquad (26)$$

из которой видно, *что заряд зависит от скорости движения системы отсчета и от скорости самой частицы относительно системы* S. Из этой же формулы следует, что инвариантность заряда

$$e' = e = inv \qquad (27)$$

имеет место при выполнении равенства

$$\beta^2\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right) = 1\,,$$

которое справедливо, если

$$u_x = v = const. \qquad (28)$$

Итак, условие инвариантности точечного заряда относительно преобразований Лоренца (18) и (19) выполняется если:

1) заряд e покоится в системе отсчета S';
2) заряд e движется прямолинейно и равномерно (или покоится) относительно инерциальных систем отсчета.

В общем случае это не так, поэтому условие (27) надо рассматривать как *третий постулат* специальной теории относительности.

Из формулы (24) следует, что при условии (28) плотность ρ преобразуется по закону

$$\rho' = \rho\beta^{-1} = \rho\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \qquad (29)$$

Именно это закон преобразования плотности заряда используется в учебниках [45].

Подводя итоги, мы приходим к выводу, что доказательство инвариантности уравнений Максвелла относительно преобразований Лоренца (18) и (19) существует только при условии, что заряды, создающие электромагнитные поля движутся *прямолинейно и равномерно*. Если же заряды движутся ускоренно, то инвариантность уравнений Максвелла имеет место лишь приближенно [55]. Этот вывод был хорошо известен А.Эйнштейну и другим ведущим теоретикам начала прошлого века. Об этом свидетельствуют следующие слова В.Паули: уравнения Максвелла «строго справедливы только для равномерно движущихся тел и степень их точности, вообще говоря, тем больше, чем меньше ускорение материи» [48]. Это очень точное замечание В.Паули было опубликовано почти 90 лет назад и, конечно, известно теоретикам. Удивительно только то, что до сих пор этот важный для будущей физики вывод в современных учебниках по электродинамике замалчивается.

3. 4D запись уравнений Максвелла-Лоренца не гарантирует их релятивистскую инвариантность

Доказательство релятивистской инвариантности уравнений Максвелла-Лоренца в современной научной литературе было заменено *постулатом.* Этот постулат утверждает, что уравнения Максвелла-Лоренца, представленные в 4D записи

$$\frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^i , \quad j^i = \rho \frac{dx^i}{dt} , \tag{30}$$

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} = 0 , \tag{31}$$

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{e}{\mu c^2} F^{ik} u_k , \tag{32}$$

где

$$F^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -H_z & H_y \\ E_y & H_z & 0 & -H_x \\ E_z & -H_y & -H_x & 0 \end{pmatrix}, \qquad i,k = 0,1,2,3, \tag{33}$$

- тензор электромагнитного поля, релятивистски инвариантны для любых полей E и H, для любых, но меньших c, скоростей источников поля и для любых скоростей, вплоть до c, 4D инерциальных систем отсчета.

4D запись уравнений Максвелла стала возможной (чисто формально) после того, как Г.Минковский объединил 3D пространство Евклида электродинамики Максвелла с временной координатой $x_0 = ct$ и получил 4D псевдоевклидово пространство с метрикой

$$ds_0 = dx^i dx_i = cdt\left\{1 - \frac{1}{c^2}\left[\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right]\right\}^{1/2} = cdt\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} = dx_0\beta^{-1} \, . \qquad (34)$$

Используя (33), первые два из уравнений (23) можно записать как

$$\frac{\partial F^{0k}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^0 \, , \quad j^0 = \rho \frac{dx^0}{dt} = \rho c \, , \qquad (35)$$

$$\frac{\partial F^{\alpha k}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^\alpha \, , \quad j^\alpha = \rho \frac{dx^\alpha}{dt} = \rho v^\alpha \, , \qquad (36)$$

при этом мы использовали условия (27) и (28) и их следствие (29). Объединяя уравнения (35) и (36), мы получим их 4D запись в виде (30). Доказательством релятивистской инвариантности уравнений поля (30) являются следующие рассуждения. В правой части уравнений (30) стоит «контравариантный 4-вектор тока»

$$j^i = \rho \frac{dx^i}{dt} \, , \qquad (37)$$

представляющий собой произведение двух не инвариантных величин ρ и dx^i / dt .

Компоненты этого вектора получены при условиях (27), (28), которые нарушаются в сильных электромагнитных полях, т.е. при больших ускорениях и при больших скоростях. Умножая (37) на скаляр $-4\pi/c$, получим контравариантный вектор $-4\pi\, j^i / c$.

В левой части уравнений (30) мы имеем контравариантный тензор электромагнитного поля F^{ik} на который действует ковариантный оператор $\partial / \partial x^k$. В результате этого действия в левой части уравнений (30) также стоит контравариантный вектор. Применяя к правой и левой частям уравнений (30) преобразования Лармора-Лоренца (18) (19), получим штрихованные уравнения

$$\frac{\partial F^{i'k'}}{\partial x^{k'}} = -\frac{4\pi}{c} j^{i'} , \qquad (38)$$

записанные в системе отсчета S'. Поскольку уравнения (30) и (35) не меняют своего вида при преобразованиях (18) и (19), то они инвариантны относительно этих преобразований. Это утверждение верно приближенно и может быть принято до тех пор, пока выполняются условия (27),(28). В общем случае никакой релятивистской инвариантности уравнений (38) не существует.

Подобным образом происходит «доказательство» релятивистской инвариантности уравнений движения (32). На самом деле мы не доказываем, а постулируем релятивистскую инвариантность уравнений электродинамики. Доказательство может быть получено только прямыми вычислениями и, если это проделать, то мы обнаружим, что при больших ускорениях заряженных частиц (т. е. в сильных электромагнитных полях) никакой релятивистской инвариантности уравнений Максвелла-Лоренца относительно преобразований Лармора-Лоренца не существует [55]. Необходимо модернизировать уравнения электродинамики так, чтобы их релятивистская инвариантность выполнялась для любых полей и ускорений. С моей точки зрения, этот факт является одной из причин кризиса современной научной парадигмы. Ошибочное понимание релятивистской инвариантности уравнений электродинамики ставит под сомнение релятивистскую инвариантность уравнений квантовой электродинамики, о которой ее создатель П. Дирак однажды произнёс следующие печальные слова [39]: *«Правильный вывод состоит в том, что основные уравнения неверны. Их нужно существенно изменить, с* *тем, чтобы в теории вообще не возникали бесконечности и чтобы уравнения решались точно, по обычным правилам, без всяких трудностей. Это условие потребует каких-то очень серьёзных изменений: небольшие изменения ничего не дадут».*

Я полностью присоединяюсь к мнению П. Дирака и не только потому, что он гениальный физик, но и потому что мне удалось найти такое обобщение уравнений электродинамики, в котором классические и квантовые принципы теории имеют единую основу [56, 57,58]. Я также могу с уверенностью сказать, что нашёл релятивистские инвариантные уравнения электродинамики, которые не только разрешают некоторые трудности теории, но и дают возможность понять «аномальные» электродинамические эксперименты [57, 58].

4. Геометризация уравнений движения (32)

Сильные электромагнитные поля, скорее всего, должны описываться нелинейными уравнениями. Предлагалось много моделей нелинейных уравнений электродинамики, однако все эти модели далеки от совершенства, поскольку содержат подгоночные параметры и произвольные виды нелинейности. Этих недостатков лишены геометризированные уравнения электродинамики [56,57], которых нелинейность задана структурой параметрической римановой геометрии. Действительно, мы можем записать интеграл действия параметрической римановой геометрии в виде

$$S=-\mu c\int ds=\mu c\int\left(g_{ik}dx^{i}dx^{k}\right)^{1/2}=-\mu c\int\left(g_{ik}\frac{dx^{i}}{dt}\frac{dx^{k}}{dt}\right)^{1/2}dt=\int L dt\ , \qquad (39)$$

где $\mu-$ масса частицы, $c-$ скорость света, $L-$ функция Лагранжа, $g_{ik}-$ метрический тензор риманова пространства событий. В общем случае геометризированной электродинамики мы представим метрический тензор риманова пространства событий в виде [56]

$$g_{ik}=\eta_{ik}+ka_{ik}\ , \qquad (40)$$

где $k=e/\mu-$удельный заряд пробной частицы, a_{ik} $-$тензорный потенциал геометризированной электродинамики [56], $\eta_{ik}-$ метрический тензор пространства Минковского и

$$ds^{2}=g_{ik}dx^{i}dx^{k} \qquad (41)$$

- трансляционная метрика пространства.

Вариационная задача для действия (39) приводит к уравнениям движения (уравнениям геодезических) вида

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} = -\Gamma^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = \frac{e}{\mu c^2}E^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}, \qquad (42)$$

где

$$E^i{}_{jk} = -\frac{c^2}{2}g^{im}(a_{jm,k} + a_{km,j} - a_{jk,m}) \qquad (43)$$

- напряженность сильного электромагнитного поля.

Уравнения (42) - релятивистски инвариантные уравнения электродинамики, которые можно использовать в сильных электромагнитных полях и при ультрарелятивистских скоростях. В отличии от уравнений движения линейной электродинамики Максвелла-Лоренца, уравнения (42):

а) инвариантны относительно локальной группы Пуанкаре [46];
б) содержат в качестве компонент электромагнитного поля величину $E_{jk}{}^i$, которая *не является тензором* относительно преобразований трансляционных координат x, y, z, ct;
в) нелинейны по скорости dx^k / ds;

г) умножая уравнения (42) на характерный параметр электродинамики $r_{кл} = e^2 / \mu c^2$ - классический радиус электрона, находим условие слабости поля в виде

$$\left|\frac{e^3}{\mu^2 c^4}E^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}\right| << 1 . \qquad (44)$$

В случае слабых электромагнитных полей действие (39) можно представить как

$$S = -\mu c\int ds = \mu c\int\left(g_{ik}dx^i dx^k\right)^{1/2} = -\mu c\int\left(1 + ka_{ik}\frac{dx^i}{ds_0}\frac{dx^k}{ds_0}\right)^{1/2} ds_0 , \qquad (45)$$

где

$$ds_0 = (\eta_{ik}dx^i dx^k)^{1/2}, \quad \eta_{ik} = \eta^{ik} = diag(1 -1 -1 -1) \qquad (46)$$

- метрика псевдоевклидова (пустого) пространства. Электромагнитное поле, искривляющее пространство, считается слабым, если в (45) выполняется условие

$$\left|ka_{ik}\frac{dx^i}{ds_0}\frac{dx^k}{ds_0}\right| << 1 . \qquad (47)$$

В слабых электромагнитных полях условия (44) и (47) дают приблизительно одинаковые результаты. Используя (46), запишем известное соотношение [69]

$$\Gamma^i{}_{jk} = \eta^{im}\Gamma_{m,jk} = \pm\Gamma_{i,jk}\begin{pmatrix} i = 1,2,3 \\ i = 0 \end{pmatrix}.$$

Разделяя в уравнениях (42) пространственную и временную части, находим

$$\frac{d^2x^0}{ds^2} = \Gamma_{0,jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = -\frac{e}{\mu c^2}E_{0,jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}, \qquad (48a)$$

$$\frac{d^2x^\alpha}{ds^2} = -\Gamma_{\alpha,jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = \frac{e}{\mu c^2}E_{\alpha,jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}, \qquad (48b)$$

$$\alpha,\beta,\gamma... = 1,2,3, \qquad i,j,k... = 0,1,2,3.$$

При условии слабости поля (47) можно в (48) произвести замену ds на ds_0. Кроме того, в нерелятивистском приближении выполняются приближенные равенства

$$ds_0 \approx cdt, \quad \frac{dx^0}{ds_0} \approx 1, \quad \frac{dx^\alpha}{ds_0} \approx \frac{1}{c}\frac{dx^\alpha}{dt} \qquad \frac{dx^i}{ds_0}\frac{dx^k}{ds_0} \approx \frac{v^2}{c^2} << 1. \qquad (47a)$$

Используя формулу для перехода от параметра ds_0 к параметру dx^0

$$\frac{d^2x^\alpha}{dx^{0^2}} = \frac{\dfrac{d^2x^\alpha}{ds_0{}^2}\dfrac{dx^0}{ds_0} - \dfrac{d^2x^0}{ds_0{}^2}\dfrac{dx^\alpha}{ds_0}}{\left(\dfrac{dx^0}{ds_0}\right)^3} \approx \frac{d^2x^\alpha}{ds_0{}^2} - \frac{d^2x^0}{ds_0{}^2}\frac{dx^\alpha}{ds_0},$$

запишем (48b) в виде

$$\frac{d^2x^\alpha}{dx^{0^2}} = \frac{e}{\mu c^2}\left\{E_{\alpha,jk}\frac{dx^j}{ds_0}\frac{dx^k}{ds_0} + E_{0,jk}\frac{dx^j}{ds_0}\frac{dx^k}{ds_0}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\right\}. \qquad (48b)$$

В силу условий (47a), сохраним во втором члене справа компоненты $E_{0,jk}$ с $j = k = 0$, а в первом члене компоненты с $j = k = 0$, $j = 0, \kappa = \beta$, $j = \beta, \kappa = 0$, тогда из (46b) имеем

$$\frac{d^2x^\alpha}{dx^{0^2}} = \frac{e}{\mu c^2}\left\{E_{\alpha,00}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0} + 2E_{\alpha,\beta 0}\frac{dx^\beta}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0} + E_{0,00}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\right\}. \qquad (48c)$$

Используя формулу

$$E_{i,jk} = -\frac{c^2}{2}(a_{ij,k} + a_{ik,j} - a_{jk,i}),$$

находим

$$E_{\alpha,00}=c^2\left(\frac{1}{2}\frac{\partial a_{00}}{\partial x^\alpha}-\frac{1}{c}\frac{\partial a_{\alpha 0}}{\partial t}\right)\ ,\ \ 2E_{\alpha,\beta 0}=-c^2\left(\frac{\partial a_{\alpha 0}}{\partial x^\beta}-\frac{\partial a_{\beta 0}}{\partial x^\alpha}\right)-c^2\frac{1}{c}\frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t},\ \ E_{0,00}=-c^2\frac{1}{2c}\frac{\partial a_{00}}{\partial t}. \quad (49)$$

Введем обозначения

$$E_{\alpha 00}=-\left(A_{\alpha,0}-A_{0,\alpha}\right),\qquad 2E_{\alpha\beta 0}=-\left(A_{\alpha,\beta}-A_{\beta,\alpha}\right)-c^2\frac{1}{c}\frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t},$$

где

$$A_0=\frac{c^2}{2}a_{00},\qquad A_\alpha=c^2 a_{\alpha 0}\ . \tag{50}$$

Поскольку в нашем приближении $dx^0/ds_0\approx 1$, то вместо (50) мы можем записать

$$A_0=\frac{c^2}{2}a_{00}\frac{dx^0}{ds_0},\qquad A_\alpha=a_{\alpha 0}c^2\frac{dx^0}{ds_0},\quad \alpha,\beta=1,2,3. \tag{51}$$

При этих условиях (48c) принимает вид

$$\frac{d^2x^\alpha}{ds^2{}_0}=-\frac{e}{\mu c^2}\left\{(A_{\alpha,0}-A_{0,\alpha})\frac{dx^0}{ds_0}+(A_{\alpha,\beta}-A_{\beta,\alpha})\frac{dx^\beta}{ds_0}+c^2\frac{1}{c}\frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t}\frac{dx^\beta}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0}+c^2\frac{1}{2c}\frac{\partial a_{00}}{\partial t}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\right\}$$

или

$$\frac{du^\alpha}{ds_0}=\frac{e}{\mu c^2}\left\{F_{\alpha 0}\frac{dx^0}{ds_0}+F_{\alpha\beta}\frac{dx^\beta}{ds_0}-c^2\frac{1}{c}\frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t}\frac{dx^\beta}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0}-c^2\frac{1}{2c}\frac{\partial a_{00}}{\partial t}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\right\}, \tag{52}$$

где

$$F_{\alpha k}=A_{k,\alpha}-A_{\alpha,k},\qquad \alpha,\beta,\gamma...=1,2,3,\qquad i,j,k...=0,1,2,3. \tag{53}$$

Пренебрегая третьим и четвертым членами в правой части (52), получим

$$\frac{du^\alpha}{ds_0}=\frac{e}{\mu c^2}F^{k\alpha}u_k, \tag{52a}$$

- где $F^{k\alpha}$ компоненты тензора электромагнитного поля (33). Уравнения (52а), как легко видеть, совпадают с пространственной частью уравнений движения (32) электродинамики Максвелла-Лоренца.

4.1 Геометризация электродинамики в приближении векторного потенциала

Более простой способ вывода геометризированных уравнений (32) мы получим следующими рассуждениями. При условии (44) пространство событий слабо искривлено и, вместо уравнений движения (42), мы можем представить второй член в скобках в соотношении (45) в виде

$$\frac{e}{\mu}\left\{a_{00}\left(\frac{dx^0}{ds_0}\right)^2+2a_{\alpha 0}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0}+a_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\frac{dx^\beta}{ds_0}\right\},\quad \alpha,\beta=1,2,3\,. \tag{54}$$

Введем обозначения

$$A_0=\frac{c^2}{2}a_{00}\frac{dx^0}{ds_0},\qquad A_\alpha=a_{\alpha 0}c^2\frac{dx^0}{ds_0}+\frac{c^2}{2}a_{\alpha\beta}\frac{dx^\beta}{ds_0},\qquad \alpha,\beta=1,2,3. \tag{55}$$

В результате соотношение (54) можно записать как

$$\frac{2e}{\mu}\left\{A_0\frac{dx^0}{ds_0}+A_\alpha\frac{dx^\alpha}{ds_0}\right\}=\frac{2e}{\mu c^2}A_i\frac{dx^i}{ds_0}\,,\quad i=0,1,2,3\,. \tag{56}$$

Подставляя (56) в (45), получим интервал параметрического риманова пространства в виде

$$ds=\left(1+\frac{2e}{\mu c^2}A_i\frac{dx^i}{ds_0}\right)^{1/2}ds_0\,. \tag{57}$$

Теперь для слабых электромагнитных полей выполняется неравенство

$$\left|\frac{2e}{\mu c^2}A_i\frac{dx^i}{ds_0}\right|<<1, \tag{58}$$

поэтому в (57) мы можем разложить круглую скобку в ряд

$$\left(1+\frac{2e}{\mu c^2}A_i\frac{dx^i}{ds_0}\right)^{1/2}=1+\frac{e}{\mu c^2}A_i\frac{dx^i}{ds_0}+\ldots\,. \tag{59}$$

Ограничиваясь первыми двумя членами, запишем (57) как

$$ds=\left(1+\frac{e}{\mu c^2}A_i\frac{dx^i}{ds_0}\right)ds_0\,. \tag{60}$$

Решая вариационную задачу для действия

$$S=-\mu c\int ds==-\mu c\int\left(1+\frac{e}{\mu c^2}A_i\frac{dx^i}{ds_0}\right)ds_0\,,$$

мы получим уравнения

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{e}{\mu c^2} F^{ik} u_k , \qquad (61)$$

подобные уравнениям (32), при этом уравнения (61) будут иметь геометрическую природу и обращаются в уравнения движения свободной частицы

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{d^2 x^i}{ds^2{}_0} = \frac{d}{ds_0}\left(\frac{c}{c\sqrt{1-v^2/c^2}}, \frac{v^\alpha}{c\sqrt{1-v^2/c^2}} \right) = 0 \ , \qquad (62)$$

если пространство событий становится плоским.

Требуя соответствия кулоновского скалярного потенциала φ с компонентой A_0 , находим в нерелятивистском приближении

$$\varphi = A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00} , \qquad (63)$$

откуда

$$a_{00} = \frac{2\varphi}{c^2} . \qquad (64)$$

В «слаборелятивистском» случае из (55) мы имеем

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00} \frac{dx^0}{ds_0} = \frac{\varphi}{\sqrt{1-v^2/c^2}} , \qquad (65)$$

что соответствует скалярному потенциалу в инерциальной системе отсчета, движущейся со скоростью v . Ниже мы покажем, что в «слаборелятивистском» приближении векторная часть потенциала (55) имеет вид

$$A_\alpha = \frac{c^2}{2} a_{\alpha\alpha} \frac{dx^\alpha}{ds_0} = \varphi \frac{v^\alpha}{c\sqrt{1-v^2/c^2}} \ . \qquad (66)$$

5. Геометризация уравнений поля (30)

В качестве уравнений поля нелинейной геометризированной электродинамики мы предложили использовать уравнения вида [46]

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi k}{c^4} T_{ik} \ , \qquad (67)$$

где тензор Риччи определяется через сильное электромагнитное поле (43) как

$$R_{jm} = R^i{}_{jim} = -2\frac{e}{\mu c^2} \partial_{[i} E^i{}_{|j|m]} + 2\frac{e^2}{\mu^2 c^4} E^i{}_{s[i} E^s{}_{|j|m]} = 0 , \qquad (68)$$

а тензор энергии-импульса источника поля имеет вид

$$T_{ik} = \rho c^2 u_i u_k \ , \qquad u^i u_i = 1. \qquad (69)$$

5.1 Уравнения электромагнитного поля геометризированной электродинамики для слабых полей

Свертывая уравнения (67) с метрическим тензором g^{ik} и учитывая соотношение $g^{ik}g_{ik}=4$, имеем

$$R=-\frac{8\pi}{c^4}\frac{e}{\mu}T, \qquad T=T^i{}_i \;. \tag{70}$$

Подставляя (70) в (67), запишем эти уравнения в виде

$$R_{ik}=\frac{8\pi}{c^4}\frac{e}{\mu}(T_{ik}-\frac{1}{2}g_{ik}T). \tag{71}$$

Следуя А.Фоку [58], мы потребуем для уравнений поля (71) выполнения:

1. Условия слабости поля (47) для тензора (68).
2. Условие гармоничности для единичной скорости u^i

$$\left(\Delta-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)u^i=0. \tag{72}$$

Первое из этих условий означает, что пространство событий мало отличается от плоского (пустого) пространства, а второе, что источники поля движутся с малыми ускорениями – почти прямолинейно и равномерно.

Применяя условие (47) к уравнениям (71), получим

$$R_{ik}=-\frac{k}{2}\left(\Delta-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{ik}=\frac{8\pi k}{c^4}(T_{ik}-\frac{1}{2}g_{ik}T). \tag{73}$$

Отсюда для компоненты R_{00} имеем

$$R_{00}=-\frac{k}{2}\left(\Delta-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{00}=\frac{8\pi k}{c^4}(T_{00}-\frac{1}{2}g_{00}T). \tag{74}$$

Поскольку для слабого поля

$$T_{00}=\rho c^2\;, \qquad g_{00}\approx 1\,, \qquad T=\rho c^2\,, \tag{75}$$

то мы имеем из (74)

$$\frac{1}{2}\left(\Delta-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{00}=-\frac{4\pi}{c^2}\rho \ . \qquad (76)$$

Умножая это соотношение слева на $c^2u^0=c^2dx^0/ds_0$, получим

$$\left(\Delta-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_0=-\frac{4\pi}{c}j_0, \qquad (77)$$

где

$$A_0=\frac{c^2}{2}a_{00}u^0 \qquad (78)$$

совпадает с компонентой A_0 потенциала (55), а j_0 определяется как

$$j_0=j^0=\rho\, cu^0=\rho c=\rho\frac{dx^0}{dt} \ . \qquad (79)$$

Здесь $\rho-$плотность источника поля в системе отсчета, где он покоится. Таким образом, потенциал A_0 для слабых электромагнитных полей удовлетворяет уравнению (77).

Статическое сферически-симметричное решение уравнений (71) вне источников (вакуумных уравнений $R_{ik}=0$) имеет вид [46]

$$ds^2=\left(1-\frac{r_0}{r}\right)c^2dt^2-\left(1-\frac{r_0}{r}\right)^{-1}dr^2-r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2), \qquad (80)$$

где $r_0=const$ - константа интегрирования.

Пусть теперь мы имеем ситуацию, когда метрика (80) описывает движение электрона с массой μ и зарядом $-e$ в поле ядра с массой $m>>\mu$ и зарядом $+Ze$, $Z=1,2,3...$ (случай притяжения), тогда из (40), (64) и (80), находим

$$ds^2=\left(1-\frac{r_e}{r}\right)c^2dt^2-\left(1-\frac{r_e}{r}\right)^{-1}dr^2-r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2), \qquad (81)$$

где

$$r_e = \frac{2Ze^2}{\mu c^2} = const \tag{82}$$

- электромагнитный радиус.

Для компонент $a_{\alpha 0}$ из уравнений (73) следует

$$R_{\alpha 0} = -\frac{k}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{\alpha 0} = \frac{8\pi k}{c^4}(T_{\alpha 0} - \frac{1}{2}g_{\alpha 0}T). \tag{83}$$

Поскольку в метрике (81), полученной из решения уравнений (73), мы имеем

$$a_{00} = \frac{2\varphi}{c^2} = -\frac{r_e}{kr}, \qquad a_{\alpha 0} = 0, \qquad a_{\alpha\beta} = \frac{2\varphi}{c^2}\delta_{\alpha\beta} = -\frac{r_e}{kr}\delta_{\alpha\beta}, \tag{84}$$

то левая часть уравнений (83) обращается в нуль и это уравнение (в приближении слабого поля) теряет смысл. Зато, для компоненты $R_{\alpha\beta}$ уравнения (73) записываются как

$$R_{\alpha\beta} = -\frac{k}{2}\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)a_{\alpha\beta} = \frac{8\pi k}{c^4}(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}T). \tag{85}$$

Умножая эти уравнения слева на $c^2 u^\beta$ и учитывая (72), (66), (75) и (84), а также

$$u^\alpha = \frac{v^\alpha}{c\sqrt{1 - v^2/c^2}} \approx \frac{v^\alpha}{c},$$

находим

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_\alpha = -\frac{8\pi}{c^2}(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}T)u^\beta = -\frac{8\pi}{c^2}T(u_\alpha - \frac{1}{2}u_\alpha) = -\frac{4\pi}{c}j_\alpha, \tag{86}$$

где

$$j_\alpha = \frac{\rho v_\alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx \rho\frac{dx_\alpha}{dt}, \tag{87}$$

Объединяя уравнения (77) и (86), мы получим 4D запись уравнений геометризированной электродинамики (67) в виде уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца (30)

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_i = -\frac{4\pi}{c}j_i \ , \quad j^i = (\rho c,\ \rho v^\alpha), \qquad \mathrm{i} = 0,1,2,3. \tag{88}$$

Хотя уравнения (88) по внешнему виду подобны уравнениям Максвелла с источниками поля, их физическое содержание отлично от уравнений Максвелла. В самом деле, уравнения Максвелла рассматривают электромагнитные поля на фоне плоского псевдоевклидова пространства, в то время как уравнения (88) описывают электромагнитные поля через кривизну параметрического риманова пространства.

Итак, мы показали, что уравнения движения (42) и уравнения поля (67) геометризированной электродинамики переходят в уравнения электродинамики Максвелла-Лоренца (30),(32) в слабых полях и при не ультрарелятивистских скоростях, при этом, вместо тензорного потенциала a_{ik} , достаточно использовать векторный потенциал (55). 4D запись первой пары уравнений Максвелла (31) оказывается всего лишь следствием определения тензора электромагнитного поля (33), представленного как

$$F_{ik} = A_{k,i} - A_{i,k}\,.$$

Поэтому в слабом поле, как легко показать, уравнения (31) принимают вид тождества.

6. Теоретические результаты геометризированной электродинамики сильных полей

Прошло 40 лет с тех пор, когда впервые были опубликованы уравнения общерелятивистской нелинейной электродинамики с тензорным потенциалом [56]. В течение всего этого времени я неоднократно выступал на различных теоретических семинарах. Я пытался доказать отсутствие релятивистской инвариантности уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца (в общем случае) и указывал на ошибочность обратного утверждения. За все это время только один человек, который сам читал лекции студентам, подошел ко мне после моей лекции и сказал, что он наконец понял проблему релятивистской не инвариантности и благодарен мне за то, что я поднимаю этот вопрос. Я не сомневался в своей правоте, опираясь на мнение В.Паули [48], Г.Лоренца, А.Пуанкаре, А.Эйнштейна и П.Дирака [39]. Твердая уверенность в отсутствии релятивистской инвариантности уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца стимулировала работу [56] и дало свои результаты в фундаментальном развитии классической (а, затем, и квантовой) электродинамики.

Следующие важные свойства геометризированной электродинамики с тензорным потенциалом, в основе которой лежат уравнения (42) и (67), указывают на ее фундаментальную природу:

1. Её уравнения оказываются релятивистки инвариантными для сильных электромагнитных полей и для всех скоростей, сколь угодно близких к скорости света.
2. Нелинейность уравнений (42) и (67) определена структурой параметрической римановой геометрии, а не вводится (как в обычных нелинейных моделях) руками.
3. Уравнения (42)и (67) естественно объединяются с уравнениями релятивистской теории гравитации Эйнштейна [46].
4. Собственная энергия заряженной частицы (источника поля) оказывается конечной [46].

5. Точные решения вакуумных уравнений (67) дают целый ряд новых потенциалов, обобщающих потенциал Кулона [46].
6. Движение пробного заряда (например, электрона) в электромагнитном поле ядра (например, атома водорода) происходит без излучения электромагнитных волн [46], что указывает на связь геометризированной электродинамики с квантовой теорией (имеется ввиду принцип стационарных орбит Бора) [46].
7. Дальнейшее обобщение уравнений (42) и (67) привело к геометризации правой части уравнений (67) (тензора энергии-импульса источника поля) и, следовательно, к геометризации волновой функции квантовой электродинамики [59].

Не смотря на эти обнадеживающие результаты, уравнения (42) и (67) далеки от совершенства. Прежде всего, из уравнений (42) и (67) не следуют квантовые уравнения, например уравнение Шредингера. Далее, правая часть уравнений поля (67) задается руками подобно тому, как это имеет место в теории гравитации Эйнштейна, а уравнения движения (42) соответствуют движению пробной (т.е. не имеющей никакого собственного поля) частицы. Наконец, пространственно-временная метрика (40) содержит параметр k, который, вообще говоря, ограничивает общность геометрического подхода. Этих недостатков лишена вакуумная электродинамика [46], уравнения которой первоначально не содержат никаких физических констант.

7. Вакуумная электродинамика

Дальнейшее развитие физики А. Эйнштейн видел в геометризации не только гравитационного поля, но и всех других физических полей, включая квантовые [61]. А. Эйнштейн считал, что правая часть (тензор энергии- импульса T_{ik}) его знаменитых уравнений

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik} \tag{89}$$

имеет феноменологическую (временную) природу и должна быть геометризирована**,** при этом сам тензор материи T_{ik} должен быть образован Единым Полем, «пока еще неизвестной природы [61]». С другой стороны, в астрофизических моделях, в которых рассматривается рождение Вселенной из вакуума, правую часть уравнений (1) образуют квантовые поля. Следовательно, Единое Поле «пока еще неизвестной природы» должно быть связано с квантовыми полями и по своим свойствам должно быть *более универсальным*, чем гравитационное поле. Принципиальное решение этой проблемы впервые было дано автором в работе [62] .

7.1 Геометризация вращения

Из классической механики нам известно, что явление инерции более универсально, поскольку силы инерции действуют в ускоренных системах отсчета, движущихся под действием сил любой природы согласно уравнениям [63]

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \vec{r}} \underbrace{- m\vec{W}}_{4} \underbrace{- m[\vec{\omega}[\vec{\omega}\vec{r}]]}_{1} \underbrace{- 2m[\vec{\omega}\vec{v}]}_{2} \underbrace{- m[\frac{d\vec{\omega}}{dt}\vec{r}]}_{3}, \tag{90}$$

при этом результат их действия наблюдается в инерциальных системах (например, прецессия, нутация гироскопа). Из (90) видно, что 3 силы инерции – центробежная 1, Кориолиса 2 и связанная с ускоренным вращением 3, порождены пространственным вращением материи (вращением в углах Эйлера $\varphi_1(t),\ \varphi_2(t)\ ,\varphi_3(t)$). Четвертая сила

$$\vec{F}_4 = m\vec{W} = mc\overrightarrow{\frac{d(th\,\theta(t))}{dt}}$$

проявляет себя при вращении материи в пространственно-временных плоскостях [46] (вращение в псевдоевклидовых углах $\theta_1(t),\ \theta_2(t),\ \theta_3(t)$). В этой формуле c - скорость света. В теории поля силы инерции порождаются полями инерции, поэтому создание теории полей инерции является исключительно важной проблемой. Важно отметить, что описание сил и полей инерции требует введения пространства событий, состоящее из 4-х трансляционных координат x, y, z, ct и 6-ти вращательных координат $\varphi_1,\ \varphi_2\ ,\varphi_3,\ \theta_1,\ \theta_2,\ \theta_3$.

В 1922 г. французский математик Э.Картан пришел к выводу, что вращение материи порождает кручение пространства, при этом в работе [64] он не дал точной аналитической связи между кручением пространства и физическим вращением. Для физика гипотеза Э.Картана означает, что существует связь между силами и полями инерции, порожденными вращением материи, и кручением пространства. В дифференциальной геометрии нам известны несколько типов пространств, обладающих кручением. Однако аналитическую связь между вращением материальных тел и кручением пространства удается установить с лишь помощью следующей формулы [46]

$$\Omega^i{}_j = \frac{d\chi^i{}_j}{ds} = T^i{}_{jk}\frac{dx^k}{ds} = \frac{De^i{}_a}{ds}e^a{}_j\ , \qquad (91)$$
$$i, j, k... = 0,1,2,3, \qquad a, b, c... = 0,1,2,3\,.$$

В (91) Ω_{ik} - 4D скорость вращения тетрады $e^a{}_i$ (произвольно ускоренной четырехмерной системы отсчета, жестко связанной с материальным телом отсчета)

$$\Omega_{ij} = -\Omega_{ji} = \frac{1}{c^2}\begin{pmatrix} 0 & -W_1 & -W_2 & -W_3 \\ W_1 & 0 & -c\omega_3 & c\omega_2 \\ W_2 & c\omega_3 & 0 & -c\omega_1 \\ W_3 & -c\omega_2 & c\omega_1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad (92)$$

$d\chi_{ij} = -d\chi_{ji}$ - дифференциалы шести вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2\ ,\varphi_3,\ \theta_1, \theta_2, \theta_3$,

$$ds = (g_{ik}dx^i dx^k)^{1/2} \qquad (93)$$

- трансляционный интервал,

$$g_{jk} = \eta_{ab} e^a{}_j e^b{}_k \ , \quad \eta_{ab} = \eta^{ab} = diag(1 -1 -1 -1) \tag{94}$$

- координатный и локальный метрические тензора,

$$T^i{}_{jk} = -\Omega^{..i}{}_{jk} + g^{im}(g_{js}\Omega^{..s}{}_{mk} + g_{ks}\Omega^{..s}{}_{mj}) \tag{95}$$

- коэффициенты вращения Риччи (тензор конторсии пространства абсолютного параллелизма),

$$T^i{}_{[jk]} = -\Omega^{..i}{}_{jk} = -e^i{}_a e^a{}_{[k,j]} = \frac{1}{2} e^i{}_a \left(e^a{}_{j,k} - e^a{}_{k,j} \right), \quad {}_{,k} = \frac{\partial}{\partial x^k} \tag{96}$$

- кручение пространства абсолютного параллелизма [46] и D – ковариантный дифференциал относительно символов Кристоффеля, определяемых через метрический тензор (94) по правилу

$$\Gamma^i{}_{jk} = \frac{1}{2} g^{im}(g_{jm,k} + g_{km,j} - g_{jk,m}). \tag{97}$$

Кроме трансляционного интервала (93), который определен на множестве трансляционных координат x, y, z, ct, в геометрии абсолютного параллелизма на множестве вращательных координат $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ задана вращательная метрика [46]

$$d\tau^2 = d\chi^a{}_b d\chi^b{}_a = -De^a{}_i De^i{}_a = T^a{}_{bk} T^b{}_{an} dx^k dx^n \ , \tag{98}$$

определяющая бесконечно малый поворот.

7.2 Геометризация поля инерции

Геодезическое вращение тетрады описывается шестью уравнениями вида [46]

$$\frac{de^i{}_a}{ds} + \Delta^i{}_{jk} e^j{}_a \frac{dx^k}{ds} = \frac{de^i{}_a}{ds} + \Gamma^i{}_{jk} e^j{}_a \frac{dx^k}{ds} + T^i{}_{jk} e^j{}_a \frac{dx^k}{ds} = 0 \ , \tag{99}$$

где

$$\Delta^i{}_{jk} = \Gamma^i{}_{jk} + T^i{}_{jk} = e^i{}_a e^a{}_{j,k} \tag{100}$$

- связность геометрии абсолютного параллелизма.

Из уравнений (99) следуют уравнения движения начала O произвольно ускоренной четырехмерной системы отсчета

$$\frac{de^i{}_0}{ds}+\Gamma^i{}_{jk}e^j{}_0\frac{dx^k}{ds}+T^i{}_{jk}e^j{}_0\frac{dx^k}{ds}=0\ . \tag{101}$$

Действительно выбирая вектор $e^0{}_i = dx_i / ds$ касательным к моровой линии, получим из (101)

$$\frac{d^2x^i}{ds^2}+\Gamma^i{}_{jk}\frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds}+\Omega^i{}_j\frac{dx^j}{ds}=0\ , \tag{102}$$

где 4D угловая скорость определяется соотношениями (91) и (92). В нерелятивистском приближении трехмерная часть уравнений (102) принимает вид [46]

$$m\frac{dv_\alpha}{dt}=-\frac{\partial U}{\partial\vec{r}}+m\left(\underbrace{W_\alpha+2\omega_{\alpha\beta}v^\beta}_{4\qquad 2}\right),\qquad \alpha,\beta...=1,2,3, \tag{103}$$

где потенциальная энергия U определяется через g_{00} компоненту метрического тензора (94) следующим образом

$$U=\frac{mc^2}{2}\left(g_{00}-1\right)\ . \tag{104}$$

Сравнение уравнений (103) с уравнениями (90) показывает, что тензор конторсии (95) порождает поле инерции в релятивистском случае. Поскольку этот тензор образован кручением пространства абсолютного параллелизма

$$\Delta^i_{[jk]}=T^i{}_{[jk]}=-\Omega^{..i}_{jk}=e^i{}_a e^a{}_{[j,k]}\ , \tag{105}$$

то он был назван *торсионным полем*. Поэтому в дальнейшем мы будем называть тензор (95) либо *полем инерции*, либо торсионным полем.

7.3 Уравнения вакуумной электродинамики

В работе [46] автором было показано, что поле инерции (95) удовлетворяют системе вакуумных уравнений следующего вида

$$\nabla_{[k}e^a_{j]}+T^i_{[k\,j]}e^a_i=0, \tag{A}$$

$$R^i{}_{jkm}+2\nabla_{[k}T^i{}_{|j|m]}+2T^i{}_{s[k}\,T^s{}_{|j|\,m]}=0. \tag{B}$$

Эти уравнения могут быть представлены в виде расширенной системы уравнений Эйнштейна-Янга Миллса

$$\nabla_{[k} e^a_{j]} + T^i_{[k\,j]} e^a_i = 0, \qquad (A)$$

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \nu \; T_{ik} , \qquad (B.1)$$

$$C^i{}_{jkm} + 2\nabla_{[k} T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k} T^s_{|j|m]} = -\nu J^i{}_{jkm} , \qquad (B.2)$$

при этом тензор энергии-импульса T_{jm} в уравнениях (B.1) имеет геометрическую природу и выражается через поле инерции $T^i{}_{jm}$ следующим образом

$$T_{jm} = -\frac{2}{\nu}\left\{\left(\nabla_{[i} T^i_{|j|m]} + T^i_{s[j} T^s_{|i|m]}\right) - \frac{1}{2} g_{jm} g^{pn}\left(\nabla_{[i} T^i_{|p|n]} + T^i_{s[i} T^s_{|p|n]}\right)\right\}. \qquad (106)$$

В уравнениях Янга-Миллса (B.2) тензор тока $J^i{}_{jkm}$ также геометризирован и выражается через тензор энергии-импульса (106) (т.е. опять же через поле инерции) как

$$J_{ijkm} = 2g_{[k(i} T_{j)m]} - \frac{1}{3} T g_{i[m} g_{k]j} . \qquad (107)$$

Используя тензор (106), находим выражение для плотности материи

$$\rho = \frac{T}{c^2} = \frac{g^{jm} T_{jm}}{c^2} = \frac{2g^{jm}}{\nu c^2}\left\{\nabla_{[i} T^i_{|j|m]} + T^i_{s[j} T^s_{|i|m]}\right\}. \qquad (108)$$

Как и подобает вакуумным уравнениям, система вакуумных уравнений (A), (B) не содержит никаких физических констант. Физические константы (или функции) в этой системе появляются после интегрирования уравнений вакуума и применения к полученным решениям принципа соответствия с уже известными фундаментальными уравнениями физики.

Мы предлагаем рассматривать уравнения (A), (B.1) и (B.2) как уравнения вакуумной электродинамики, обобщающие уравнения (42) и (67).

8. Квантовая теория как следствие уравнений вакуумной электродинамики

Квантовая теория возникла как обобщение уравнений классической электродинамики после того, как в электродинамических экспериментах были обнаружены явления, объяснить которых в рамках электродинамики Максвелла-Лоренца оказалось невозможным.

Покажем, что плотность материи (108) в (квази)инерциальной системе отсчета выражается через поле инерции, которое в данном случае удовлетворяет основным уравнениям современной квантовой теории. Иными словами, мы покажем, что поле инерции (95) оказалось тем самым Единым Полем «неизвестной природы», которое много лет искал А.Эйнштейн.

8.1 Полевая модель «точечной» частицы

Из плотности материи (108) следует, что в уравнениях (B.1), обобщающих уравнения Эйнштейна (89) и уравнения (67) геометризированной электродинамики, источники гравитационных и электромагнитных полей представляют собой сгустки полей инерции. Для того чтобы определить плотность (108) и тензор энергии-импульса (106), нам необходимо решить систему уравнений (A), (B.1) и (B.2). При выбранных координатах x, y, z, ct и специализированной тетраде $e^a{}_i$, 44 независимых уравнений (A), (B.1) и (B.2) представляет собой систему дифференциальных уравнений первого порядка относительно 44 неизвестных функций: 24 компонент поля инерции $T^i{}_{jm}$ и 20 компонент тензора Римана $R^i{}_{jkm}$.

Уравнения (A),(B.1) и (B.2) могут быть решены с помощью метода Вайдя [65], Ньюмена-Пенроуза [66] или Дебнея-Керра-Шильда [67] (см. математическую часть книги [46]). Далее, в 1993 г., в математической части книги [68] *была доказана теорема, что в спинорном базисе основные уравнения формализма Ньюмена-Пенроуза совпадают со структурными уравнениями (A), (B) геометрии абсолютного параллелизма* (см. также [46]). В силу этого обстоятельства, мы использовали спинорный формализм Ньюмена-Пенроуза для нахождения решений вакуумных уравнений (A), (B).

Рассмотрим, например, решение уравнений (A), (B.1) и (B.2) с переменной функцией источника $\Psi^0(u)$, которое описывает сферически симметричный источник. В координатной системе (квази)сферических координат $x^0 = ct$, $x^1 = r$, $x^2 = \theta$, $x^3 = \varphi$ метрика (93) этого решения имеет следующий вид [46]

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\Psi^0(t)}{r}\right)c^2dt^2 - \left(1 - \frac{2\Psi^0(t)}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) , \qquad (109)$$

а вычисленные тензор энергии-импульса (106) и плотность материи (108) определяются как

$$T_{jm} = \rho c^2 l_j l_m = -\frac{2\dot{\Psi}^0(t)}{\nu\, r^2}\, l_j l_m, \qquad \dot{\Psi}^0 < 0\,, \qquad l_m l^m = 0, \qquad (110)$$

$$\rho(r,t) = -\frac{2\dot{\Psi}^0(t)}{\nu c^2 r^2}. \qquad (111)$$

В пределе $\Psi^0(t) \to \Psi^0 = const$ метрика (109) переходит в метрику (80), которая, в свою очередь, совпадает с метрикой Шварцшильда

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)c^2dt^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)\,, \qquad r_g = \frac{2\mu G}{c^2}\,, \qquad (112)$$

либо в с метрику (81) геометризированной электродинамики.

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_e}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_e}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \ , \quad r_e = k\frac{2Ze}{c^2} \ , \qquad (112a)$$

В первом случае плотность (111) в пределе $\Psi^0(t) \to \Psi^0 = const$ переходит в плотность точечной массы

$$\rho_\mu = \mu\delta(\vec{r}) \ , \qquad (113)$$

причем неопределенный до этого момента множитель ν в уравнениях (B.1) оказывается равным

$$\nu_g = \frac{8\pi G}{c^4} \ , \qquad (114)$$

а сами уравнения (B.1) описывают гравитационные поля и совпадают (формально) с уравнениями Эйнштейна.

Во втором случае предельная плотность переходит в плотность точечного заряда

$$\rho_e = Ze\delta(\vec{r}) \ , \qquad (115)$$

а множитель ν в уравнениях (B.1) равен

$$\nu_e = \frac{8\pi e}{\mu c^4} \ , \qquad (116)$$

при этом уравнения (B.1) совпадают (формально) с уравнениями электродинамики сильных полей (67) и описывают релятивистски инвариантные электромагнитные поля.

8.2 Копрускулярно-волновой дуализм для сгустка поля инерции

Уравнения движения (102) описывают движение начала *O* произвольно ускоренной системы отсчета, при этом сила инерции

$$F^i{}_{iner} = \mu T^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = \mu\Omega^i{}_j \frac{dx^j}{ds} \qquad (117)$$

в этих уравнениях отлична от нуля. Система отсчета, в которой сила (117) обращается в нуль, мы будем называть ускоренной (квази)инерциальной системой. Приравнивая (117) к нулю и решая это уравнение, с учетом (95), находим

$$T_{ijk} = -T_{jik} = T_{jki} = -\Omega_{ijk} \ , \qquad (118)$$

т.е. *поле инерции в (квази)инерциальной системе отсчета отлично от нуля, антисимметрично по всем трем индексам и совпадает с кручением пространства абсолютного параллелизма(105).*

При условии (118) находим, что в (квази)инерциальной системе отсчета плотность материи (108) принимает простой вид

$$\rho = -\frac{1}{\nu c^2} T_s{}^{ji} T_{ji}{}^s = \frac{1}{\nu c^2} \Omega_s{}^{ji} \Omega_{ij}{}^s . \tag{119}$$

Для слабых гравитационных и электромагнитных полей, их «точечные» источники могут быть разложены по плоским волнам

$$\rho_\mu = \mu \frac{1}{\nu_\mu \mu c^2} \Omega_s{}^{ji} \Omega_{ij}{}^s = \mu \frac{1}{\nu_\mu \mu c^2} |\Omega|^2 = \mu W = \mu \psi^* \psi , \tag{120}$$

$$\rho_e = e \frac{1}{\nu_e \mu c^2} \Omega_s{}^{ji} \Omega_{ij}{}^s = e \frac{1}{\nu_e e c^2} |\Omega|^2 = eW = e \psi^* \psi , \tag{121}$$

где

$$\psi = \left(\frac{1}{\nu_e \mu c^2} \right)^{1/2} \Omega , \qquad \psi = \left(\frac{1}{\nu_e e c^2} \right)^{1/2} \Omega , \qquad \int \psi^* \psi \, dV = 1 \tag{122}$$

- нормированные на единицу, комплексные поля инерции гравитационного и электромагнитного полей. Для плотности поля инерции, близкой к плотности точечной частицы мы можем приравнять (113) и (120)

$$\rho_\mu = \mu \delta(\vec{r}) \approx \mu \psi^* \psi = \mu \rho , \tag{123}$$

а также приравнять (115) и (121)

$$\rho_e = Ze \delta(\vec{r}) \approx Ze \psi^* \psi = Ze \rho . \tag{124}$$

Легко видеть, что соотношения (123) и (124) аналогичны соответствующим соотношениям квантовой теории, определяющим корпускулярно-волновой дуализм в поведении квантового объекта. Поскольку плотность ρ (123) и (124) нормирована на единицу

$$\int \rho \, dV = \int \psi^* \psi \, dV = 1 , \tag{124a}$$

то ее действительно можно интерпретировать как плотность вероятности подобно тому, как это делается в квантовой теории. Но не надо забывать, что теперь это квадрат реального физического поля - поля инерции, нормированный на единицу.

8.2 Проблема движения электромагнитного сгустка поля инерции и геометризация модели Маделунга квантовой теории

Уравнения движения пробной материальной ориентируемой точки (99) и их следствие - уравнения движения пробной материальной точки (102) представляют собой слишком сильную идеализацию реального физического объекта, который обладает собственными физическими полями. Простейшее обобщение понятия пробной частицы (со спином или без спина) оказывается протяженная частица, которая близка к точечной, но имеем некоторое распределение связанного с ней поля инерции с плотностью вида (123) или (124).

В общем случае динамика полей инерции описывается системой уравнений (A), (B.1) и (B.2) вакуумной электродинамики. Используя уравнения поля (B.1), возьмем ковариантную производную относительно символов Кристоффеля от левой и правой части этих уравнений. В результате получим равенство

$$\nabla_i (R^{ik} - \frac{1}{2} g^{ik} R) = \nu \ \nabla_i T^{ik} = 0. \tag{125}$$

Доказательство этого равенства можно найти в книге [69]. Из (125) следует закон сохранения тензора энергии-импульса материи

$$\nabla_i T^{ik} = 0. \tag{126}$$

Пусть теперь наблюдатель находится в (квази)инерциальной системе отсчета и наблюдает движение сферически-симметричного полевого клубка, который описывается метрикой (109). В пределе, когда масса μ или заряд Ze источника постоянна, мы имеем соотношения (123) или (124). Кроме того, при указанных условиях уравнения (B.1) принимают вид уравнений Эйнштейна (89) или уравнений геометризированной электродинамики (67). В первом случае энергии-импульса в правой части уравнений (89) записан в виде

$$T^{ik} = \rho_\mu c^2 u^i u^k \ , \tag{127}$$

а в правой части (67) мы имеем

$$T^{ik} = \rho_e c^2 u^i u^k \ , \tag{128}$$

где $u_i = dx_i / ds$ - единичный 4D вектор скорости и плотности определяются через (123) и (124) соответственно.

Подставляя тензор (127) или (128) в (126), имеем:

1) геометризированное уравнение непрерывности

$$\nabla_i(\rho\, u^i) = \partial_i(\rho\, u^i) + \rho\;\; u^n \Gamma^j{}_{nj} = 0\,; \tag{129}$$

1) геометризированные уравнения, подобные гидродинамическим уравнениям Эйлера

$$\rho \frac{du^k}{ds} + \rho \Gamma^k{}_{mn} u^m u^n = 0; \tag{130}$$

2) геометризированное уравнение для несжимаемой «жидкости»

$$\nabla_i \rho = \partial_i \rho = 0, \tag{131}$$

где $\rho = \psi * \psi$.

Уравнения (129) и (130) описывают движение сплошной среды - клубка поля инерции, плотность которого определяется (в общем случае) соотношением (108). В (квази)инерциальной системе отсчета достаточно использовать плотность, удовлетворяющую соотношениям (123), (124). В этом случае протяженная частица ведет себя как единое образование (например, как «почти точечная» капля жидкости) и ее координата и скорость, отнесенные к центру масс вычисляются по формулам

$$< \vec{x} >= \int \vec{x} \rho\, dV\,, \qquad < \vec{v} >=< \frac{d\vec{x}}{dt} >= \int \vec{v} \rho\, dV. \tag{132}$$

Именно эти характеристики протяженной частицы мы наблюдаем на опыте.

Согласно Э. Шредингеру, движение квантовой частицы массы μ в силовом поле с потенциальной энергией U описывается скалярным уравнением Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\psi + \frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2\psi - U\psi = 0. \tag{133}$$

В работе [70] Э.Маделунгом было показано, что уравнение (133), записанное относительно одной комплексной функция ψ , можно заменить эквивалентной системой уравнений «квантовой гидродинамики» относительно двух действительных функций ρ и $\vec{v}$ вида

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho\, \vec{v}) = 0, \tag{134}$$

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{\rho}{\mu}\vec{\nabla}U - \frac{\rho}{\mu}\vec{\nabla}Q, \tag{135}$$

где $\rho = \psi^* \psi = |\psi|^2$ и

$$Q = \frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\left(\frac{\vec{\nabla}\rho}{2\rho}\right)^2 - \frac{\nabla^2 \rho}{2\rho}\right) = -\frac{\hbar^2}{4\mu}\left(\frac{\Delta\rho}{\rho} - \frac{(\vec{\nabla}\rho)^2}{2\rho^2}\right) = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\Delta\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\Delta|\psi|}{|\psi|} \tag{136}$$

- квантовая потенциальная энергия. Используя метрику (112a), условие постоянства заряда источника поля Ze и соотношение (124) можно показать, что уравнения движения сгустка поля инерции (129) и (130) переходят, в нерелятивистском приближении, в уравнения Маделунга (134) и (135), при этом в (130) потенциальная энергия $U = -Ze^2/r$, а квантовая потенциальная Q равна нулю. Это и следовало ожидать, поскольку решение вакуумных уравнений (67), представленное метрикой (112a), не содержит квантовой константы $\hbar$.

Поскольку квантование материи связано, на наш взгляд, с собственным вращательным движением частиц, то мы используем теперь решение уравнений (67), приводящее к метрике вида [46]

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2\Psi^0 r}{r^2 + a^2\cos^2\theta}\right)c^2dt^2 + \frac{4\Psi^0 ra}{r^2 + a^2\cos^2\theta}\sin^2\theta\, d\varphi\, cdt -$$

$$- \frac{r^2 + a^2\cos^2\theta}{r^2 - 2\Psi^0 r + a^2}dr^2 - (r^2 + a^2\cos^2\theta)d\theta^2 - \left(r^2 + a^2 + \frac{2\Psi^0 ra^2}{r^2 + a^2\cos^2\theta}\sin^2\theta\right)\sin^2\theta d\varphi^2 , \tag{137}$$

где $2\Psi^0 = r_e = const$ - функция источника и $a = const$ - керровский параметр [71] описывающий собственное вращение источника. Используя формулу (104), находим нерелятивистскую потенциальную энергию, создаваемую метрикой (137)

$$U = \frac{\mu c^2}{2}(g_{00} - 1) = -\frac{\mu c^2}{2}\frac{2\Psi^0 r}{r^2 + a^2\cos^2\theta} . \tag{138}$$

На расстояниях, удовлетворяющих условию

$$r >> a$$

и при совпадении оси вращения с осью Z , когда $\cos\theta = 1$, потенциальная энергия метрики (137) принимает вид

$$U = -\frac{\mu c^2}{2}\frac{2\Psi^0 r}{r^2 + a^2\cos^2\theta} \approx -\mu c^2\frac{\Psi^0}{r} + \mu c^2\frac{\Psi^0}{r}\frac{a^2}{r^2} = U + Q_\omega . \tag{139}$$

Пусть мы имеем случай электродинамики, тогда (139) запишется как

$$U = -\mu c^2 \frac{r_e}{2r} + \mu c^2 \frac{r_e}{2r}\frac{a^2}{r^2} = -\frac{Ze^2}{r} + \frac{Ze^2}{r}\frac{a^2}{r^2} \ . \qquad (139a)$$

Считая параметр Керра равным комптоновской длине волны

$$a = \frac{\hbar}{\mu c} \ , \qquad (139b)$$

мы получим равенство

$$Q_\omega = \frac{Ze^2}{r}\frac{a^2}{r^2} = \frac{Ze^2}{r^3}\frac{\hbar^2}{\mu^2 c^2} = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\Delta|\psi|}{|\psi|} \qquad (139c)$$

при условии, что справедливо уравнение

$$\left(\nabla^2 + \frac{r_e}{r^3}\right)|\psi| = \left(\nabla^2 + \frac{\hbar}{\mu c}\frac{2Z\alpha}{r^3}\right)|\psi| = 0, \qquad (139d)$$

где $\alpha = e^2 / \hbar c$ - постоянная тонкой структуры.

Первый член в правой части формулы (139) описывает потенциальную энергию Кулона для случая притяжения, а второй – потенциальную энергию вращения источника поля. Расписывая электродинамические уравнения движения (130) для плотности материи (124) и используя (139c), мы получаем в нерелятивистском приближении 3D уравнения

$$\rho \frac{dv_\alpha}{dt} = \rho \frac{e}{\mu}(E_{\alpha 00} + 2E_{\alpha\beta 0}\frac{v^\beta}{c}) \ , \qquad (140)$$

где

$$E_{\alpha 00} = (a_{\beta 0}c^2)_{,0} - \frac{1}{2}(a_{00}c^2)_{,\alpha} = A_{\alpha,0} - A_{0,\alpha} = F_{\alpha 0} \ ,$$

$$2E_{\alpha\beta 0} = (a_{\alpha 0}c^2)_{,\beta} - (a_{\beta 0}c^2)_{,\alpha} = A_{\alpha,\beta} - A_{\beta,\alpha} = F_{\alpha\beta} \ .$$

Теперь уравнения (140) принимают вид

$$\rho \frac{dv_\alpha}{dt} = \rho \frac{1}{\mu}(eF_{\alpha 0} + \frac{e}{c}F_{\alpha\beta}v^\beta) \ . \qquad (141)$$

Вместо (84) мы теперь должны в использовать в уравнениях (141) компоненты

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00} = \frac{(U + Q_\omega)}{e} = -\frac{Ze}{r} + \frac{Ze}{r^3} \frac{\hbar^2}{\mu^2 c^2} = \varphi - \frac{1}{e} \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\Delta|\psi|}{|\psi|} , \tag{142}$$

$$A^\omega{}_\alpha = A_0 v_\alpha = \frac{(U_e + Q_\omega)}{e} v_\alpha = A_\alpha - \frac{1}{e} \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\Delta|\psi|}{|\psi|} \vec{v}_\alpha . \tag{143}$$

Пренебрегая в уравнениях (141) компонентой (143) векторного потенциала, получим из уравнений (129) и (130) уравнения Маделунга (134) и (135), описывающие движения квантовой частицы с зарядом $-e$ массы μ в статическом электрическом поле заряда Ze .

8.3 Геометризированное уравнение Подоровской-Блоха

Уравнения движения ориентируемой точки (99) описывают как движение начала O произвольно ускоренной системы отсчета (уравнения (101)), так и изменение ее ориентации с помощью уравнений

$$\frac{de^\alpha{}_a}{ds} + \Delta^\alpha{}_{jk} e^j{}_a \frac{dx^k}{ds} = \frac{de^i{}_a}{ds} + \Gamma^\alpha{}_{jk} e^j{}_a \frac{dx^k}{ds} + T^\alpha{}_{jk} e^j{}_a \frac{dx^k}{ds} = 0 , \tag{144}$$
$$i, j, k... = 0,1,2,3 , \qquad \alpha, \beta, \gamma ... = 1,2,3 .$$

В (квази)инерциальной системе отсчета уравнения (144) упрощаются и принимают для случая вакуумной электродинамики следующий вид

$$\frac{de^\alpha{}_a}{ds} = \frac{e}{\mu c^2} E^\alpha{}_{jk} e^j{}_a \frac{dx^k}{ds} . \tag{145}$$

Используя условие слабости поля (47) и векторный потенциал (51), можно записать 3D нерелятивистскую (с точностью до членов порядка v/c) часть уравнений (145) в виде

$$\frac{de^\alpha{}_A}{dt} = \frac{e}{2\mu c} F^{\alpha\beta} e^\beta{}_A \tag{146}$$
$$\alpha, \beta, \gamma ... = 1,2,3 . \qquad A, B, C ... = 1,2,3 ,$$

где напряжённость электромагнитного поля $F^{\alpha\beta}$ выражается через векторный потенциал (51) как

$$\frac{1}{2}F_{\alpha\beta} = E_{\alpha\beta 0} = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial(c^2 a_{\alpha 0})}{\partial x^\beta} - \frac{\partial(c^2 a_{\beta 0})}{\partial x^\alpha}\right) = \frac{1}{2}(A_{\beta,\alpha} - A_{\alpha,\beta}) . \quad (147)$$

Триада $e^\alpha{}_A$ в уравнениях (146) удовлетворяет условиям ортогональности

$$e^A{}_\alpha e^\alpha{}_B = \delta^A{}_B , \quad e^A{}_\alpha e^\beta{}_A = \delta_\alpha{}^\beta \quad (148)$$
$$\alpha, \beta, \gamma ... = 1,2,3, \qquad A, B, C ... = 1,2,3,$$

и образует трансляционную метрику плоского пространства

$$\eta_{\alpha\beta} = \eta_{AB} e_\alpha{}^A e_\beta{}^B, \quad \eta_{AB} = \eta^{AB} = diag(1,1,1) . \quad (149)$$

В этих соотношениях индексы $\alpha, \beta, \gamma ...$ являются координатными индексами векторов триады, а индексы $A, B, C...$ нумеруют вектора триады. Эти индексы можно интерпретировать как индексы внутреннего углового (вращательного) пространства, в котором действует (локальная) группа трехмерных вращений $O(3)$. В качестве координат локальной группы вращений $O(3)$ могут быть выбраны три угла Эйлера $\phi(t)$, $\theta(t)$, $\chi(t)$.

Классический единичный вектор $\vec{e}_{(3)}$ можно выразить через вектора триады как

$$\vec{e}_{(3)} = [\vec{e}_{(1)} \times \vec{e}_{(2)}] \quad (150)$$

и считать, что вращение происходит в плоскости, образованной векторами $\vec{e}_{(1)}$ и $\vec{e}_{(2)}$.

Запишем вектор спина $\vec{s}$ в виде

$$\vec{s} = \frac{\hbar}{2}\vec{e}^{(3)}, \quad (151)$$

тогда уравнения (146) для триады $e^A{}_\alpha$ принимают вид уравнений, подобный уравнениям Блоха [72]

$$\frac{ds^\alpha}{dt} = \frac{e}{2\mu c} s_\beta F^{\alpha\beta} = \frac{e}{2\mu c}\varepsilon^{\alpha\beta\gamma} s_\beta H^\gamma , \quad (152)$$

которые описывают движение спина (его прецессию) во внешнем магнитном поле $\vec{H}$. Уравнения (152) впервые были выведены М.Подоровской в работе [59]. В отличие от уравнений Блоха, магнитное поле в уравнениях Подоровской-Блоха (152) имеет геометрическую природу и определяется через метрику (40) параметрического риманова пространства.

9. Скалярное магнитное поле

В вакуумной электродинамике уравнение (129) представляет собой ковариантный закон сохранения заряда

$$\partial_i(\rho u^i) = -\rho u^n \Gamma^j{}_{nj} = -(\rho u^0 \Gamma^j{}_{0j} + \rho u^\alpha \Gamma^j{}_{\alpha j}) . \qquad (153)$$

В электродинамике Максвелла-Лоренца заряд частицы сохраняется, когда выполняется уравнение неразрывности (134), поэтому отличный от нуля член в правой части уравнения (153) приводит к нарушению обычного закона сохранения заряда. Такое нарушение будет описывать метрикой (109) с переменной функцией источника. В вакуумной электродинамике метрика с переменным зарядом источника может быть представлена в виде

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_e(t)}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_e(t)}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) , \quad r_e = k\frac{2Ze(t)}{c^2} . \qquad (154)$$

Трехмерную пространственную часть уравнений движения (130) мы представим как

$$\rho \frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} = \rho \frac{e}{\mu c^2}\left\{E^\alpha{}_{00}\frac{dx^0}{ds}\frac{dx^0}{ds} + 2E^\alpha{}_{\beta 0}\frac{dx^\beta}{ds}\frac{dx^0}{ds} + E^\alpha{}_{\beta\gamma}\frac{dx^\alpha}{ds}\frac{dx^\gamma}{ds}\right\}, \qquad (155)$$

$$\alpha, \beta, \gamma = 1,2,3.$$

При условии слабости поля (47) можно в (155) произвести замену ds на ds_0. Оставляя в правой части (155) члены первого порядка по v/c, имеем (см. формулу (48с)-(52))

$$\rho \frac{d^2 x^\alpha}{ds_0{}^2} = \rho \frac{e}{\mu c^2}\left\{E_{\alpha,00}\left(\frac{dx^0}{ds_0}\right)^2 + 2E_{\alpha,\beta 0}\frac{dx^\beta}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0} + E_{0,00}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\right\}, \qquad (156)$$

где компоненты поля $E_{i,jk}$ определяются согласно (49). Окончательно уравнения (156) запишутся как

$$\rho \frac{du^\alpha}{ds_0} = \rho \frac{e}{\mu c^2}\left\{F_{\alpha k}\frac{dx^k}{ds_0} - c^2\frac{1}{c}\frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t}\frac{dx^\beta}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0} - c^2\frac{1}{2c}\frac{\partial a_{00}}{\partial t}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^0}{ds_0}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\right\}. \qquad (157)$$

Для метрики (154) с переменным зарядом имеем $a_{00}(t) = -a_{\alpha\alpha}(t)$ (см формулу (84)) , поэтому уравнения (157) запишутся как

$$\rho \frac{du^\alpha}{ds_0} = \rho \frac{e}{\mu c^2}\left\{F_{\alpha k}\frac{dx^k}{ds_0} + A_{0,0}\frac{dx^\alpha}{ds_0}\right\}, \qquad (158)$$

где мы использовали обозначение (51). По размерности скалярное поле

$$S = A_{0,0} = \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial Ze(t)}{c\partial t} = \frac{1}{rc}\cdot\frac{\partial Q(t)}{\partial t} = \frac{1}{c}\frac{\partial\varphi(t)}{\partial t} \qquad (159)$$

совпадает с магнитным полем, поэтому в дальнейшем мы будем называть его скалярным магнитным полем.

Записывая 3D часть уравнений (158) в векторных обозначениях, получим уравнения движения пробной частицы

$$\mu \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}\{[\vec{v}\vec{H}] + S\,\vec{v}\}\,. \tag{160}$$

Из (159) видно, что скалярное поле имеет магнитную природу, но качественно отличается от векторного магнитного поля $\vec{H}$. Действительно, магнитная сила

$$\vec{F}_m = \frac{e}{c} S\,\vec{v} \;\;, \tag{161}$$

порожденная скалярным магнитным полем (159), действует параллельно скорости движения зарядов, тогда как магнитная сила, порожденная векторным магнитным полем, действует перпендикулярно скорости движения. Поэтому работа магнитной силы (161) отлична от нуля.

Пренебрегая в правой части (153) вторым слагаемым и используя (49), находим в нерелятивистском приближении

$$\partial_j(\rho_e u^j) = \rho_e \frac{e}{\mu c^2} u^0 E_{0,00} = -\rho_e \frac{e}{\mu} \frac{1}{rc} \frac{\partial Q(t)}{\partial t}\;, \tag{162}$$

причем

$$\rho_e(\vec{r},t) = Q(t)\psi^*\psi \approx Q(t)\delta(\vec{r}). \tag{163}$$

Уравнения (160), (162) описывают монопольное излучение заряда, которое в электродинамике Максвелла-Лоренца отсутствует.

9.1 Об экспериментальном обнаружении скалярного магнитного поля

Из формулы (160) следует, что скалярное магнитное поле вызывает «продольную» силу (161), которую можно наблюдать в макроскопических экспериментах. Для этого достаточно создать переменную плотность системы зарядов (163) в некоторой области пространства и исследовать движение заряженных частиц в этой области. Эксперименты подобного рода были проведены Н.Тесла еще в конце 19 и в начале 20 веков. Это широко известные эксперименты по беспроводной [73] и однопроводной [74] передаче электрической энергии. До сих пор эти эксперименты не только не нашли своего объяснения в рамках электродинамики Максвелла-Лоренца, но даже просто не известны ведущим теоретикам.

В России скалярное магнитное поле в экспериментальном плане исследовалось российским инженером Геннадием Васильевичем Николаевым [75-77] и группой ферганских исследователей [78]. Поскольку до сих пор не было теоретического базиса для исследования скалярного магнитного поля, то все эти работы носили не профессиональный характер. С другой стороны, экспериментальное подтверждение уравнений (160), (162) позволит доказать реальность тензорной структуры потенциала в электродинамике сильных полей.

Заключение

В современной физике электродинамика представляется совершенной теорией, по образу и подобию которой строятся некоторые другие теории. Почти пять поколений физиков воспитаны на учебниках, в которых уравнения электродинамики представляются релятивистски инвариантными вне зависимости от величины полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$. Это заблуждение постоянно переходит из учебника в учебник несмотря на основополагающие работы А.Эйнштейна, В.Паули и П.Дирака, из которых явно следует ограниченность специального принципа относительности в сильных электромагнитных полях и при ультрарелятивистских скоростях. Многие трудности электродинамики, связанные с ограниченностью специального принципа относительности автоматически переносятся на другие теории микромира. Цена за это заблуждение слишком велика;- мы экспериментально обнаружили отклонения от законов классической и квантовой электродинамик в областях, где специальный принцип относительности нарушается, и вынуждены были имитировать эти отклонения, создавая бессодержательные феноменологические теории (теория ядерных сил, электромагнитных формфакторов, слабых взаимодействий и т.д.).

Основные проблемы существующей электродинамики связаны, как было показано, с тем, что мы пытаемся записывать её уравнения в инерциальной системе отсчёта, не существующей, по мнению Эйнштейна, в природе. Чтобы разрешить указанную проблему, в 1972 г. я опубликовал статью «Общерелятивистская электродинамика с тензорным потенциалом»[56], в которой была проведена геометризация уравнений электродинамики. В этой работе была использована параметрическая геометрия Римана, метрический тензор которой зависит не только от координат, но и от физического параметра $k = e/\mu$ – удельного заряда пробной заряженной частицы. Как и в теории гравитации Эйнштейна, уравнения общерелятивистской электродинамики записываются релятивистски инвариантным образом относительно ускоренных систем отсчета и применимы для любых ускорений. Они переходят в уравнения электродинамики Максвелла-Лоренца в приближении слабых полей и слаборелятивистских скоростей в соответствии с неравенством (47). Более того, решение её уравнений позволили найти короткодействующие добавки к потенциалу Кулона и фундаментальным образом объяснить опыты Резерфорда, не прибегая к использованию феноменологических ядерных потенциалов [60]. Но более всего обнадеживает теоретическое обоснование скалярного магнитного поля, эффекты которого вполне наблюдаемы даже в нерелятивистской классической электродинамике.

В итоге в физике сложилась парадоксальная ситуация: с одной стороны, финансируется развитие бессодержательных феноменологических и академических теорий (например, теории струн) и строятся гигантские ускорители элементарных частиц с непредсказуемыми результатами экспериментов, а с другой имеется целый класс электродинамических экспериментов (проведенных в лабораторных условиях), о которых ведущие теоретики даже не желают знать. Если опираться на интересы населения Земли и положить на одну чашу условных весов значимость экспериментов Тесла-Николаева, а на другую эксперименты, полученные на современных ускорителях, то перевесит первая.

09.05.2012

Ссылки

1. *Ахиезер А.И., Берестецкий В.//* Квантовая электродинамика, М.: Наука, 1969.
2. *Иваненко Д.Д.,Соколов А.А.//* Классическая электродинамика, ГИТТЛ, М., 1951.
3. *Пановский В., Филипс М.//* Классическая электродинамика, ГИФМЛ, М.,1968.
4. *Фейнман Р., Филипс М., Сэнди М.,//* Фейнмановские лекции по физике, т.6, М., Мир 1966.

5. *Тирринг В.//* Принципы квантовой электродинамики, Высшая школа, 1964.
6. *Rohlich F.//* Ann.Phys., (USA) , **13**, 1 (1961).
7. *Mie G.//* Ann.Phys., **37,** 511 (1912); **39,** 1 (1912); **40,** 1 (1913).
8. *Born M., Infeld L.,//* Proc/Roy.Soc., **A137**, 1410 (1934).
9. *Born M. //* Proc/Roy.Soc., **A137**, 410 (1934).
10. *Abraham M.//* Phys. Zeischr., **5**, p. 576 (1904).
11. *Dirac.P. //* Proc.Roy.Soc**.,** **A167,**p 148 (1938).
12. *.Whieeler, R.Feynman.// Rev/Mod/Phys.*, **17**, p. 157 (1945).
13. *Lande. A.//* Phys/Rev**., 56,** 482 (1939); **76,** 1176 (1940).
14. *Bhom D., Weinstein.//* Phys.Rev., **74,** 523 (1948).
15. *Эйнштейн А. //* Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 366.
16. *Зоммерфельд А. //* Электродинамика, М., 1958.
17. *Heisenberg W., Pauli W.*// Zs. F. Phys., **56,** 1 (1929); **59** (1930).
18. *Waller J.//* Zeits.Phys., **62,** 673 (1930).
19. *Oppenheimer J.//* Phys.Rev., **35,** 461 (1930).
20. *Weisskopf V.//* Zeits.Phys., **89,** 27 (1934); Phys.Rev., **56,** 72 (1932).
21. *Dyson F.//* Phys.Rev., **75,** 1736 (1949).
22. *Pauli W., Villars F*.// Rev.Mod.Phys., **21,** 434 (1940).
23. *Vatagin F.//* Zs.f.Phys., **88,** 92 (1934); Nuov0 Cimento, **5** (1957).
24. *Марков М. //* ЖЭТФ, **10,** 1311 (1940); **16,** 790 (1946).
25. *Блохинцев Д.* // ЖЭТФ, **16**, 480 (1946); **18,** 566 (1948); **22,** 254 (1952).
26. *Levy M.//* Phys.Letters, **7,** 1 (1963).
27. *Johaem K., Baker M.,Willey.* // Phys.Rev.Letters, **11,** 11 (1963).
28. *Croenwold H.//* Physica, **28,** 12 (1962).
29. *Raifeataigh L., Takahashi V. //* Helv. Phys.acta., **34,** 6 (1961).
30. *Jukava H. //* Phys.Rev., **77,** 219 (1950); **80,** 1047 (1950).
31. *Feynman R.//* Phys.Rev**., 14,** 6 (1948).
32. *Manus H. //* Proc.Roy.Soc., **A195,** 323 (1948).
33. *Peieres R. //* Proc.Roy.Soc., **A214,** 143 (1952).
34. *Budini R., Fonda L. //* Nuovo Cimento, **5,** 3 (1953).
35. *Maris Th., Gerhard J., Hercovitz V.//* Phys.Rev.Letters, **12,** 1 (1964).
36. *Ferwerda H.//* Physica, **29**, 9 (1963).
37. *Ferwerda H.//* Physica, **31**, 5 (1965).
38. *Kroll M. //* Nuovo Cimento, **A45**, 1 (1965).
39. Дирак П.// Пути физики. М.: Энергатомиздат, 1983.
40. *Умэдзава Х. //* Квантовая теория поля, ИЛ, М., 1958.
41. *Pauli W. //* Nuovo Cimento, **10**, 648 (1953).
42. *Блохинцев Д. //* УФН, **61,** 2, 137 (1957).
43. *Feynman R. //* Phys. Today, **19,** 31 (1966).
44. *Smolin L.//* The trouble with physics: the rise of string theory, the fall of a science, and what comes next, Houghton Mifflin, Boston, 2006. (Русский перевод на сайте http://samlib.ru/a/artamonow_j_a/smolin.shtml).
45. *Ландау Л.Д.,Лифшиц Е.М.* // Теория поля. М.: Наука, 1973.

46. *Шипов Г.И.*// Теория Физического Вакуума, теория эксперименты и технологии, М., Наука, 1997. 450 с.
47. *Born M.//* Ann.d.Phys., **30**,1 (1909).
48. *Паули В.//* Теория относительности, ГИТТЛ, М-Л, 1947.
49. *Rutherford E.* // Philos. Mag. 1919. Vol. 37. P.537.
50. *Kinzinger E.* // Ztschr. Naturforsch. A. 1949. Bd.4. S.88.
51. *Hofstadter R.* // Rev. Mod. Phys. 1956. Vol. 28, № 3. P.814.
52. *Лармор Дж. //* Эфир и материя, Кембридж, 1900 г.
53. *Einstein A.* // Ann. Phys. 1905. Vol. 17. P.891.
54. *Пуанкаре А.*// В сб. статей «Принцип относительности». М.: Атомиздат. 1973, сс.90-97.
55. *Шипов Г.И.* // Простое доказательство релятивистской не инвариантности уравнений классической электродинамики. http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/003a/02310015.htm
56. *Шипов Г.И.* // ОБЩЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА С ТЕНЗОРНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ. Известия вузов, Физика, 1972, № 10, с. 98- 102.
57. *Шипов Г.И. //* О РЕШЕНИИ ПЕРВОЙ ПРОБЛЕМЫ ЭЙНШТЕЙНА. М.: Кириллица, 2007, с.38.
58. *Фок В.А.* // Теория пространства, времени и тяготения. Изд.2-е, М., Физматгиз, 1961.
59. *Шипов Г.И. Подоровская М.И. //* Спин-торсионная формулировка квантовой теории и поля инерции. М.: Кириллица, 2012, с.49. http://shipov-vacuum.com/?page_id=136
60. *Губарев Е. А., Сидоров А. Н., Шипов Г. И.* // Тр. V семинара «Гравитационная энергия и гравитационные волны». ОИЯИ, Дубна. 1993. С. 232-238.
61. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1967. Т. 4. С. 286.
62. *Шипов Г.И. //* Уравнения поля тетрад в пространстве абсолютного параллелизма. Известия вузов, Физика, 1976, No 6, с. 121.
63. *Ольховский И.И.//* Курс теоретической механики для физиков. М.: Наука, 1970.
64. *Cartan E.* // Compt. Rend.1922. Vol. 174, p. 437.
65. *Vaidya P.*// Tensor (Japan). Vol. 24, 1, 1972.
66. *Debney G., Kerr R., Schield A.* // J. Math. Phys. 1969. Vol. 10, \No 10. P. 1842.
67. *Newman E., Penrose R.* // J. Math. Phys. 1962. Vol. 3, \No 3. P.566 \--- 587.
68. *Шипов Г.И.//* Теория физического вакуума. М.: Н-Т Центр, 1993. 362~с.
69. *Рашевский П.К.* // Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1964.
70. *Madelung E.*// Quantum Theory in Hydrodynamic Form, Z.Physic, **40** (1926), p.p. 332 -336.
71. *Debney G., Kerr R., Schield A.* // J. Math. Phys. 1969. Vol. 10, \No 10. P. 1842.
72. *Bloch F.//* Physics Review. 1946 **70**, P. 460-473.
73. *Tesla N.//* "The True Wireless". Electrical Experimenter (May 1919).
74. *Tesla N.* // The one-wire transmission system. U.S. Patent 0,593,138, "*Electrical Transformer*" (1897).
75. *НиколаевГ.В.//* Скалярное магнитное поле. Томск. 1997. С. 23.
76. *НиколаевГ.В.//* Непротиворечивая электродинамика. Томск. Книга 1. 1997. С. 143.
77. *НиколаевГ.В.//* Тайны электромагнетизма. Томск. 2001.С.77.
78. *Сигалов Р.Г.,.Султонов Ш.Д., Тиллаев М., Шаповалова Т.И., Хайдаров А.* // Новые страницы учения об электромагнетизме. Фергана, 2003. 51 с.