

# ЭЛЕКТРОДИНАМИКА БОЛЬШИХ УСКОРЕНИЙ И ПЕРЕМЕННЫХ ЗАРЯДОВ

Шипов Г.И., Подаровская М.И.

## Введение

Считается, что классическая электродинамика Максвелла-Лоренца является самой разработанной фундаментальной физической теорией. Однако такая точка зрения не совсем корректна, поскольку принципы и уравнения электродинамики Максвелла-Лоренца ограничены, содержат ряд теоретических противоречий и не в состоянии объяснить ряд аномальных экспериментов, связанных с электромагнетизмом.

Большинство теоретиков уверены, что четырехмерная запись уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца

$$\frac{\partial F^{ik}}{\partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} j^i, \quad j^i = \rho \frac{dx^i}{dt}, \quad \rho = e\delta(\vec{r}), \quad (1)$$

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{e}{mc^2} F^{ki} u_k, \quad i, k \dots = 0, 1, 2, 3, \quad (3)$$

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{d^2 x^i}{ds_0^2} = \frac{d}{ds_0} \left( \frac{c}{c\sqrt{1-v^2/c^2}}, \frac{u^\alpha}{c\sqrt{1-v^2/c^2}} \right), \quad (4)$$

$$ds_0 = cdt \left\{ 1 - \frac{1}{c^2} \left[ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \right\}^{1/2} = cdt \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

$$F_{ik} = A_{k,i} - A_{i,k} = \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_k} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -H_z & H_y \\ -E_y & H_z & 0 & -H_x \\ -E_z & -H_y & H_x & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

релятивистски инвариантна относительно преобразований координат и полей вида

$$x' = (x - vt)\beta, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \left( t - \frac{xv}{c^2} \right) \beta, \quad \beta = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad (7)$$

$$E'_x = E_x, \quad E'_y = \left( E_y - \frac{v}{c} H_z \right) \beta, \quad E'_z = \left( E_z + \frac{v}{c} H_y \right) \beta, \quad (8)$$

$$H'_x = H_x, \quad H'_y = \left( H_y + \frac{v}{c} E_z \right) \beta, \quad H'_z = \left( H_z - \frac{v}{c} E_y \right) \beta.$$

при любых энергиях (при скоростях, сколь угодно близких к скорости света  $c$ ) и для любых напряженностей полей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ . В действительности, это неверно, поскольку преобразования (7) и (8) справедливы в инерциальной системе отсчета, а такие системы отсчета в природе отсутствуют. Причина трудностей, не вошедших в учебники, связана именно с отсутствием инерциальных систем отсчета в природе. В пионерских работах А. Эйнштейна [1] А. Пуанкаре, Г. Лоренца [2], и В. Паули [3] показывают, что инвариантность уравнений (1)-(4) относительно преобразований (7), (8) выполняется лишь приближенно при малых ускорениях частиц (в слабых полях и  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ ) и при не ультррелятивистских скоростях.

Обычно в слабых полях уравнения полевых теорий линейны по полю, поэтому линейность уравнений Максвелла вызывала у А. Эйнштейна сомнение в их окончательной формулировке. Он писал:

*«Теория Максвелла описывается на обширном материале как полевая теория первого приближения; нельзя упускать из вида, что линейность уравнений Максвелла может не соответствовать действительности и что истинные уравнения электромагнетизма для сильных полей могут отличаться от максвелловских»* [4].

А вот, что пишет В. Паули об уравнениях (1), (2) [3 стр. 149]:

*Они строго справедливы только для равномерно движущихся тел и, в следствии аддитивности полей, так же при наличии многих тел, движущихся равномерно с различными скоростями и разделенных вакуумом. Степень точности уравнений (1), (3), вообще говоря, тем больше, чем меньше ускорение материи.*

В работах А. Пуанкаре, Г. Лоренца и А. Эйнштейна [1, 2] системы отсчета, в которых записаны уравнения электродинамики, связаны с зарядами, движущимися во внешних электромагнитных полях. Эти системы всегда движутся ускоренно, однако А. Пуанкаре, Г. Лоренц и А. Эйнштейн предполагают, что это ускорение достаточно мало и мы можем рассматривать ускоренные системы как (квази)инерциальные. Условие (квази)инерциальности в электродинамике аналитически записывается как

$$u_x \approx v = const, \quad (9)$$

где  $v = const$  - скорость инерциальной (не существующей в природе) системы отсчета в преобразованиях (7), (8),  $u_x \approx v = const$  - скорость заряда. Используя соотношение (9), мы можем записать преобразования (7), (8) в виде

$$x' = (x - u_x t)\beta, y' = y, z' = z, t' = \left(t - \frac{xu_x}{c^2}\right)\beta, \beta = 1/\sqrt{1 - u_x^2/c^2}, \quad (7a)$$

$$E'_x = E_x, E'_y = \left(E_y - \frac{u_x}{c} H_z\right)\beta, E'_z = \left(E_z + \frac{u_x}{c} H_y\right)\beta, \quad (8a)$$

$$H'_x = H_x, \quad H'_y = \left(H_y + \frac{u_x}{c} E_z\right)\beta, \quad H'_z = \left(H_z - \frac{u_x}{c} E_y\right)\beta.$$

Поскольку специальный принцип относительности, в основе которых лежат преобразования (7) и (8), используется в большинстве теорий в качестве основополагающего, имеет смысл рассмотреть пределы применимости этого принципа.

# 1. Пределы применимости специального принципа относительности в электродинамике

Более точно условие малости ускорения заряда, движущегося во внешнем электромагнитном поле, (например, электрона) можно получить из уравнений движения (3), приведенных к безразмерному виду, путем умножения их на классический радиус электрона  $r_{\text{кл}} = e^2/mc^2$

$$r_{\text{кл}} \frac{d^2 x^i}{ds_0^2} = \frac{e^2}{mc^2} \frac{d^2 x^i}{ds_0^2} = \frac{e^3}{m^2 c^4} F^{ik} \frac{dx_k}{ds_0}. \quad (10)$$

Полагая безразмерное ускорение в уравнениях (10) малым, получим

$$\left| \frac{e^3}{m^2 c^4} F^{ik} \frac{dx_k}{ds_0} \right| \ll 1.$$

В структурном виде это неравенство запишется как

$$\left| \frac{e^3}{m^2 c^4} \frac{F}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right| \ll 1. \quad (11)$$

При нерелятивистских скоростях  $v^2/c^2 \ll 1$  мы получаем из (11) неравенство

$$E, H \ll \frac{m^2 c^4}{e^3} \approx 10^{16} \text{ед. СГСЕ}. \quad (12)$$

Важно отметить, что условие (12) нарушается даже в слабом электромагнитном поле (формула (11)), если частица движется во внешнем поле с ультрарелятивистскими скоростями, когда  $v^2/c^2 \approx 1$ .

Неравенство (12) приводит нас к следующим выводам:

а) нерелятивистские уравнения классической электродинамики не применимы в сильных полях  $E$  и  $H$ , в которых неравенство (12) нарушается;

б) релятивистские уравнения классической электродинамики не применимы в слабых полях  $E$  и  $H$ , когда скорости частиц становятся ультрарелятивистскими.

Сделанные нами выводы оказываются справедливыми как для классической, так и для квантовой электродинамики. Вот что говорит П. Дирак о границах применимости квантовой электродинамики:

*Существующая квантовая теория (квантовая электродинамика (прим. авторов)) хороша до тех пор, пока мы не пытаемся распространить ее слишком далеко, а именно когда мы не пытаемся применить ее к частицам высоких энергий, а также в области малых расстояний [5].*

Поля  $E$  и  $H$ , не удовлетворяющие неравенству (12), появляются на ядерных расстояниях, т.е. на расстояниях  $r \leq 10^{-12}$  см., как и замечает П. Дирак. Но даже когда поля слабые, т.е.  $E, H \ll m^2 c^4 / e^3 \approx 10^{16}$  ед. СГСЕ (например, на расстоянии первой борновской орбиты поля  $E$  и  $H$  порядка  $10^8$  ед. СГСЕ) при ультрарелятивистских скоростях работает неравенство (11) и мы уже не можем использовать уравнения поля (1), (3).

Неравенство (11) следует из уравнения движения заряда с учетом силы радиационного трения [6 стр. 273]

$$\frac{du^i}{ds_0} = \frac{e}{mc^2} F^{ki} u_k + \frac{1}{mc} g^i, \quad i, k = 0, 1, 2, 3, \quad (13)$$

где  $g^i/c$  - сила реакции излучения

$$g^i = \frac{2e^2}{3c} \left( \frac{d^2 u^i}{ds_0^2} - u^i u^k \frac{d^2 u_k}{ds_0^2} \right). \quad (14)$$

Дифференцируя уравнения движения (3) и используя уравнения поля (1), получим, что безразмерное ускорение  $A^i$ , вызываемое силой (14), имеет вид [6]

$$A^i = \frac{2e^2}{3mc^2} \left( \frac{d^2 u^i}{ds_0^2} - u^i u^k \frac{d^2 u_k}{ds_0^2} \right) \approx \frac{2e^2}{3mc^2} \left( \frac{e}{mc^2} \frac{\partial F^{ik}}{\partial x^l} u_k u^l \right) = \frac{2e^3}{3m^2 c^4} F^{ik} u_k. \quad (15)$$

При условии (11) ускорение заряда (15) под действием силы реакции излучения (14) мало по сравнению с ускорением (10), поэтому критерий слабости внешних электромагнитных полей (11) оказывается универсальным как для излучающих, так и неизлучающих зарядов. Поскольку электромагнитное излучение носит квантовую природу, то условие ограниченности специального принципа относительности (11) оказывается справедливым в классической и квантовой электродинамике.

### 1.1. Проблемы электродинамики, связанные с ограниченностью специального принципа относительности в электродинамике

Наиболее известна в электродинамике бесконечная собственная электростатическая энергия точечного заряда [7-9]. Для точечной частицы эта энергия вычисляется как

$$W = \frac{1}{8\pi} \int E^2 dV = \frac{1}{8\pi} \int_0^\infty \frac{e^2}{r^4} 4\pi r^2 dr = -\frac{e^2}{2r} \Big|_0^\infty = \infty \quad (16)$$

и природа этой бесконечности связана с использованием уравнения (16) в областях пространства, где неравенство (11) нарушается. Чтобы энергия (16) была конечной, необходимо ограничить нижний предел интегрирования характерным параметром электродинамики, например, классическим радиусом электрона  $r_{кл} = e^2/mc^2 = 2,81794 \cdot 10^{-13}$  см. Однако такое ограничение противоречит точечной модели частицы, используемой в уравнениях Максвелла-Лоренца (1), (3). Возникла необходимость такого обобщения уравнений (1), (3), когда конечные размеры электрона, следовали бы из новой теории естественным образом. Нереальная величина энергии (16) породила в электродинамике проблему бесконечно больших величин и, соответственно, различные теории перенормировок, цель которых заменить бесконечно большие величины конечными.

Были предприняты огромные интеллектуальные усилия для устранения бесконечностей из уравнений классической и квантовой электродинамик. Еще в начале 20го века Г. Ми предложил чисто полевую нелинейную электродинамику с конечной собственной энергией заряда [10]. Теоретические работы Г. Ми были продолжены М. Борном, Л. Инфельдом [11,12], М. Абрагамом [13], П. Дираком [14], Дж. Уиллером и Р. Фейнманом [15], А. Ланде [16], Д. Бомом [17] и другими известными физиками. Анализ этих работ показывает, что предложенные модели нелинейной электродинамики сводятся к уравнениям линейной

электродинамики Максвелла-Лоренца, в которой плотность заряда  $\rho$  не является точечной, а распределена в некоторой области пространства с характерным подгоночным параметром, введенным в уравнения «руками». Однако А. Зоммерфельд скептически воспринял эти работы, поскольку «было бы просто удивительно, если бы основная проблема элементарных частиц (проблема сингулярности) была решена с помощью хитрых уловок» [18].

При ускоренном движении заряда из уравнений Максвелла следуют решения, которые описывают излученные зарядом электромагнитные поля. Рассматривая заряд как жесткую сферу радиуса  $a$  с равномерным распределением заряда на ней, М. Абрагаам и Г. Лоренц нашли трехмерные уравнения движения заряда [9] в виде

$$\left(m + \frac{2e^2}{3ac^2}\right) \ddot{\vec{x}} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\dot{\vec{x}}\vec{H}] + \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\ddot{\vec{x}}} + \dots, \dot{\vec{x}} = \frac{d\vec{x}}{dt}, \quad (17)$$

где  $e\vec{E} + e[\dot{\vec{x}}\vec{H}]/c$  - сила Лоренца,  $2e^2\ddot{\ddot{\vec{x}}}/3c^3$  - сила реакции излучения и  $2e^2/3ac^2$  - «электромагнитная масса» электрона. Очевидно, что для точечного электрона  $a = 0$  и электромагнитная масса для него обращается в бесконечность. Сдвинуть с места такой электрон невозможно никакими силами. Поэтому бесконечную массу просто выбрасывают из уравнений (17), записывая их как

$$m\ddot{\vec{x}} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\dot{\vec{x}}\vec{H}] + \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\ddot{\vec{x}}}. \quad (18)$$

Появление квантовой электродинамики вселила в физиков надежду, что она сможет разрешить трудности классической электродинамики, в частности проблему бесконечности в равенстве (16). Однако эта проблема имеет общий источник как для классической, так и квантовой теории, а именно, ограниченность специального принципа относительности, при этом квантовая теория излучения только добавила проблем. В самом деле, при отсутствии внешней силы уравнения (18) запишутся как

$$m\ddot{\vec{x}} = \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\ddot{\vec{x}}}. \quad (19)$$

Уравнения (19) имеют два решения:

- а) тривиальное, когда  $\ddot{\vec{x}}=0$ ;
- б) самоускоряющееся, когда

$$\ddot{\vec{x}} = \vec{A} \exp\left(\frac{3e^3}{2\mu c^2} t\right), \quad (20)$$

где  $\vec{A}$  – ускорение в момент времени  $t = 0$ . Из полученного решения следует, что достаточно небольшого начального ускорения, чтобы заряд начал самоускоряться. В квантовой электродинамике соотношение (20) реально имеет смысл, поскольку в любой момент времени заряд подвергается действию нулевых колебаний вакуума («дрожит»), что приводит к его быстрому самоускорению.

## 1.2. Третий «скрытый» постулат специальной теории относительности

Формулы (7) и (8) связывают физические величины, наблюдаемые в инерциальной системе отсчета  $S$ , с физическими величинами, наблюдаемыми в другой инерциальной системе отсчета  $S'$  (штрихованные значения). Пусть система  $S'$  движется относительно системы  $S$  вдоль оси  $X$  с почти постоянной скоростью  $u_x \approx v = dx/dt = const$ .

Запишем уравнения Максвелла в системе отсчета  $S$  в следующем виде

$$div \vec{E} = 4\pi\rho, \quad rot \vec{H} = \frac{1}{c} \left( \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + 4\pi\rho\vec{u} \right), \quad div \vec{H} = 0, \quad rot \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0.$$

А. Эйнштейн, Х. Лоренц и А. Пуанкаре в работах [1,2] доказали, что уравнения Максвелла инвариантны относительно преобразований координат (7) и полей (8) (т.е. выглядят одинаково в системах  $S$  и  $S'$ )

$$div' \vec{E}' = 4\pi\rho', \quad rot' \vec{H}' = \frac{1}{c} \left( \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t'} + 4\pi\rho'\vec{u}' \right), \quad div' \vec{H}' = 0, \quad rot' \vec{E}' + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}'}{\partial t'} = 0,$$

если плотность заряда  $\rho'$  преобразуется в соответствии с формулой [1]

$$\rho' = \rho \left( 1 - \frac{u_x v}{c^2} \right) \beta. \quad (21)$$

Соответственно, заряд в системе отсчета  $S'$  определяется из соотношения

$$e' = \int \rho' dV' = const, \quad dV' = dx' dy' dz' = \beta dx dy dz.$$

Для точечной модели заряда плотность  $\rho$  в системе покоя определяется как  $\rho = e\delta(\vec{x})$ , поэтому имеем

$$e' = e \int \delta(\vec{x}) \left( 1 - \frac{u_x v}{c^2} \right) \beta^2 dx dy dz = e\beta^2 \left( 1 - \frac{u_x v}{c^2} \right), \quad (22)$$

Из этой формулы следует, что инвариантность заряда

$$e' = e = inv \quad (23)$$

имеет место при выполнении равенства

$$\beta^2 \left( 1 - \frac{u_x v}{c^2} \right) = 1,$$

которое справедливо при условии (квази)инерциальности системы отсчета (9)

$$u_x \approx v = const.$$

В результате условие (23) проявляется как *третий постулат* специальной теории относительности, который надо рассматривать как условие (квази)инерциальности системы отсчета, связанной с зарядом.

В учебниках плотность  $\rho$  преобразуется по закону [6]

$$\rho' = \rho\beta^{-1} = \rho\sqrt{1 - v^2/c^2}, \quad (24)$$

который следует из вычисленного А. Эйнштейном закона преобразования (21) при условии (квази) инерциальности системы отсчета (9).

### 1.3. Точечный заряд и проблема перенормировки в квантовой электродинамике

Использование точечной модели заряда в квантовой теории привело к тому, что уравнения квантовой электродинамики так же содержат бесконечно большие величины, правда в квантовой теории они имеют специфический «квантовый» характер. Уже первые работы В. Гейзенберга и В. Паули [19] по квантовой теории взаимодействия света с веществом обнаружили расходимости в уравнениях квантовой электродинамики. В 1930 г. Дж. Валлер [20], используя уравнение Дирака, показал, что собственная масса «квантованного» электрона расходится квадратично. В то же время Дж. Опенгеймером [21] была найдена главная причина расходимостей – точечность рассматриваемой частицы. Последующие расчеты В. Вайскопфа [22], использовавшего электронно-позитронную теорию Дирака, показали, что во втором порядке теории возмущений масса электрона расходится логарифмически. Используя диаграммную технику Фейнмана, Ф. Дайсон в своей классической работе [23] пересмотрел результаты В. Вайскопфа и пришел к выводу, что кроме логарифмической расходимости собственной массы существует еще и логарифмическая расходимость заряда.

Эти несовместимые со здравым смыслом выводы породили массу работ, модифицирующих уравнения квантовой электродинамики. Это модели Паули-Вилларса [24-27], электродинамики с нулевой затравочной массой заряда [28,29], нелокальные теории [30-36], перенормировки путем введения элементарной длины [37,38], модификации пропаторов элементарных частиц [39], включение высших производных [40] и т.д.

Все эти работы вызвали разногласия между создателями квантовой электродинамики П. Дираком, Р. Фейнманом и др. и основной массой теоретиков. Согласно П. Дираку все предложенные модификации квантовой электродинамики не снимают проблему расходимостей [92]. Они, по-видимому, являются временным средством, помогающим *обойти* трудности, а не разрешить их, тем более что имеются сомнения во внутренней непротиворечивости процедур перенормировки. Некоторые теоретики считают, что математические трудности, с которыми приходится сталкиваться при модификации квантовой электродинамики (именно это происходит при введении в уравнения процедуры перенормировки), настолько велики, что возникают обоснованные сомнения в правильности выбранного пути. Поэтому Р. Фейнман заявляет: «теории перенормировки – это просто один из способов заметать под ковер трудности электродинамики, связанные с расходимостью» [41].

Еще более радикальную позицию в этом вопросе занимал один из создателей квантовой электродинамики П. Дирак. В работе [5] он писал:

*Правильный вывод состоит в том, что основные уравнения неверны. Их нужно существенно изменить с тем, чтобы в теории вообще не возникали бесконечности, и чтобы уравнения решались точно, по обычным правилам, без всяких трудностей. Это условие потребует каких-то очень серьезных изменений: небольшие изменения ничего не дадут.*

Эти пророческие слова П. Дирака подтверждают наши выводы, сделанные выше, - *основу проблем классической и квантовой электродинамики является нарушение принципов специальной теории относительности в электродинамике*. Поэтому уравнения электродинамики необходимо формулировать в рамках Всеобщего принципа относительности [68-70], который полностью отказывается от понятия инерциальной системы отсчета, и

рассматривать электромагнитные поля и их источники как искривленное и закрученное пространство  $A_4(6)$ .

## 2. Геометризация уравнений Лоренца

В качестве «серьезных изменений» уравнений электродинамики Максвелла-Лоренца, мы предлагаем заменить плоскую геометрии Минковского, лежащую в ее основе, на более общую геометрию  $A_4(6)$  [89]. При этом, если в общепринятой электродинамике электромагнитные поля  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  описывались на фоне плоского псевдоевклидова пространства Минковского, то в нашем случае эти поля будут представлять кривизну пространства и описывать через связность выбранной нами геометрии, подобно тому, как это имеет место при описании гравитационного поля в теории гравитации Эйнштейна. Впервые проблема геометризации уравнений электродинамики была выдвинута А. Эйнштейном в начале XX века и поиск таких уравнений продолжался великим ученым в течении 30 лет.

### 2.1. Геометризация уравнений движения заряженной частицы

Напомним, что уравнения движения Лоренца (3) могут быть получены формально путем решения вариационной задачи для действия

$$S = -mc \int ds = -mc \int \left( 1 + \frac{e}{mc^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} \right) ds_0. \quad (25)$$

Из этого соотношения что

$$ds = \left( 1 + \frac{e}{mc^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} \right) ds_0 \quad (26)$$

где  $ds_0$  - интервал пространства Минковского (5),  $A_i$  - векторный потенциал электромагнитного поля. Если считать, что потенциал  $A_i$  и интервал (26) имеют геометрическую природу, то можно предложить для его описания параметрическую геометрию Римана, у которой метрический тензор зависит от удельного заряда  $k = e/m$ . В самом, рассмотрим пространство событий электродинамики, которое представляет собой точечное многообразие со структурой параметрического риманова пространства и на котором задана трансляционная риманова метрика [42]

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k, i, k, \dots = 0, 1, 2, 3 \quad (27)$$

с метрическим тензором

$$g_{ik}(x^i, k) = \eta_{ik} + k a_{ik}, \quad (29)$$

зависящим от координат  $x^i$  и от удельного заряда пробной частицы  $k = e/m$ . В общем случае будем считать, что потенциал сильного электромагнитного поля представляет собой симметричный тензор

$$a_{ik} = a_{ki}. \quad (30)$$

Для вывода уравнений движения пробного заряда (уравнений геодезических) в этом пространстве запишем функцию действия в виде



$$S = -mc \int ds = mc \int (g_{ik} dx^i dx^k)^{1/2} = -mc \int \left( 1 + ka_{ik} \frac{dx^i dx^k}{ds_0} \right)^{1/2} ds_0, \quad (31)$$

где

$$ds_0 = (\eta_{ik} dx^i dx^k)^{1/2}, \quad \eta_{ik} = \eta^{ik} = \text{diag}(1 - 1 - 1 - 1) \quad (32)$$

- интервал пространства Минковского (5). Распишем второй член в скобках в соотношении (31), содержащий потенциал  $a_{ik}$ , в виде

$$\frac{e}{m} \left\{ a_{00} \left( \frac{dx^0}{ds_0} \right)^2 + 2a_{\alpha 0} \frac{dx^\alpha dx^0}{ds_0 ds_0} + a_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha dx^\beta}{ds_0 ds_0} \right\}, \alpha, \beta \dots = 1, 2, 3 \quad (33)$$

и введем обозначения

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00} \frac{dx^0}{ds_0}, \quad A_\alpha = a_{\alpha 0} c^2 \frac{dx^0}{ds_0} + \frac{c^2}{2} a_{\alpha\beta} \frac{dx^\beta}{ds_0}, \alpha, \beta = 1, 2, 3. \quad (34)$$

В результате соотношение (33) можно записать как

$$\frac{2e}{m} \left\{ A_0 \frac{dx^0}{ds_0} + A_\alpha \frac{dx^\alpha}{ds_0} \right\} = \frac{2e}{mc^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0}, \quad i = 0, 1, 2, 3. \quad (35)$$

Подставляя (35) в (31), получим интервал пространства в виде

$$ds = \left( 1 + \frac{2e}{mc^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} \right)^{1/2} ds_0. \quad (36)$$

Интервал (36) мало отличается от интервала Минковского (5) (слабые геометризованные электромагнитные поля), если выполняется условие

$$\left| \frac{2e}{mc^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} \right| \ll 1, \quad (37)$$

при этом в (36) мы можем представить скобку в виде ряда

$$\left( 1 + \frac{2e}{mc^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} \right)^{1/2} = 1 + \frac{e}{mc^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} + \dots, \quad (38)$$

Ограничиваясь в (38) первыми двумя членами, запишем (36) как

$$ds = \left( 1 + \frac{e}{mc^2} A_i \frac{dx^i}{ds_0} \right) ds_0. \quad (39)$$

Легко видеть, что это совпадает формально с (26), но, по сути, имеет геометрическую природу и является нетривиальным обобщением электродинамики.

Решая вариационную задачу с действием (31), получим уравнения движения заряженной пробной частицы с массой  $m$  и зарядом  $e$  в сильном электромагнитном поле в виде уравнений геодезических [42]

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} = -\Gamma^i_{jk} \frac{dx^j dx^k}{ds ds} = \frac{e}{mc^2} E^i_{jk} \frac{dx^j dx^k}{ds ds}, \quad (40)$$

параметрического риманова пространства с метрическим тензором (29). Здесь напряженность сильного электромагнитного поля  $E^i_{jk}$  определяется как

$$E^i_{jk} = -\frac{c^2}{2} g^{im} (a_{jm,k} + a_{km,j} - a_{jk,m}) = -\frac{mc^2}{e} \Gamma^i_{jk} \quad (41)$$

и, подобно символам Кристоффеля  $\Gamma^i_{jk}$ , преобразуется не как тензор относительно преобразований трансляционных координатных  $x^i$

$$E^{i'}_{j'k'} = \frac{\partial^2 x^i}{\partial x^{j'} \partial x^{k'}} \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} + \frac{\partial x^j}{\partial x^{j'}} \frac{\partial x^k}{\partial x^{k'}} \frac{\partial x^{i'}}{\partial x^i} E^i_{jk}. \quad (42)$$

Электромагнитное поле, искривляющее пространство, считается слабым, если в (31) выполняется условие

$$\left| k a_{ik} \frac{dx^i}{ds_0} \frac{dx^k}{ds_0} \right| \ll 1. \quad (43)$$

В слабых электромагнитных полях условия (37) и (43) дают приблизительно одинаковые результаты. Используя (325), запишем известное соотношение [43]

$$\Gamma^i_{jk} = \eta^{im} \Gamma_{m,jk} = \pm \Gamma_{i,jk} \begin{pmatrix} i = 1,2,3 \\ i = 0 \end{pmatrix}.$$

Разделяя в уравнениях (40) пространственную и временную части, находим

$$\frac{d^2 x^0}{ds^2} = \Gamma_{0,jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = -\frac{e}{mc^2} E_{0,jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds}, \quad (44)$$

$$\frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} = -\Gamma_{\alpha,jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = \frac{e}{mc^2} E_{\alpha,jk} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds}, \quad (45)$$

$$\alpha, \beta, \gamma \dots = 1,2,3, i, j, k \dots = 0,1,2,3.$$

При условии слабости поля (43) заменим в уравнениях (44), (45)  $ds$  на интервал пространства Минковского (5) Кроме того, в нерелятивистском приближении выполняются приближенные равенства

$$ds_0 \approx c dt, \frac{dx^0}{ds_0} \approx 1, \frac{dx^\alpha}{ds_0} \approx \frac{1}{c} \frac{dx^\alpha}{dt}, \frac{dx^i}{ds_0} \frac{dx^k}{ds_0} \approx \frac{v^2}{c^2} \ll 1. \quad (46)$$

Используя формулу для перехода от параметра  $ds_0$  к параметру  $dx^0$  [43, стр. 634]

$$\frac{d^2 x^\alpha}{dx^{0^2}} = \frac{\frac{d^2 x^\alpha}{ds_0^2} \frac{dx^0}{ds_0} - \frac{d^2 x^0}{ds_0^2} \frac{dx^\alpha}{ds_0}}{\left(\frac{dx^0}{ds_0}\right)^3} \approx \frac{d^2 x^\alpha}{ds_0^2} - \frac{d^2 x^0}{ds_0^2} \frac{dx^\alpha}{ds_0},$$

запишем (45) в виде

$$\frac{d^2 x^\alpha}{dx^{0^2}} = \frac{e}{mc^2} \left\{ E_{\alpha,jk} \frac{dx^j}{ds_0} \frac{dx^k}{ds_0} + E_{0,jk} \frac{dx^j}{ds_0} \frac{dx^k}{ds_0} \frac{dx^\alpha}{ds_0} \right\}. \quad (47)$$

В силу условий (46) сохраним во втором члене справа компоненты  $E_{0,jk}$  с  $j = k = 0$ , а в первом члене компоненты с  $j = k = 0$ ,  $j = 0, k = \beta$ ,  $j = \beta, k = 0$ , тогда из (47) имеем

$$\frac{d^2 x^\alpha}{dx^{0^2}} = \frac{e}{mc^2} \left\{ E_{\alpha,00} \frac{dx^0}{ds_0} \frac{dx^0}{ds_0} + 2E_{\alpha,\beta 0} \frac{dx^\beta}{ds_0} \frac{dx^0}{ds_0} + E_{0,00} \frac{dx^0}{ds_0} \frac{dx^0}{ds_0} \frac{dx^\alpha}{ds_0} \right\}. \quad (48)$$

Используя формулу

$$E_{i,jk} = -\frac{c^2}{2} (a_{ij,k} + a_{ik,j} - a_{jk,i}),$$

находим

$$\begin{aligned} E_{\alpha,00} &= c^2 \left( \frac{1}{2} \frac{\partial a_{00}}{\partial x^\alpha} - \frac{1}{c} \frac{\partial a_{\alpha 0}}{\partial t} \right), \quad 2E_{\alpha,\beta 0} = -c^2 \left( \frac{\partial a_{\alpha 0}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial a_{\beta 0}}{\partial x^\alpha} \right) - c^2 \frac{1}{c} \frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t}, \quad E_{0,00} = \\ &= -c^2 \frac{1}{2c} \frac{\partial a_{00}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (49)$$

Введем обозначения

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00}, \quad A_\alpha = c^2 a_{\alpha 0}. \quad (50)$$

Поскольку в нашем приближении  $dx^0/ds_0 \approx 1$ , то вместо (50) мы можем записать

$$A_0 = \frac{c^2}{2} a_{00} \frac{dx^0}{ds_0}, \quad A_\alpha = a_{\alpha 0} c^2 \frac{dx^0}{ds_0}, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3. \quad (51)$$

В принятых обозначениях (48) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x^\alpha}{ds_0^2} &= -\frac{e}{mc^2} \left\{ (A_{\alpha,0} - A_{0,\alpha}) \frac{dx^0}{ds_0} + (A_{\alpha,\beta} - A_{\beta,\alpha}) \frac{dx^\beta}{ds_0} + c^2 \frac{1}{c} \frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t} \frac{dx^\beta}{ds_0} \frac{dx^0}{ds_0} \right. \\ &\left. + c^2 \frac{1}{2c} \frac{\partial a_{00}}{\partial t} \frac{dx^0}{ds_0} \frac{dx^0}{ds_0} \frac{dx^\alpha}{ds_0} \right\} \end{aligned}$$

или

$$\frac{du^\alpha}{ds_0} = \frac{e}{mc^2} \left\{ F^{\alpha 0} u_0 + F^{\alpha\beta} u_\beta - c^2 \frac{1}{c} \frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t} \frac{dx^0}{ds_0} u^\beta - \frac{1}{c} \frac{\partial A_0}{\partial t} \frac{dx^0}{ds_0} u^\alpha \right\}, \quad (52)$$

где

$$F_{\alpha k} = A_{k,\alpha} - A_{\alpha,k}, \quad \alpha, \beta, \gamma \dots = 1, 2, 3, \quad i, j, k \dots = 0, 1, 2, 3. \quad (53)$$

Используя (53), запишем (52) как

$$\frac{du^\alpha}{ds_0} = \frac{e}{mc^2} \left\{ F^{k\alpha} u_k - \frac{1}{c} \frac{\partial A_0}{\partial t} \frac{dx^0}{ds_0} u^\alpha - c^2 \frac{1}{c} \frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial t} u^\beta \right\}, \quad (54)$$

- где  $F^{k\alpha}$  компоненты тензора электромагнитного поля (6). Уравнения (54), как легко видеть, совпадают с пространственной частью уравнений движения (3) электродинамики Максвелла-Лоренца, если пренебречь последними двумя членами в правой части (54). Вторым членом в правой части (54) исчезает, как известно, при выборе кулоновской калибровке потенциала  $A_k$ . Как будет показано ниже, учет этого слагаемого позволяет описывать системы с переменным зарядом. С этим случае лоренцова калибровка нарушается и появляются продольные электромагнитные поля.

Далее, расписываем временную часть (44) в виде

$$\frac{du^0}{ds_0} = -\frac{e}{mc^2} E_{0,jk} u^j u^k = -\frac{e}{mc^2} \{ E_{0,00} u^0 u^0 + E_{0,\beta 0} u^\beta u^0 \}, \quad (55)$$

где

$$E_{0,\beta 0} = -\frac{c^2}{2} (a_{0\beta,0} + a_{00,\beta} - a_{\beta 0,0}) = -\frac{c^2}{2} \frac{\partial a_{00}}{\partial x_\beta} \quad (56)$$

или

$$E_{0,\beta 0} \frac{dx^0}{ds_0} \frac{dx^\beta}{ds_0} = -c^2 \frac{\partial a_{00}}{\partial x_\beta} \frac{dx^0}{ds_0} u^\beta = -\frac{\partial A_0}{\partial x_\beta} u^\beta. \quad (57)$$

Учитывая (57), имеем для (55) соотношение

$$\frac{du^0}{ds_0} = \frac{e}{mc^2} \left\{ \frac{1}{c} \frac{\partial A_0}{\partial t} u^0 + \frac{\partial A_0}{\partial x_\beta} u^\beta \right\}. \quad (58)$$

Первый член в правой части (58) равен нулю в силу постоянства заряда (кулоновская калибровка), а второй можно записать как

$$\frac{\partial A_0}{\partial x_\beta} u^\beta = -F^{0\alpha} u_\alpha. \quad (59)$$

Таким образом, при условии кулоновской калибровки, уравнение (58) совпадает с временной частью уравнений (3)

$$\frac{du^0}{ds_0} = -\frac{e}{mc^2} F^{0\alpha} u_\alpha. \quad (60)$$

Мы видим, что уравнения (60) и (54) объединяются в уравнения Лоренца (3) при выборе кулоновской калибровки и при условии слабых электромагнитных полей (43).

### 3. Геометризация уравнений поля Максвелла

Напряженность сильных электромагнитных полей мы описываем величинами (41), через которые тензор Римана определяется как [42]

$$R^i{}_{jkm} = -2 \frac{e}{mc^2} \partial_{[k} E^i{}_{|j|m]} + 2 \frac{e^2}{m^2 c^4} E^i{}_{s[k} E^s{}_{|j|m]}. \quad (61)$$

Свертывая этот тензор по индексам  $i$  и  $k$ , получим тензор Риччи  $R_{jm} = R^i{}_{jim}$

$$R_{jm} = -2 \frac{e}{mc^2} \partial_{[i} E^i{}_{|j|m]} + 2 \frac{e^2}{m^2 c^4} E^i{}_{s[i} E^s{}_{|j|m]}, \quad (62)$$

Для точечного источника с плотностью заряда  $\rho = e\delta(\vec{x})$ , уравнения поля, по аналогии с уравнениями гравитационного поля Эйнштейна, запишутся как [42]

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi k}{c^4} T_{ik}, \quad (63)$$

где тензор энергии-импульса источника поля имеет вид

$$T_{ik} = \rho c^2 u_i u_k = e\delta(\vec{x}) c^2 u_i u_k, \quad u^i u_i = 1. \quad (64)$$

Мы теперь можем получить вакуумные уравнения  $R_{ik} = 0$ , сферически-симметричное решение которых подобно решению Шварцшильда, но зависящее от кулоновского потенциала источника  $\varphi_C = e/r$  и от отрицательного удельного заряда  $k = -e/m$  пробной частицы как

$$ds^2 = \left(1 + \frac{e}{m} \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{e}{m} \frac{2\varphi_C}{c^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2). \quad (65)$$

Здесь знак минус  $k = -e/m$  выбрал из соображений притяжения между пробным зарядом  $-e$  и зарядом источника  $+e$ . Для дальнейших рассуждений удобно представить метрику (65) в (квази)декартовых координатах

$$ds^2 = \left(1 + \frac{e}{m} \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{e}{m} \frac{2\varphi_C}{c^2}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (66)$$

где

$$a_{00} = \frac{2\varphi_C}{c^2}, a_{\alpha 0} = 0, \quad a_{\alpha\beta} = \frac{2\varphi_C}{c^2} \delta_{\alpha\beta}. \quad (67)$$

В слабых электромагнитных полях вакуумные уравнения общерелятивистской электродинамики  $R_{ik} = 0$  представляются как [43]

$$R_{ik} = -\frac{k}{2} \left( \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) a_{ik} = 0, \quad (68)$$

где  $a_{ik}$  – тензорный потенциал сильного электромагнитного поля (30). Используя нерелятивистское приближение векторного потенциала (51), несложно показать, что из (68) следуют уравнения для 4D потенциала (51)

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A_i = 0, \quad (69)$$

Свертывая уравнения (63) с метрическим тензором  $g^{ik}$  и учитывая соотношение  $g^{ik} g_{ik} = 4$ , имеем

$$R = -\frac{8\pi k}{c^4} T, \quad T = T^i_i. \quad (70)$$

Подставляя (70) в (63), запишем эти уравнения в виде

$$R_{ik} = \frac{8\pi k}{c^4} \left(T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T\right). \quad (71)$$

Следуя А. Фоку [43], мы потребуем для уравнений поля (71) выполнения:

1. Условия слабости поля (43) для тензора (61).
2. Условие гармоничности для (квази)декартовых  $x^i$  координат

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) x^i = 0. \quad (72)$$

В этом приближении для  $R_{ik}$  находим

$$R_{ik} = -\frac{k}{2} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) a_{ik}. \quad (73)$$

Расписывая уравнения (73) покомпонентно, имеем

$$\frac{1}{k} R_{00} = -\frac{1}{2} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) a_{00} = \frac{8\pi}{c^4} \left(T_{00} - \frac{1}{2} g_{00} T\right), \quad (74)$$

$$\frac{1}{k} R_{\alpha 0} = -\frac{1}{2} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) a_{\alpha 0} = \frac{8\pi}{c^4} \left(T_{\alpha 0} - \frac{1}{2} g_{\alpha 0} T\right), \quad (75)$$

$$\frac{1}{k} R_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} \left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) a_{\alpha\beta} = \frac{8\pi}{c^4} \left(T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} T\right). \quad (76)$$

где

$$T_{00} - \frac{1}{2} g_{00} T = \frac{1}{2} \rho c^2, \quad (77)$$

$$T_{\alpha 0} - \frac{1}{2} g_{\alpha 0} T = \rho c^2 v^\alpha, \quad (78)$$

$$T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g_{\alpha\beta}T = \frac{1}{2}\rho c^2\delta_{\alpha\beta}. \quad (79)$$

Подставляя (77) в (74), находим

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\frac{a_{00}}{2}a_{00} = \frac{4\pi}{c^2}\rho, \quad (80)$$

Умножая это соотношение слева на  $c^2u^0 = c^2dx^0/ds_0$ , получим

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)A_0 = -\frac{4\pi}{c}j_0, \quad (81)$$

где в нерелятивистском приближении порядка  $v/c$  компонента  $A_0$ , с учетом решения (66), имеет вид

$$A_0 = \frac{c^2}{2}a_{00} = \varphi_c = \frac{e}{r}, \quad (82)$$

что совпадает с компонентой  $A_0$  потенциала (51), а  $j_0$  определяется как

$$j_0 = j^0 = \rho cu^0 = \rho \frac{dx^0}{dt}. \quad (83)$$

Здесь  $\rho$  – плотность источника поля в системе отсчета, где он покоится. Таким образом, потенциал  $A_0$  для слабых электромагнитных полей удовлетворяет уравнению (81).

(Квази)статический потенциал (82) определяется из решения уравнения (81) в виде объемного интеграла

$$\varphi_c = \int \frac{\rho}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx' dy' dz'. \quad (84)$$

Метрика (66) записана в системе отсчета, в которой заряд  $e$  покоится. Если источник поля движется со скоростью  $u_\alpha$ , то, кроме потенциала (82), мы имеем 3D векторный потенциал

$$A_\alpha = \int \frac{\rho u_\alpha}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx' dy' dz'. \quad (85)$$

Для движущегося со скоростью  $u_\alpha$  вместо метрики (66), мы имеем метрику следующего вида [43]

$$\begin{aligned} ds^2 = & \left(1 + \frac{e}{m} \frac{2\varphi_c}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{e}{m} \frac{2\varphi_c}{c^2}\right) (dx^2 + dy^2 + dz^2) \\ & + \frac{8}{c^2} \left(\frac{e}{m} 2\varphi_c^x dx + \frac{e}{m} 2\varphi_c^y dy + 2\varphi_c^z dz\right) dt, \end{aligned} \quad (86)$$

откуда, в нерелятивистском приближении порядка  $v/c$

$$a_{00} = \frac{2\varphi_C}{c^2}, \quad a_{\alpha 0} = \frac{4}{c^2} A_\alpha, \quad a_{\alpha\beta} = \frac{2\varphi_C}{c^2} \delta_{\alpha\beta}. \quad (87)$$

Подставляя эти соотношения в (75)-(76) и, учитывая (78)-(79), получим, кроме (81),

$$\left( \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) A_\alpha = -\frac{4\pi}{c} j_\alpha, \quad (88)$$

$$\left( \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \varphi_C \delta_{\alpha\beta} = -\frac{4\pi}{c} \rho \delta_{\alpha\beta}. \quad (90)$$

Объединяя уравнения (81) и (88), получим 4D уравнения Максвелла, записанные через 4D потенциал  $A_i$

$$\left( \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) A_i = -\frac{4\pi}{c} j_i, \quad j^i = (\rho c, \rho u^\alpha), \quad i = 0, 1, 2, 3, \quad (91)$$

что эквивалентно уравнениям (1).

Подводя итог, мы приходим к заключению, что:

1) Геометризированные уравнения Лоренца

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\vec{v}\vec{H}] \quad (92)$$

и геометризированные уравнения Максвелла

$$\operatorname{div}\vec{E} = 4\pi\rho, \quad \operatorname{rot}\vec{H} = \frac{1}{c} \left( \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + 4\pi\rho\vec{u} \right), \quad \operatorname{div}\vec{H} = 0, \quad \operatorname{rot}\vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial\vec{H}}{\partial t} = 0 \quad (93)$$

следуют из уравнений (40) и (63) общерелятивистской электродинамики сильных полей при условии а) постоянства заряда  $e = \text{const}$ ; б) слабости поля (43) и с точностью до релятивистских членов порядка  $v^2/c^2 \ll 1$ .

2) Уравнения электродинамики (92) и (93) допускают четырехмерную запись (1)-(6) в пространстве Минковского при условии (квази)инерциальности (9) системы отсчета, связанной с зарядом.

#### 4. Переменный заряд как источник скалярного поля

Для того, чтобы объединить четыре экспериментальных закона электродинамики в систему уравнений Максвелла-Лоренца, Максвелл использовал уравнение непрерывности

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{j} = 0. \quad (94)$$

В интегральной форме это уравнение определяет закон сохранения точечного заряда

$$e = \text{const} \quad (95)$$

с плотностью  $\rho = e\delta(\vec{r})$  как



$$\frac{de}{dt} = \frac{d}{dt} \int \rho dV = \int \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} \right) = 0.$$

Уравнение (94) следует из уравнений поля (1), если взять от их левой и правой части производную  $\partial/\partial x^i$

$$\frac{\partial^2 F^{ik}}{\partial x^i \partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} \frac{\partial j^i}{\partial x^i} = -\frac{4\pi}{c} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{j} \right) = 0, \quad (96)$$

где  $J^i = (J^0 = \rho c, \vec{J} = \rho \vec{v})$ . Уравнения (96) выполняются тождественно в силу антисимметрии тензора  $F^{ik}$  по индексам  $i$  и  $k$ .

#### 4.1. Нарушение закона сохранения заряда в общерелятивистской электродинамике

Уравнения движения (40) общерелятивистской электродинамики предсказывают существование электромагнитных полей, которые не учитывает электродинамика Максвелла-Лоренца. В самом деле, да последних слагаемых в уравнениях (54) не входят в тензор электромагнитного поля  $F^{ik}$ , следствием чего является нарушение закона сохранения заряда электродинамики Максвелла-Лоренца

$$\frac{\partial^2 F^{ik}}{\partial x^i \partial x^k} = -\frac{4\pi}{c} \frac{\partial j^i}{\partial x^i} \neq 0, \quad (97)$$

что физически можно интерпретировать как описание заряда, меняющегося со временем  $e = e(\vec{x}, t) \neq const$ . Нам известно, что из закона (96) следует требование лоренцевской калибровки для векторного потенциала  $A^i = (A^0 = \varphi, \vec{A})$   $A_i = (A_0 = \varphi, -\vec{A})$

$$\frac{\partial A^i}{\partial x^i} = \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \text{div} \vec{A} = 0. \quad (98)$$

Поэтому нарушения закона сохранения заряда (97) влечет за собой нарушение лоренцевской калибровки

$$S = S_E + S_H = \frac{\partial A^i}{\partial x^i} = \left( \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \text{div} \vec{A} \right) \neq 0. \quad (99)$$

Здесь мы ввели скалярное электрическое

$$S_E = \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial A_0}{\partial x^0} \quad (100)$$

и скалярное магнитное

$$S_H = \text{div} \vec{A} = \frac{\partial A_\alpha}{\partial x^\alpha} \quad (101)$$

поля.

Пренебрегая в уравнениях движения (54) последним членом, запишем их в векторном виде

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\vec{v}\vec{H}] + \frac{e}{c} S_E \vec{v}. \quad (102)$$

Умножая эти уравнения скалярно на  $\vec{v}$  получим уравнение мощности

$$\frac{dE_{кин}}{dt} = e(\vec{E}\vec{v}) + \frac{e}{c} S_E v^2. \quad (103)$$

Такой же результат мы получаем, если умножим скалярно уравнение (340) на  $u^\beta$ .

Уравнение непрерывности (94) в общерелятивистской электродинамике обобщается, принимая вид

$$\nabla_i(\rho u^i) = \partial_i(\rho u^i) + \rho u^n \Gamma^n_j = 0. \quad (104)$$

Используя (41), (49) и (100), находим в нерелятивистском приближении

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{v} = \rho \frac{e}{mc^2} u^0 E_{0,00}(t), \quad (105)$$

$$E_{0,00}(t) = -\rho \frac{e}{m} S_E, \quad S_E = \frac{1}{rc} \frac{\partial Q}{\partial t}, \quad Q(t) = Ze(t). \quad (106)$$

## 5. Экспериментальное проявление скалярного поля

По-видимому, впервые скалярные поля были обнаружены в экспериментах Н. Тесла, в которых он исследовал поле сферического конденсатора с переменным зарядом  $Q(t)$ . Емкость такого конденсатора вычисляется по формуле  $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ . В этой формуле  $R_1$  - радиус внутренней обкладки,  $R_2$  - радиус внешней обкладки,  $\epsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость вакуума (эфира во времена Тесла),  $\epsilon_r$  - диэлектрическая проницаемость среды между обкладками. Из этой формулы в пределе  $R_2 \rightarrow \infty$  следует емкость сферы  $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R_1$ . Соответственно, заряд сферы  $Q$  вычисляется по формуле  $Q = CV = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R_1 V$ , где  $V$  - напряжение между обкладками. Если заряженная сфера разряжается, то вне сферы на большом расстоянии должно наблюдаться векторное поле  $\vec{E}(t) = Q(t)\vec{r}/r^2|\vec{r}|$ , следующее из уравнений Максвелла, и скалярное поле  $S(t) = 1/rc \cdot \partial Q(t)/\partial t$ . На рис.1 изображена заряженная сфера, создающая с полным зарядом  $Q$ . Если ключ К, замыкающий заряженную сферу разомкнут, на большом расстоянии от сферы наблюдается кулоновское электрическое поле  $E = Q/r^2$ , которое меняется с расстоянием как  $1/r^2$ . При замыкании ключа К начинается разряд сферы на землю, при

этом появляется скалярное электрическое поле (100), которое меняется с расстоянием как  $1/r$ . Скалярное поле  $S(t)$  тем больше, чем быстрее идет заряд. Это

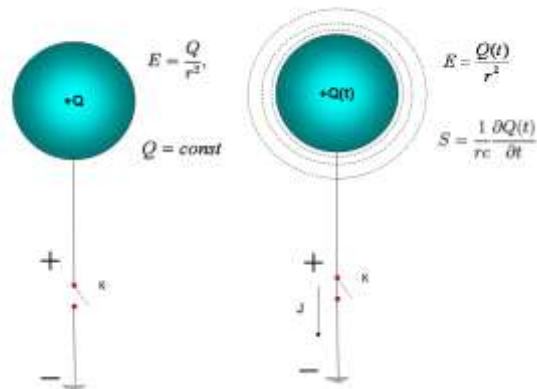


Рис.1. Разряд сферы порождает скалярное электрическое поле

было замечено Николой Тесла, что он использовал для создания мощных скалярных полей переменный ток высокой частоты и высокого напряжения [44]. Действительно, если заряд сферы меняется по закону  $Q = Q_0 \sin \omega t$ , то скалярное поле сферы описывается формулой

$$S = \frac{1}{rc} \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\omega V}{rc} 4\pi\epsilon_0 R \cos \omega t. \quad (107)$$

Из этой формулы видно, что скалярное поле тем больше, чем больше частота  $\omega$  напряжение  $V$  и радиус сферы  $R$ . На рис. 2 изображена схема беспроводной передачи энергии

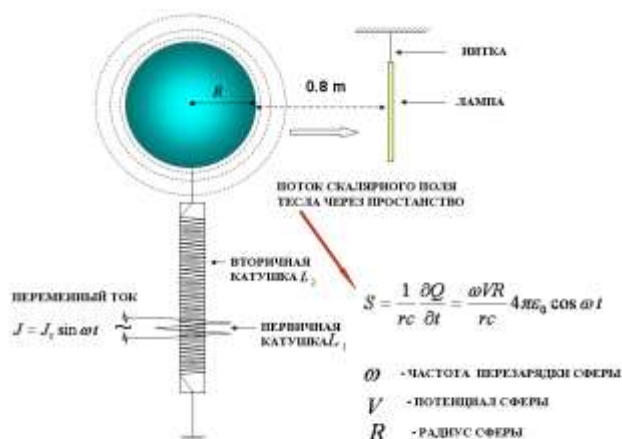


Рис.2. Беспроводная передача электроэнергии скалярным полем  $S$

скалярным полем (107). Если в поле излучения (107) находится лампа дневного света (см. рис. 2), то она светиться, причем яркость свечения увеличивается с увеличением либо частоты  $\omega$ , либо с увеличением напряжения  $V$ .

На рис. 3. представлена схема передачи электроэнергии по одному проводу, аналогичная запатентованной Н. Тесла еще в 1897 г.[45] за 8 лет до создания Эйнштейном

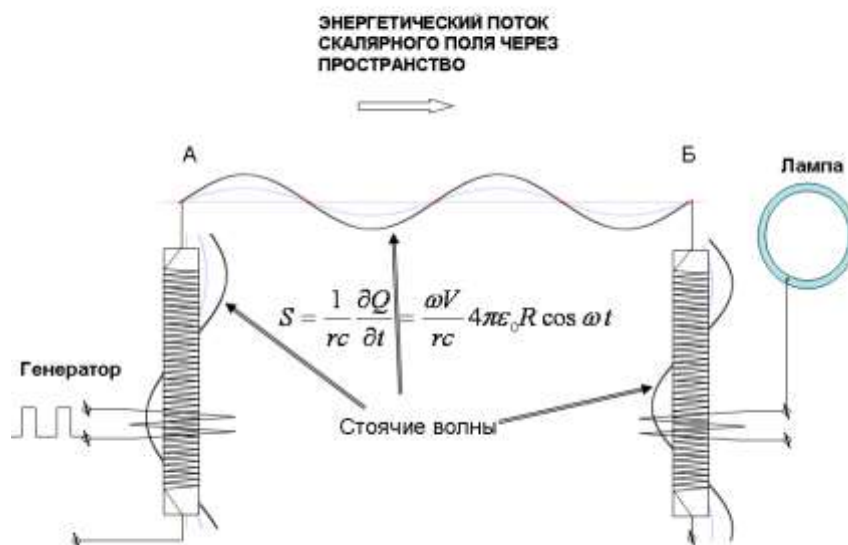


Рис.3. Передача электроэнергии полем  $S$  по одному проводу из точки А в точку Б, а, затем, через трансформатор на ламу.

специальной теории относительности, в которой заряд постоянен. На рис.3 второй конец катушки Б и понижающей катушки висят в воздухе. При измерении распределения поля  $S$  вдоль катушек и однопроводной линии было обнаружены, стоячие волны поля  $S$ , т.е. стоячие волны зарядов, излученных источником. На рис. 4 а) представлена экспериментальная однопроводная линия, передающая электроэнергию на расстояние 2 метра, собранная по схеме на рис. 3. Беспроводную и однопроводную передачу энергии можно увидеть в фильмах <https://youtu.be/QWOK4TGgJsA> , <https://youtu.be/Qo6rdZuUCxs> , [https://youtu.be/UP\\_0\\_23KtcE](https://youtu.be/UP_0_23KtcE) . Во всех этих экспериментах переносимая электрическая мощность описывается уравнением (103), при этом за аномальные свойства переноса энергии отвечает член  $eS_E v^2/c$  . Когда Н. Тесла спрашивали, какое поле он излучает и принимает своими приборами, он ответил, что его поля – это не электромагнитные волны Герца и, как следует из уравнения (103), он был прав.

На рис.4 представлены эксперименты, которые показывают доказывают правоту утверждений Н. Тесла. Например, на рис.4 б) в цепи щупа осциллографа возникает электрический ток, хотя цепь не замкнута. Объяснить замкнутость цепи обычным током смещения  $i_c$  не удастся из-за большого емкостного сопротивления цепи. Сам Н. Тесла считал, что вторичная катушка трансформатора поляризует физический вакуум (эфир) вблизи ее. Такая интерпретация вполне согласуется с представлением о монополярном электромагнитном излучении, переносимом скалярным полем  $S$  . Если напряженность поля  $S$  значительна, то вокруг свободного конца вторичной обмотки возникает коронный разряд, природу которого объясняют последующие эксперименты. Скорее всего, это (спаренные) электроны, излучаемые (и поглощаемые) концом вторичной обмотки.

Наблюдаемый способ передачи электроэнергии невозможно описать уравнениями векторной электродинамики Максвелла-Лоренца, в которой скалярное поле  $S$  принципиально отсутствует. Именно по этой причине эксперименты Н. Тесла не были восприняты научной общественностью в начале прошлого века и до сих пор остаются вне поля зрения ведущих теоретиков. Другое дело дотошные исследователи, большую часть которых составляют инженеры. Например, исследованиями скалярного магнитного (381) занимался Г. Николаев

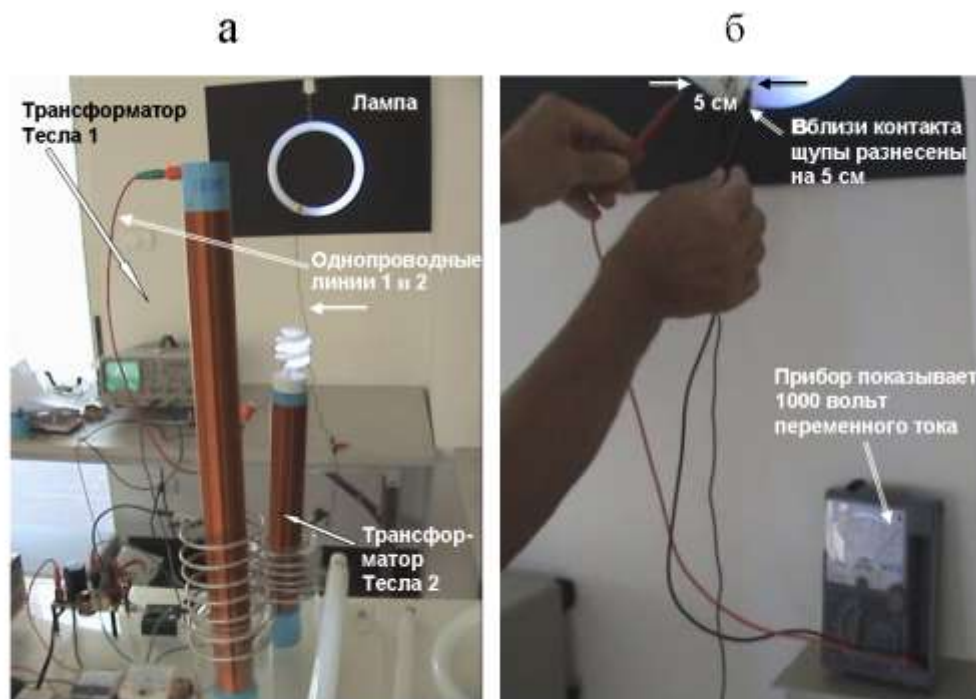


Рис. 4. а) экспериментальная однопроводная линия; б) в месте контакта одного провода с лампой прибор показывает 1000 вольт при разомкнутых на 5 см щупах без соприкосновения с проводом.

[46-48]. Их уравнений (382) видно, сила, вызываемая скалярным полем  $S_E$  коллинеарна скорости движения заряда  $\vec{v}$ , поэтому скалярные поля иногда называют продольными волнами, вызывающие в электродинамике продольные силы [49].

Особый интерес у практиков вызывает передача энергии по одному проводу, в электрической схеме которой особую роль играет вилка Авраменко [50]. Предлагаются для внедрения практически действующие однопроводные линии Тесла, исследованные в научных учреждениях [51-53].

Скалярные волны были исследованы на установке Монштейна-Весли [54], в которой шаровая антенна, диаметром 6 см, создавая пульсирующий сферический заряд передатчика на частоте 433.59 МГц, произвела скалярную волну, которая была обнаружена идентичной приемной шаровой антенной.

Н. Тесла утверждал, что скалярное поле  $S$  не подчиняется телеграфным уравнениям, которые справедливы для обычных цепей переменного тока, что такие законы как закон Ома и закон Кирхгофа в данном случае не применимы. Именно этот вывод следует из уравнений (382), (383). Один провод является направляющим элементом, а не проводником

тока, поскольку он не нагревается при передаче электроэнергии. В качестве «направляющего элемента» можно использовать, воду, диэлектрик или даже лазерное излучение [55]. На рис. 5 представлен эксперимент, в котором в качестве направляющего элемента использован луч лазера. Никто и никогда не смог

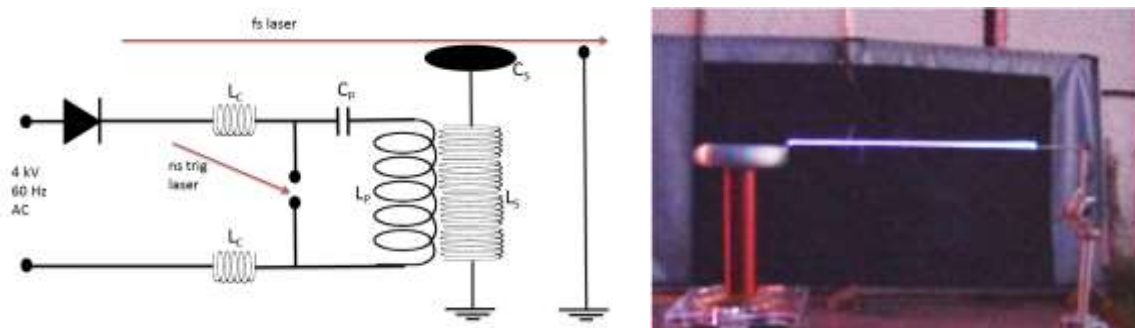


Рис.5. Движение скалярного поля  $S$  вдоль луча лазера: а) слева схема эксперимента; б) «сияющее излучение» Тесла, длиной 80 см, движется вдоль лазерного луча передать таким образом значительную электромагнитную энергию, используя поперечные электромагнитные волны

Утверждение Н. Тесла о том, что физический вакуум (эфир) обладает энергией, которую можно использовать, основывается на применении им в 1931 г. в качестве источника электроэнергии для поездок в течение недели на автомобиле «Pierce-Arrow» генератора «эфирной энергии». В это время в квантовой электродинамике уже были известны уравнения Дирака (1929 г.), из которых следовало существование частиц антиматерии – позитронов. Кроме того, оказалось, что электрон-позитронный вакуум обладает сложной структурой, которая допускает «отрицательные» уровни энергии, а, значит, существование негэнтропии (отрицательной энтропии). Известно, что термодинамика, которая содержит отрицательные энергии, не запрещает создание вечного двигателя второго рода [56].



Рис.6. Генератор П. Баумана



Во всем мире широко известны генераторы швейцарского изобретателя Пауля Баумана [57], которые работают с 1980-х годов (рис.6). Существуют разные генераторы Баумана, вырабатывающие от 200 Вт. до 30 КВт электроэнергии для бытовых нужд. Суммарная мощность всех систем составляет уже более 750 КВт. Тестатика является первой в мире машиной, которая повторяет в несколько измененном виде генератор Тесла, производящей «свободную энергию» из вакуума, флуктуации которого, по представлениям современной науки, обладают бесконечным количеством энергии.

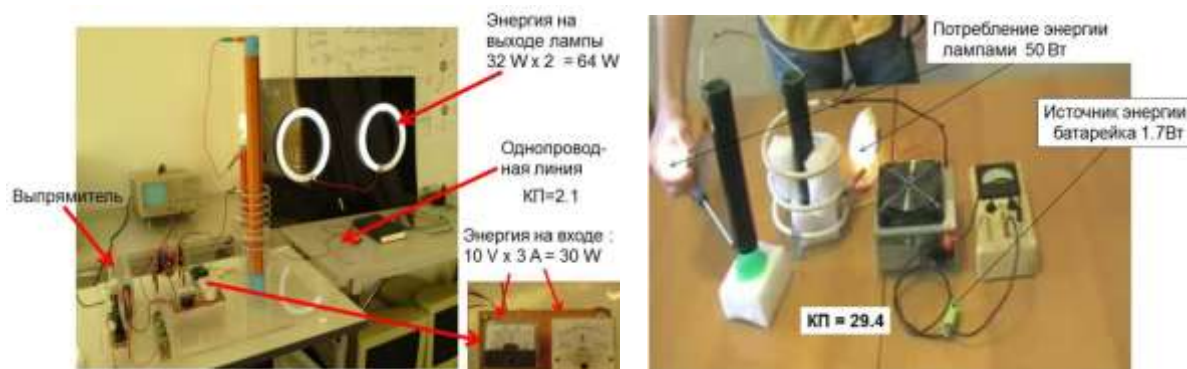


Рис. 7. Нарушение закона сохранения в скалярном поле  $S$  : слева в однопроводной линии КП=2.1; справа беспроводная передача энергии КП=29.4

На рис. 7 представлен генератор Тесла, который потребляет 30 ватт электроэнергии постоянного тока, а к однопроводной линии подключены 2 лампы дневного света, потребляющие 64 ватта электроэнергии. При подключении дополнительных источников энергии потребление энергии генератором Тесла почти не меняется. Выходит, что в установке происходит преобразование электроэнергии с коэффициентом преобразования (КП) больше единицы. На рис. 7 справа генератор Тесла питается от батарейки с напряжением 1.7 вольт. В скалярном поле  $S$  генератора Тесла в качестве нагрузки используются 2 лампы дневного света, потребляющие в сумме энергию 50 ватт. В результате, коэффициент преобразования оказывается равным: КП=29.4.



Рис. 8. Положительная обратная связь в генераторе Тесла: слева - нагрузка на генераторе отсутствует; справа потребляемый ток уменьшился, хотя на поле  $S$  генератора нагружена лампа накаливания 20 ватт

На рис. 8. представлен эксперимент, который показывает существование положительной обратной связи в скалярном поле  $S$  генератора Тесла. В качестве нагрузки использовалась лампа накаливания мощностью 20 ватт. Лампа была подсоединена к концам катушки, намотанной на ферритовое кольцо. Перемещая кольцо верх и вниз вдоль вторичной обмотки трансформатора Тесла, можно увидеть, что лампа гаснет (положение узла), при этом ток, потребляемый генератором, увеличивается. В положении пучности (середина вторичной обмотки) лампа загорается, при этом потребляемый ток уменьшается.

В действительности, в экспериментах, которые мы здесь представили, никакого нарушения закона сохранения нет, поскольку генератор Тесла представляет собой открытую систему. Если учесть, что генератор погружен в «море» вакуумной энергии и способен эту энергию частично использовать, то можно утверждать, что баланс энергии системы генератор-вакуум всегда соблюдается.

Для теоретического описания скалярных электромагнитных полей в научной литературе существует достаточное количество работ [58-64]. Однако описание скалярных полей в электродинамике с использованием математического аппарата гиперкомплексных функций слишком формально и, например, не дает связи уравнений (102), (103) и (105).

## 6. Сверххолодная плазма и скалярное поле

Разряд сферы, показанный на рис. 1, не единственный источник скалярного поля  $S$ . Это поле было обнаружено Н. Тесла при быстром замыкании или размыкании рубильника в высоковольтной сети постоянного тока. Он заметил, что быстрое замыкание рубильника (или переключателя на рис. 1) порождало в лаборатории ударную волну, которую можно было почувствовать по электрическому раздражению на лице и руках. Сначала Н. Тесла был убежден, что это частицы металлических частей рубильника, перешедшие в парообразное состояние, вырываются из проводов во всех направлениях. Для изучения этого явления, он использовал стеклянный экран для того, чтобы отсеять эти частицы. Несмотря на экран, ударные волны, покалывающий эффект на лице и руках продолжали ощущаться. Н. Тесла понял, что никто не наблюдал ничего подобного раньше. Он заметил, что уколы длились на протяжении малой доли секунды, в момент замыкания рубильника. Но, как и все ученые, Н. Тесла был убежден, что эти странные эффекты объяснялись простым распространением ионизированных ударных волн в воздухе, вроде сильно ионизированного удара молнии.

Н. Тесла провёл серию экспериментов, с целью измерить давление ударной волны на больших расстояниях. Для этого он использовал автоматический «размыкающий выключатель». Контроль за напряжением производился изменением скорости вращения высоковольтного динамо, которое являлось источником постоянного тока в цепи. Он обнаружил, что быстро прерываемый источник постоянного тока высокого напряжения приводит к излучению, которое можно было почувствовать на больших расстояниях от их искрового источника. То излучение, которое высвобождалось из проводов при замыкании выключателя, легко проникало через экраны из стекла и меди. Не было разницы, из чего они были изготовлены; эффект проникал через любое вещество, как будто бы экрана не было вовсе.



Здесь явно наблюдался электрический эффект, который проникал через пространство без материальных посредников. Поэтому Н. Тесла назвал это излучение «сияющее электричество». Н. Тесла понял, что это новое электродинамическое явление. Он изучил имеющуюся в то время литературу и нашел ссылки только на двух экспериментаторов.

Первый из них Джозеф Генри наблюдал магнетизацию стальных игл мощным искровым разрядом. Необычность данного эксперимента, проведённого в 1842 г., заключается в том, что лейденская банка, искры которой и производили магнетизацию, стояла на верхнем этаже здания, обычно непроницаемого для электричества. Иглы были размещены под сводом подвала. Было неясно, каким образом искры могли подействовать на иглы через непроницаемые для электричества барьеры? Джозеф Генри был убеждён, что искра создаёт особые «лучи, похожие на свет», и именно эти проникающие агенты и ответственны за магнетизацию.

Второй подобный случай произошёл в 1872 г. в здании высшей школы в Филадельфии. Элиху Томсон, преподаватель физики, искал способ сделать искры большой искровой катушки Румкоррфа более видимыми при демонстрации на лекции. Присоединив один полюс катушки к трубе с холодной водой, Томсон был напуган тем, что цвет искр сменился с голубого на белый. Желая усилить этот эффект, Томсон подсоединил другой полюс к большому металлическому листу стола. После включения катушки, возникла оглушительно трещавшая ослепительно белая искра, видная даже с задних рядов. Желая показать этот эксперимент коллеге, Эдвину Хаустону, Томсон подошёл к двери и был внезапно остановлен. Прикоснувшись к бронзовой дверной ручке на дубовой двери, он получил резкий электрический удар. Выключив катушку Румкоррфа, Томсон обнаружил, что эффект прекратился. Обсудив случившееся вместе с Эдвином, они снова запустили устройство. Колющий эффект повторился. Тогда оба джентльмена стали бегать по огромному зданию из камня, дуба и железа с электрически изолированными металлическими предметами. Каждое прикосновение перочинным ножом или отвёрткой к любому металлическому объекту, независимо от расстояния до катушки и степени изолированности от пола, порождало длинные продолжительные белые искры. Результат исследования был описан в короткой заметке в журнале *Scientific American* в том же году [65]. Н. Тесла ощутил, что оба описанных наблюдения схожи с его открытием. Каждый из этих случаев был вызван небольшими вариациями одного и того же явления. Хотя Тесла сделал это открытие в 1889 г., предварительный обзор эффекта был опубликован только после продолжительной серии экспериментов. Работа «Рассеяние электричества», опубликованное перед Рождеством 1892 г., стало поворотной статьёй Н. Тесла.

Для автоматизации процесса создания «сияющего излучения», Н. Тесла изобрел «автоматический выключатель» в виде специальных дуговых электрических разрядников. Высоковольтный выход генератора постоянного тока был присоединён к спаренным проводникам через новый дуговой механизм, представлявший из себя очень мощный постоянный магнит, установленный поперёк пути дугового разряда. Дуга разряда автоматически и продолжительно возникала и гасла под действием магнитного поля. Н. Тесла создавал такие электрические цепи, которые были похожи на пульсирующую электрическую струю. Электростатический заряд на конденсаторе  $C$  увеличивался до своего максимума и разряжался очень быстро во время работы разрядника, подавая мощный импульс тока на первичную обмотку трансформатора Тесла с малым числом витков (2-6 витков). В качестве источника

постоянного тока Н. Тесла использовал высоковольтное динамо (рис.9). Во вторичной обмотке с большим числом витков возникает высокое напряжение и сияющее излучение. Экспериментируя с таким относительно простым устройством, Н. Тесла обнаружил,

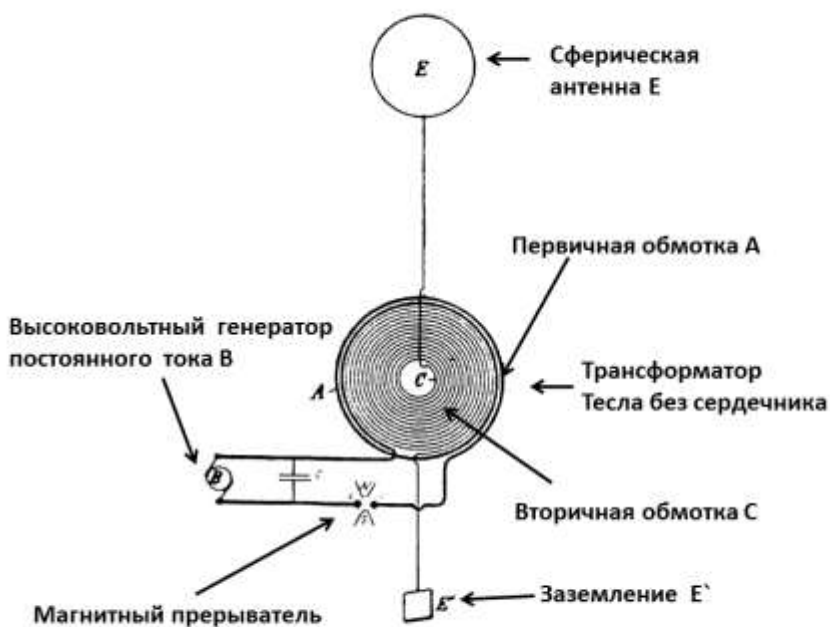


Рис.9. Генератор сияющего излучения Тесла

что сияющее излучение может наводить мощные электрические эффекты на расстоянии. Это излучение не было обычными поперечными электромагнитными волнами. Это были продольные волны, которые были способны воздействовать на заряды в направлении своего распространения. Н. Тесла научился менять длительность импульсов. Оказалось, что при импульсах длительностью в одну микросекунду, ощущался сильный физиологический нагрев. Дальнейшее уменьшение длительности импульса привело к самопроизвольному свечению, наполнявшему помещения и вакуумные колбы белым светом. При таких частотах импульсов Тесла добился появления эффектов, которые обычно были свойственны энергии электромагнитных волн видимого света. Более короткие импульсы порождали течения, наполнявшие комнату прохладными потоками, и сопровождавшиеся появлением ощущения тревоги и беспокойства. Уменьшению длительности импульсов не было предела. Никакие из этих энергетических импульсов не могли быть повторены при помощи гармонических колебаний высокой частоты.

Тесла видел, что электрический ток был на самом деле сложной комбинацией эфира и электронов. Когда электричество проходило через разрядник, начинался основной раздельный процесс. Электроны с силой выталкивались из разрядного промежутка сильным магнитным полем. По его мнению, потоки эфира, нейтральные по заряду, продолжали протекать через цепь. Магнитный разрядник был главным в отделении электронов

от частиц эфира. Эфирные частицы были очень подвижными, почти невесомыми в сравнении с электронами, и могли, поэтому, проникать через вещество с очень маленьким усилием. Электроны же не могли «сравняться» с эфиром в скорости и проникающей способности. Согласно этой точке зрения, частицы эфира были бесконечно малыми, намного меньшими по размеру, чем электроны.

Подводя итоги, можно выделить следующие свойства нового электродинамического эффекта, обнаруженного и исследованного Николой Тесла [65]:

1. Эффект сияющего излучения появляется, когда высоковольтный постоянный ток разряжается в искровом промежутке и быстро прерывается, пока не возникнет какой-либо реверсивный (обратный) ток.
2. Сияющее излучение образует пространственно распределённое напряжение, которое может превышать начальное напряжение на искровом разряднике в тысячи раз.
3. Оно распространяется в виде продольного электростатического «светоподобного луча», который ведёт себя подобно несжимаемому газу под давлением.
4. Сияющее излучение проникает через все материалы и создаёт «электронные отклики» в металлах, например, меди и серебре. В данном случае «электронные отклики» означает, что на медных поверхностях, подвергнутых «сияющей эмиссии», будет расти электрический заряд.
5. Импульсы сияющего излучения длительностью менее 100 микросекунд абсолютно безопасны для рук и не будут вызывать шоковый удар или другой вред.
6. Импульсы сияющего излучения длительностью менее 100 наносекунд холодны и легко создают световые эффекты в вакуумных трубках.

Подобные результаты был получен [66] при исследовании свойств плазменного факела, состоящего, фактически, из излученных сферой Тесла электронов (рис.10). Для измерения температуры факела был использован инфракрасный термометр AR300+, который бесконтактно измерял температуру в разных участках факела в пределах  $-90^{\circ} \div +400^{\circ}C$ . Термометр обладает повышенным уровнем точности для своего класса. Пирометр может применяться в любой области, где требуется температурный контроль. Чтобы измерить температуру факела, мы устанавливали пирометр на расстоянии  $D = 90$  см от центра иглы (см. рис. 10 а). Измеренная температура варьировалась в диапазоне температур  $-90^{\circ} \div +360^{\circ}C$  (с точностью  $\pm 1^{\circ}C$ ) в зависимости от положения точки измерения на факеле. Из эксперимента следует, что по мере удаления от конца иглы температура излучения падает и становится отрицательной (по Цельсию) в областях, удаленных на 4-6 см. от конца иглы. Надо отметить, что такой способностью обладает только электронная плазма, созданная куперовскими парами. Низкая температура плазмы в установке Тесла была замечена исследователями давно, что привело к созданию различных приборов, используемых в медицинских целях. Например, прибор *Холодно – плазменный коагулятор* используется в клинической практике хирургических стационаров, занимающихся вопросами хирургии. повреждений паренхиматозных органов, гнойной хирургии, травматологии; в поликлинических условиях для лечения гнойных ран, а также в «медицине катастроф». С помощью холодно-плазменного коагулятора можно удалять татуировки, а также

шлифовать келлоидные и раневые рубцы. Первые его экземпляры созданы в 1994 г. инженером одного из российских НИИ Станиславом Авраменко.

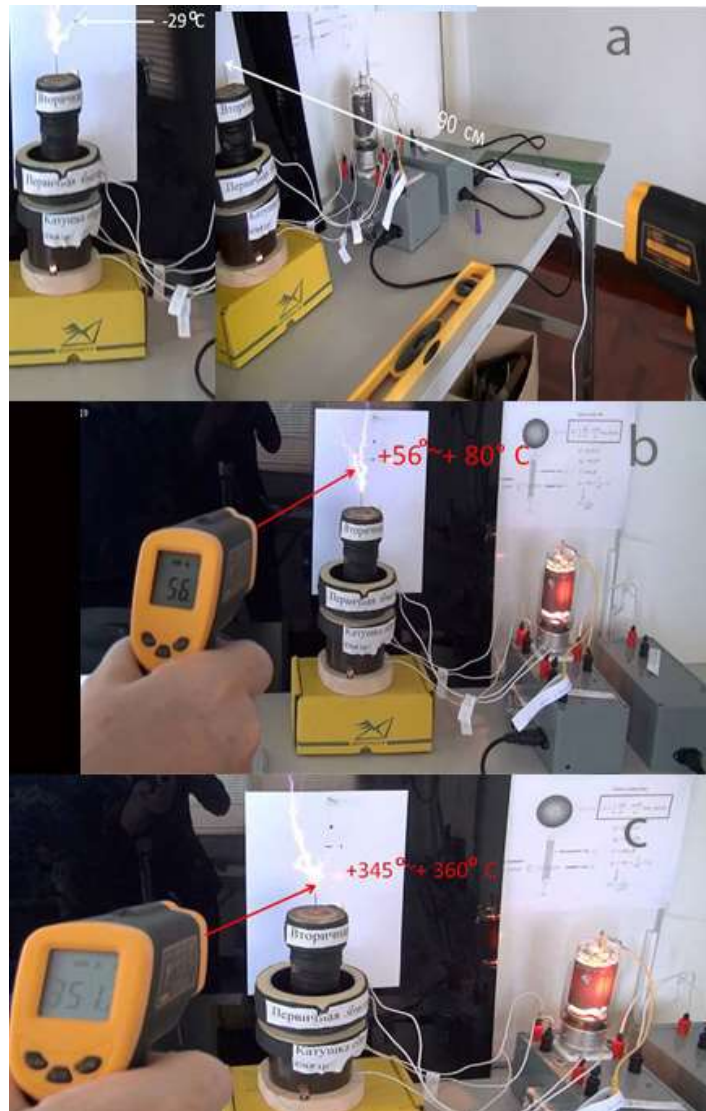


Рис.10. Внешний вид установки по измерению температуры факела, создаваемого скалярным полем: а) верхняя часть факела имеет температуру  $-29^{\circ} \div -90^{\circ}C$  ; б) средняя часть факела нагрета на  $+56^{\circ} \div +80^{\circ}C$  ; в) в нижней части факела температура  $+345^{\circ} \div +360^{\circ}C$

## 7. Уравнения Максвелла с учетом скалярного поля $S$

Мы рассмотрим обобщение уравнений Максвелла (91), которые содержат скалярное поле  $S$ , записав их в виде

$$\left( \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial S}{\partial t} = -4\pi\rho, \quad (107)$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \vec{A} + \text{grad}S = \frac{4\pi}{c} \vec{j}. \quad (108)$$

Легко видеть, что при  $S = 0$  уравнения (107) и (108) переходят в обычные уравнения Максвелла с источниками. В векторных обозначениях уравнения (107) и (108) запишутся как

$$\text{div} \vec{E} - \frac{1}{c} \frac{\partial S}{\partial t} = 4\pi\rho, \quad (109)$$

$$\text{rot} \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \text{grad}S = \frac{4\pi}{c} \vec{j}. \quad (110)$$

Интересно отметить, что скалярное поле  $S$  было введено впервые В.А. Фоком и Б. Подольским [63] и использовалось в теоретической физике этими авторами совместно с Дираком [64] при развитии квантовой электродинамики Дирака. Для описания свободного от источников электромагнитного поля, авторы записывают функцию Лагранжа в виде

$$\Lambda = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 - \vec{H}^2) - \frac{1}{8\pi} S^2, \quad (111)$$

при этом авторы не только ничего не говорили о связи скалярного поля  $S$  с экспериментами Н. Тесла, но, даже, и не обсуждали физический смысл введения этого поля в электродинамику [63, 64]. Чтобы получить уравнения электродинамики переменных зарядов (107) и (108), необходимо добавить в функцию Лагранжа источники электромагнитного поля, записав функцию Лагранжа  $\Lambda$  как

$$\Lambda = \frac{1}{8\pi} (\vec{E}^2 - \vec{H}^2) - \frac{1}{8\pi} S^2 + \frac{1}{c} \vec{A} \cdot \vec{j} - \varphi\rho. \quad (112)$$

Теорема для мощности электромагнитного поля при условии  $S = 0$  имеет вид [6]

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{E^2 + H^2}{8\pi} = -\vec{j} \cdot \vec{E} - \frac{c}{4\pi} \text{div}[\vec{E}\vec{H}], \quad (113)$$

Если же  $S \neq 0$ , находим

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{E^2 + H^2 + S^2}{8\pi} = -\vec{j} \cdot \vec{E} - c\rho S - \frac{c}{4\pi} \text{div}([\vec{E}\vec{H}] - \vec{E}S). \quad (114)$$

Здесь мы использовали подстановки

$$\rho \rightarrow \rho' = \rho + \frac{1}{4\pi c} \frac{\partial S}{\partial t}, \quad (115)$$

$$\vec{j} \rightarrow \vec{j}' = \vec{j} - \frac{c}{4\pi} \text{grad}S, \quad (116)$$

которые следует из уравнений (109) и (110), и известное соотношение  $div(S\vec{E}) = Sdiv\vec{E} + \vec{E}grad S$ . Из (114) видно, что счетом скалярного поля  $S$ , вектор Умова-Пойнтинга имеет вид

$$\vec{P} = \frac{c}{4\pi} ([\vec{E}\vec{H}] - \vec{E}S). \quad (117)$$

Из уравнения (109) и (110) следует, что скалярное поле  $S$  можно рассматривать как источник векторных полей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ . Кроме того, обобщенный вектор Умова-Пойнтинга содержит скалярное поле  $S$ , которое активно участвует в перенос энергии и на которое теоретики до сих пор не обращают должного внимания.

## Заключение

В конце XIX века в экспериментальной электродинамике появилось три типа экспериментов, каждый из которых стимулировал появление трех новых теоретических обобщений электродинамики Максвелла-Лоренца, это:

- 1) Эксперимент Майкельсона-Морли, положивший начало в 1905 году созданию А. Эйнштейном специальной теории относительности.
- 2) Эксперименты по определению спектральной плотности излучения абсолютного тела и обнаружение дискретной структуры излучения, приведшие в 1926 году немецкими физиками к созданию квантовой электродинамики.
- 3) Эксперименты Николы Тесла [45, 46, 67] по изучению свойств систем с переменным зарядом, излучающих скалярные электромагнитные поля, обладающие высокой проникающей способностью и получившие фундаментальное теоретическое обоснование только в 2012 году [66] как один из разделов геометризированной обобщенной электродинамики сильных электромагнитных полей [42].

Причина такой почти столетней задержки развития электродинамики переменных зарядов заключается в том, что как в специальной теории относительности, так и в квантовой электродинамике заряд частицы (источника поля) постулируется постоянным. В нашей работе мы показали, что выход в теории за рамки электродинамики с постоянными зарядами позволяет описать более широкий круг электродинамических явлений с большой пользой для практического использования.

Авторы выражают глубокую благодарность Марине Александровне Лобовой за участие и эффективную финансовую поддержку скалярного электромагнитного излучения, без которой экспериментальная часть данной работа вряд ли была проделана.

## Литература

1. *Einstein A.* // Ann. Phys. 1905. Vol. 17. P.891.
2. *Пуанкаре А.* // В сб. статей «Принцип относительности». М.: Атомиздат. 1973, сс.90-97.
3. *Паули В.* // Теория относительности, ГИТТЛ, М-Л, 1947.
4. *Эйнштейн А.* // Собр. науч. тр. М.: Наука, 1966. Т. 2. С. 366.
5. *Дирак П.* // Пути физики. М.: Энергаториздат, 1983.

6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // Теория поля. Т.2. М.: Наука, 1988.
7. Иваненко Д.Д., Соколов А.А. // Классическая электродинамика, ГИТТЛ, М., 1951.
8. Пановский В., Филипс М. // Классическая электродинамика, ГИФМЛ, М., 1968.
9. Фейнман Р., Филипс М., Сэнди М. // Фейнмановские лекции по физике, т.6, М., Мир 1966.
10. Mie G. // Ann.Phys., **37**, 511, 1912; **39**, 1, 1912; **40**, 1, 1913.
11. Born M., Infeld L. // Proc/Roy.Soc., **A137**, 1410, 1934.
12. Born M. // Proc/Roy.Soc., **A137**, 410, 1934.
13. Abraham M. // Phys. Zeitschr., **5**, p. 576, 1904.
14. Dirac P. // Proc.Roy.Soc., **A167**, p 148, 1938.
15. Wheeler R., Feynman R. // Rev/Mod/Phys., **17**, p. 157, 1945.
16. Lande A. // Phys/Rev., **56**, 482, 1939; **76**, 1176, 1940.
17. Bohm D., Weinstein. // Phys.Rev., **74**, 523, 1948.
18. Зоммерфельд А. // Электродинамика, М., 1958.
19. Heisenberg W., Pauli W. // Zs. F. Phys., **56**, 1, 1929; **59**, 1930.
20. Waller J. // Zeits.Phys., **62**, 673, 1930.
21. Oppenheimer J. // Phys.Rev., **35**, 461, 1930.
22. Weisskopf V. // Zeits.Phys., **89**, 27, 1934; Phys.Rev., **56**, 72, 1932.
23. Dyson F. // Phys.Rev., **75**, 1736, 1949.
24. Pauli W., Villars F. // Rev.Mod.Phys., **21**, 434, 1940.
25. Vatagin F. // Zs.f.Phys., **88**, 92, 1934; Nuovo Cimento, **5**, 1957.
26. Марков М. // ЖЭТФ, **10**, 1311, 1940; **16**, 790, 1946.
27. Блохинцев Д. // ЖЭТФ, **16**, 480, 1946; **18**, 566, 1948; **22**, 254, 1952.
28. Levy M. // Phys.Letters, **7**, 1, 1963.
29. Joaem K., Baker M., Willey. // Phys.Rev.Letters, **11**, 11, 1963.
30. Croenwold H. // Physica, **28**, 12, 1962.
31. Raifeataigh L., Takahashi V. // Helv. Phys.acta., **34**, 6, 1961.
32. Jukava H. // Phys.Rev., **77**, 219, 1950; **80**, 1047, 1950.
33. Feynman R. // Phys.Rev., **14**, 6, 1948.
34. Manus H. // Proc.Roy.Soc., **A195**, 323, 1948.
35. Peieres R. // Proc.Roy.Soc., **A214**, 143, 1952.
36. Budini R., Fonda L. // Nuovo Cimento, **5**, 3, 1953.
37. Maris Th., Gerhard J., Hercovitz V. // Phys.Rev.Letters, **12**, 1, 1964.
38. Ferwerda H. // Physica, **29**, 9, 1963.
39. Ferwerda H. // Physica, **31**, 5, 1965.
40. Kroll M. // Nuovo Cimento, **A45**, 1, 1965.
41. Feynman R. // Phys. Today, **19**, 31, 1966.
42. Шипов Г.И. // Общерелятивистская нелинейная электродинамика с тензорным потенциалом. Известия вузов, Физика, 1972, № 10, с. 98- 102.
43. Рашиевский П.К. // Риманова геометрия и тензорный анализ. 1964. М.: Наука, с. 664.
44. Фок В.А. // Теория пространства, времени и тяготения. М., ГИТТЛ, 1955, сс. 238-241, 245-251, 295-297.
45. Tesla N. "The True Wireless". Electrical Experimenter (May 1919).
46. Tesla N. // The one-wire transmission system. [U.S. Patent 0,593,138](#). "Electrical Transformer" (1897).

47. Николаев Г.В.// Скалярное магнитное поле. Томск. 1997. С. 23.
48. Николаев Г.В.// Непротиворечивая электродинамика. Томск. Книга 1. 1997. С. 143.
49. Николаев Г.В.// Тайны электромагнетизма. Томск. 2001.С.77.
50. Сигалов Р.Г., Султонов Ш.Д., Тиллаев М., Шаповалова Т.И., Хайдаров А. // Новые страницы учения об электромагнетизме. Фергана, 2003. 51 с.
51. Заев Н.Е., Авраменко С. В., Лисин В.Н. // Измерение тока проводимости, возбуждаемого поляризационным током // Журнал «ЖРФМ», 1991, № 2, стр. 68 – 81.
52. Копейкина Т.В. // Объективность применения однопроводных систем передачи электрической энергии. Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 12 (часть 3) – С. 411-414
53. Стребков Д.С., // Резонансные методы передачи и применения электрической энергии. – М.: ГНУ ВИЭСХ, 2008 – 352с.
54. Алиев И.И. //Энергосберегающая резонансная однопроводная ЛЭП .Энергобезопасность и энергосбережение, 2011.– №6.– С. 27–30.
55. Monstein C., Wesley J.P.// Europhys. Lett., 59 (4), pp. 514-520 (2002).
56. Henriksson M. and all.// Laser guiding of Tesla coil high voltage discharges. OPTICS EXPRESS, 2012 / Vol. 20, No. 12.
57. Терлецкий Я.П.// Парадоксы специальной теории относительности. М.: Наука, 1966, с.120.
58. Baumann P. // Testatica generator. <http://www.rexresearch.com/testatik/testat.htm#demo99> .
59. Казанова Г. // От алгебры Клиффорда до атома водорода. Из-во «Платон», 1997, - 118 с.
60. Терехов С.В.// Физика гиперкомплексного исчисления. Вестник Донецкого, сер. А, Естественные науки, 2002, вып.2, сс. 287-294.
61. Куракин В.А, Ханукаев Ю.И.// Поля кватернионов как обобщение уравнений Максвелла. Электронный научный журнал «Исследования в России», [http://mipt.ru/education/chair/theoretical\\_mechanics/f\\_booklets/02-07-90327/phys/mw](http://mipt.ru/education/chair/theoretical_mechanics/f_booklets/02-07-90327/phys/mw)
62. Куракин В.А, Ханукаев Ю.И.// Об описании физических полей методами алгебры Клиффорда и осцилляции метрики малых областей пространства. Вестник удмуртского ун-та. Математика, 2015, т.2, Вып.1, сс. 37-50.
63. Фок В.А., Подольский. Б. // О квантовании электромагнитных волн и взаимодействии зарядов по теории Дирака, Sow. Phys. I, стр. 801 (1932) . Перевод на русский язык в сборнике: В. А. Фок. Работы по квантовой теории поля. М.: ЛКИ, 2007.
64. Дирак П. А. М., Фок В.А., Подольский. Б. // О квантовой электродинамике, Sow. Phys. 2, стр. 468-479 (1932) . Перевод на русский язык в сборнике: В. А. Фок. Работы по квантовой теории поля. М.: ЛКИ, 2007.
65. Lindemann P. // The Free Energy Secrets of Cold Electricity, Clear Tech Inc., 2000.
66. Шипов Г.И., Лобова М.А.// Скалярное излучение в вакуумной электродинамике. Теория и эксперимент // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.17752, 20.11.2012. <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/008a/1114-shl.pdf> .
67. Тесла Н. // Статьи. Из-во «Агни», Самара, 2007, с. 602.
68. Шипов Г.И.// Теория физического вакуума. Новая парадигма. М., НТ-Центр, 1993. с.362.
69. Шипов Г.И.// Теория физического вакуума, теория эксперименты и технологии, М., Наука, 1997. с.450 .
70. Shipov G. // A theory of Physical Vacuum, М.: ST-Center, 1998. P. 312.