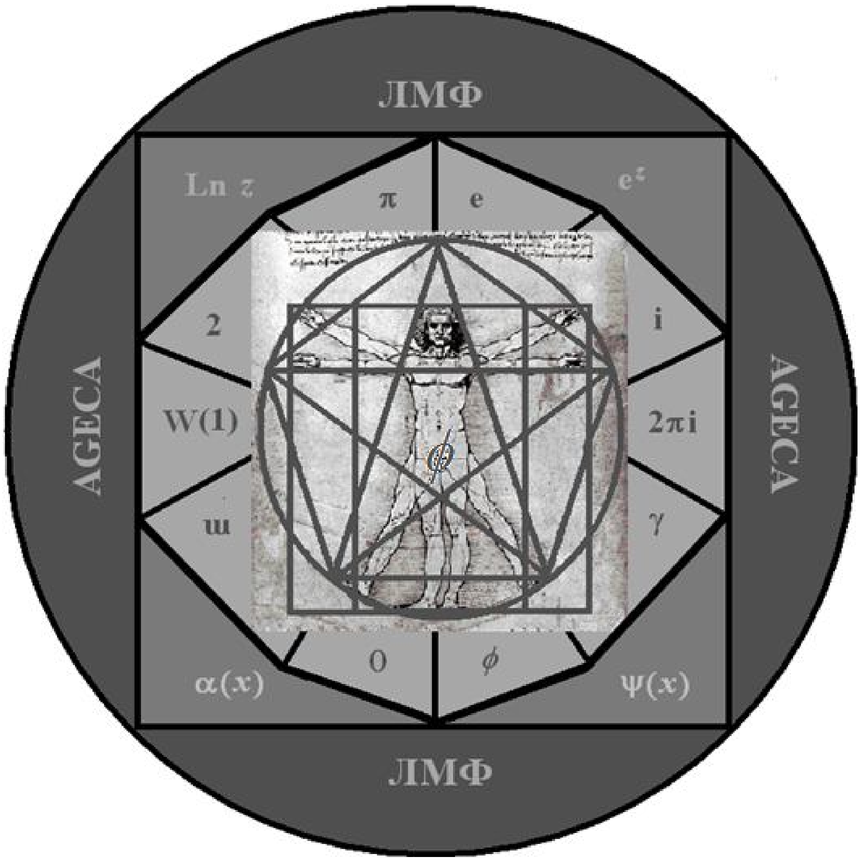
Грант Аракелян

Теория ЛМФ и принцип золотого сечения

***К**раеугольным камнем мировой гармонии, без веры в которую естественнонаучное мышление лишилось бы большей части своей привлекательности, является математика. Известно, что путь от общих положений до конкретной их реализации часто долог, извилист и неоднозначен. Потому-то так труден вопрос, каким всё же образом математическая первооснова приобретает характер селективного формообразующего принципа для живой и неживой природы. **Принцип золотого сечения** предоставляет, быть может, наилучшую возможность для анализа подобных проблем. В силу его совершенно особого статуса, а главным образом из-за соотнесённости с фундаментальными математическими константами (ФМК), с положениями теории ЛМФ, вкратце представленной во Введении и Части I настоящей работы, подробное обсуждение этого принципа и всего, что с ним связано, представляется существенным и важным.*

***Ф**ундаментальная физическая теория – мечта многих поколений исследователей. ЛМФ – попытка осуществить эту мечту в виде логически строгой, математически завершенной системы, соответствующей имеющимся экспериментальным данным и допускающей (частично уже подтвердившиеся) прогнозы и эмпирическую верификацию. Это базисная теория физического мира, реализующая идею единства математической логики (Л), числовой математики (М) и фундаментальной физики (Ф). Её корневая структура начинается с логических атомов и завершается обобщёнными физическими законами сохранения, изменения и квантования. В рамках теории ЛМФ получен удивительный результат для постоянной Ферми. Решается ряд важнейших задач, в частности определение численного значения постоянной тонкой структуры, времени жизни мюона и других физических констант, выявление границ физического мира с использованием нового космического параметра – безразмерной константы порядка 10^{125}, получение массовой формулы для частиц определённого типа, **обобщение принципа золотого сечения**.*

***Т**еория ЛМФ по идее не только снабжает необходимым инструментарием для теоретического определения любой известной физической постоянной и не только приписывает с ограниченной или неограниченной точностью истинное числовое значение каждой величине. В свете теории ЛМФ некоторые изученные казалось бы вдоль и поперек математические величины предстают в новом качестве, приобретают дополнительные, ранее не известные характеристики. В этом назначение Части II настоящей работы, где изложение исторических фактов и подробное рассмотрение формальных свойств числа ϕ носит иллюстративный характер и подчинено решению основной задачи: выявлению связей между ϕ и исходными ФМК, анализу принципа золотого сечения с точки зрения общих принципов и идей, изложенных в Части I. По сути ставится задача построения **нетрадиционной математической теории золотой пропорции.** Это построение должно быть ответвлением теории ЛМФ и призвано не только подтвердить её возможности, но и осветить некоторые ключевые вопросы, которые в обычной трактовке золотого сечения кажутся загадочными.*



Введение

Теория ЛМФ это фундаментальная теория физического мира начала XXI века, охватывающая все области физической реальности. В своем окончательном виде она изложена в капитальной монографии “Фундаментальная теория ЛМФ”, её сокращенный примерно в четыре раза вариант представлен в книге “От логических атомов к физическим законам”, а ещё более сжатое изложение – в изданной в конце 2010 г книге “LMP Fundamental Theory”. Название теории составлено из начальных букв слов “логика”, “математика” и “физика”. Стало быть ЛМФ – теория единства логики, математики и физики и задумана она как **базисная**, **материнская теория физического мира**. Можно сказать, что это в некотором роде общая теория всех физических теорий, физическая “теория всего”, возведенная на фундаменте математической логики и чистой математики. В рамках теории ЛМФ решается ряд важнейших задач, среди которых можно последовательно выделить следующие:

- составление набора исходных логических и математических **операций**, понятий **функции** и **переменной**, **терма** и **формулы**, полного **алфавита** формальной структуры теории ЛМФ
- построение, с использованием первичных элементов и операций, формальной **логико-математической системы**, охватывающей множество всех чисел

- вывод в рамках этой системы, состоящей из логических постулатов и математических аксиом, исходных математических **функций** и начальных **чисел** – фундаментальных математических **констант** (ФМК) включая две новые
- построение **множества** всех **чисел** с помощью исходных операций аксиоматической системы и начальных чисел
- переход от математических переменных и фундаментальных констант к **фундаментальным физическим величинам**
- получение в закодированном виде **основных физических уравнений –** законов сохранения, изменения и квантования фундаментальных физических величин
- построение **безразмерной системы измерения** физических величин, или **A-**системы, в которой каждая величина приобретает свое истинное числовое значение
- верификация **A**-системы, а косвенно формализма теории ЛМФ в целом, на основе удивительного **результата** для константы Ферми G_F
- решение проблемы теоретического определения **численных значений** для таких **физических констант** как постоянная тонкой структуры (постоянная Зоммерфельда), время жизни мюона, масс заряженных лептонов и нуклонов
- **экспоненциальное обобщение математической теории золотого сечения**
- определение **экстремальных значений** физических величин, **границ** физической реальности
- введение новой **космологической постоянной** N_U, равной отношению максимальных и минимальных параметров Вселенной и вообще отношению экстремальных значений физических величин
- объединение посредством константы N_U основных физических законов сохранения, изменения и квантования в единые **обобщённые законы**

О попытках создания ФФТ. Основные причины неудач

Фундаментальную физическую теорию (ФФТ) называют также ***единой теорией*** или (физической) ***теорией всего***. В самых общих чертах ФФТ призвана свести всё многообразие физического мира к единой основе. Из истории науки прошлого века хорошо известно, что вслед за созданием теории относительности и квантовой механики предпринимались многочисленные попытки создания теории, охватывающей все или почти все основные разделы физической теории, различные области физической реальности. Далеко не полный перечень таких попыток включает "Фундаментальную теорию" [Eddington], "Теорию материи" [Mie], единые теории [Вейль; Эйнштейн; Гильберт; Калуца], теорию нелинейного спинорного поля [Гейзенберг], различные варианты аксиоматической квантовой теории поля [Боголюбов, Логунов, Тодоров], суперсимметрии и супергравитации [Wess, Zumino; Фридман, Ньювенхёйзен], см. также [Введение в супергравитацию; Уэст], суперструн – см. [Davies, Brown; Green, Schwarz, Witten] и др.; см. также [Бергман; Weinberg]. Известно также, что вопреки всем усилиям и надеждам атаки на эту научную твердыню успехом не увенчались: крепость под названием "фундаментальная физическая теория" взять никому не удалось. Ретроспективно, с высоты физических знаний начала нового тысячелетия, а также с позиций концепции ЛМФ можно указать на некоторые обстоятельства и причины, ставшие тогда непреодолимой преградой на пути к желанной цели.

- Создание ФФТ возможно лишь на определённом уровне развития физической теории и эксперимента, при наличии особых условий. В частности необходимы обширная база данных по элементарным частицам и достаточно полный набор измеренных с высокой точностью фундаментальных физических постоянных (ФФП). Кроме того необходимы знание и хотя бы приблизительная оценка таких космологических параметров как масса, плотность, радиус кривизны Вселенной.
- Для построения ФФТ нужны свежие идеи, новое понимание основ физической теории, новая методология, способная прежде всего обеспечить правильный выбор первичных объектов теории. Это одно из наиболее серьёзных препятствий, поскольку едва ли можно рассчитывать на успех опираясь на одни лишь метафизические рассуждения, без однозначного вывода исходного базиса теории на основе универсальных принципов.
- Математический аппарат, используемый в различных попытках построения ФФТ, недостаточен для решения задачи в полном объёме, поскольку содержит серьёзные пробелы. *Скрытыми параметрами* математики и оснований физической теории, необходимыми для достижения поставленной цели, являются две новые фундаментальные математические константы.

Все необходимые предпосылки построения последовательной, цельной фундаментальной теории сегодня уже имеются.

Определение физики и физической теории. Схема дерева

Любое суждение о физической реальности есть с необходимостью суждение о *физических величинах*, любое физическое уравнение, формула или соотношение устанавливает аналитическую связь между *физическими величинами*, любое физическое измерение, эксперимент, эмпирическое исследование сводится к получению конкретной информации о *физических величинах*. Даже в тех предложениях физики, где нет прямого упоминания физических величин, они в слегка завуалированной форме всё равно фактически присутствуют. Такое, например, стандартное предложение как "система находится в состоянии термодинамического равновесия" – это всего лишь сокращенная запись утверждения о сохранении численных значений некоторых характеризующих систему физических величин. Таким образом, есть все основания полагать, что вся тонкая специфика физики как отрасли естествознания однозначно выражается понятием ***физической величины***. Отсюда вытекает определение:

физика – наука о физических величинах

Следовательно,

фундаментальная физическая теория – теория фундаментальных физических величин

Очевидно, что проблема выбора первичных объектов – фундаментальных физических величин имеет здесь, как впрочем и при любом другом подходе, первостепенное значение. От такого выбора зависит если не всё, то очень многое и неверное решение – ложный путь, который к заветной цели привести не может. Обращаясь к истории физики заметим, что в классической электродинамике исходными могут считаться четыре полевые величины для вакуума и среды; в специальной теории относительности – скорость света в вакууме и четырёхмерные инварианты, обычно выражаемые через пространственно-временные и энерго-импульсные переменные; в квантовой механике – комплексная ψ-функция; в различных вариантах аксиоматического подхода к теории поля – S-матрица Гейзенберга либо ненаблюдаемое квантовое поле либо совокупность всех физических величин. Вариантов много, но как, спрашивается, реально осуществить выбор таких исходных величин, которые бы в полной мере соответствовали требованиям и предназначению современной ФФТ? Это очень непростая задача, выходящая во всех случаях за рамки самой физической теории. Чтобы понять, как будет решаться этот ключевой вопрос в концепции ЛМФ, следует вначале разобраться с окружением фундаментальной физической теории, которое удобно представить с помощью традиционного образа дерева [Аракелян 1992, 11–12]:

атмосфера – философия

почва – методология

корни – логика (Л)

ствол – чистая математика (М)

ветви – фундаментальная физика (Ф)

крона – остальная физика

плоды – приложения физики в науке и технике

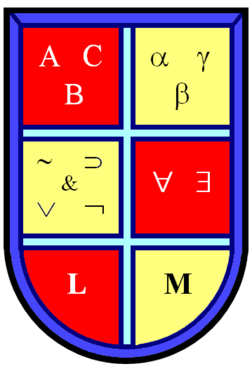
Уточним, что приложений физики касаться не будем. Философские, гносеологические, методологические вопросы наряду со многими физическими, математическими и логическими проблемами подробно обсуждаются в монографиях [Аракелян 1979; 1981; 1989; 1997; 2007*a*; Arakelian 2010] и в ряде публикаций, среди которых выделим работы [Аракелян 1984; 1992; 1994; 2009; Arakelian 1993; 1995], статьи [Аракелян[1;2]] на сайте Академии тринитаризма, а самое полное, завершённое представление теории ЛМФ можно найти в капитальной монографии "Фундаментальная теория ЛМФ".

Концепция ЛМФ – единство логики, математики и физики

Данная схема дерева призвана наглядно показать, что согласно предлагаемой концепции фундаментальная физическая теория вырастает поддерживаемая математическим стволом из чистой математики, корнями уходящей в логику. Таким образом, речь идёт о математике и логике (а не только математике) как не просто о языке физической теории, методе, средстве описания физической реальности и т. п., а об их единстве в более сильном смысле, о целостной системе со строгими естественными связями между отдельными её частями. *Единство логики*, *математики* и *физики*, точнее, оснований фундаментальной физической теории, понимаемой как теория фундаментальных физических величин, отражено и в самом названии. Словом, **ЛМФ задумана как базисная теория физического мира**, общая теория всех физических теорий, взращенная на почве математической логики и чистой математики. При этом каждая из трёх частей системы ЛМФ, особенно первая (Л) и в меньшей мере вторая (М), представляет собой относительно самостоятельные конструкции, подчинённые вместе с тем единству общего замысла, так что каждая последующая ступень восхождения покоится на предыдущей, задающей в определённой степени её структуру и основные параметры. В конструктивном плане главная цель исследования состоит в нахождении и использовании той "пуповины", которая помогает выявлению основных характеристик фундаментальной физической теории, соединяя ядро, сердцевину физической теории с её логико-математической основой. Другими словами, *нужна такая логика и нужна такая основанная на ней математика, естественное продолжение которых приведёт к переходу от выделенных математических величин к фундаментальным физическим величинам, к основным физическим принципам и законам*.

Наиболее рациональный, строгий и логически надёжный способ представления естественнонаучной теории состоит в её аксиоматизации. Аксиоматический метод, прекрасно себя зарекомендовавший в логике и математике, хотя в последнем случае возможности его, как выяснилось (К. Гёдель), не беспредельны, имеет однако ограниченную сферу применения в других областях науки, в том числе в физике. Вообще этот метод больше подходит для упорядочения уже устоявшейся теории и менее пригоден для представления новой теории, ещё не устоявшейся, формирующейся, а следовательно не доведенной ещё до той кондиции, когда можно уже наводить аксиоматический глянец. Принимая это во внимание, мы ограничили строгое применение аксиоматического метода системой **AG**, составляющей первые две части формализма теории ЛМФ и включающей известные разделы формальной логики и менее известную математическую аксиоматику.

Глава 1. Логика и формальная математика



И*менно в логике, притом математической, можно видеть корни математики, во всяком случае формализованной. Это значит, что если исходить из существующих стандартов строгости, то формально-аксиоматическое построение такой базисной теории математики как арифметика должно начинаться с логических атомов – высказываний и других базисных логических элементов, образующих исчисление высказываний, на котором строится исчисление предикатов с исходным понятием предиката, или логической функции. Только после этого к построенному подобным образом логико-дедуктивному формализму добавляется та или иная система математических аксиом с новыми элементами, интерпретируемая на том или ином множестве объектов, не обязательно числовой природы. Выбор адекватной логико-математической основы фундаментальной физической теории ЛМФ, призванной обеспечить единство трёх частей системы, практически безальтернативен относительно формальной логики. Дело в том, что классическое исчисление предикатов (без равенства), включающее исчисление высказываний в качестве составной части, может служить при соответствующих модификациях формальной основой множества самых различных математических систем и вполне подходит для наших целей. Такая особенность свидетельствует об универсальности логики, которая в исчислении предикатов предстаёт в виде математизированной системы, предшествующей системам чистой математики.*

П*омимо необходимости представить логику и математику в формальном единстве мы крайне заинтересованы в получении исчерпывающего набора основных, исходных компонентов всей системы, в связи с чем стоит непростая проблема выбора системы математических аксиом. Для решения этого важнейшего для всего построения вопроса требуется критическое рассмотрение тысячелетней концепции первичности натуральных чисел, выступающей сегодня под знаменем аксиоматических систем арифметики натуральных чисел типа известной системы* **N**. *Всесторонний анализ ситуации выявляет полную непригодность данной концепции для решения поставленной задачи. Единственно приемлемой альтернативой является формализм универсальной математики, имеющий наряду с прочими интерпретацию на множестве всех действительных и комплексных чисел, включая, что особенно важно, нуль. В конечном счёте* ***восемнадцать логических постулатов*** $\mathbf{L}_1 – \mathbf{L}_{18}$, *состоящих из пятнадцати аксиомных схем и трёх правил вывода, и* ***семь математических аксиом*** $\mathbf{M}_1 – \mathbf{M}_7$ *вместе с неотрывными от них* ***основными понятиями*** *и* ***исходными элементами*** *образуют* ***аксиоматическую, логико-математическую основу теории ЛМФ****. Эта формальная система, обычно обозначаемая* **AG**, *представляет собой первые две части всей системы, необходимые и достаточные для всех дальнейших построений.*

1.1. Основные элементы исчисления предикатов

Исходя из отмеченной выше безальтернативности выбора исчисления предикатов в качестве логико-математической основы фундаментальной физической теории и не вдаваясь в детали последовательно перечислим все основные элементы этой формальной системы, называемой также *логикой первого порядка*: логические и математические функции и переменные, операции, термы и формулы, индивидуальный объект нуль (подробнее см. Фундаментальная теория ЛМФ, Гл.1).

а) **Логическая** *пропозициональная функция*, или *предикат*, предельный случай которого есть *единичное высказывание*

Математические (числовые) функции:

б) *простые функции*, являющиеся в частности *постоянными величинами*, или просто *постоянными* (*константами*)

в) *сложные функции*, образуемые посредством *суперпозиции*

г) *функционалы*

д) *операторы*

Им соответствуют четыре потенциально бесконечных множества переменных:

1) *предметные (индивидные) переменные*
2) *предикатные* логические *переменные*
3) *числовые переменные*
4) операторные *функции-аргументы* математики

Понятия ***переменной*** и ***функции*** естественным образом объединяются в фундаментальном понятии ***величины***. Принимая во внимание имеющиеся возможности, необходимо различать два типа величин, при этом ***постоянные*** (***константы***) будут частным случаем ***переменных*** величин. Следует заметить, что понятие величины, привычное для физики и считающееся одним из основных в математике, см. **[**Колмогоров**]**, редко встречается в логике. Можно, однако, думать, что это всего лишь чисто лингвистическая, так сказать, дискриминация, обусловленная исторически сложившейся и достаточно устойчивой традицией употребления тех или иных терминов и понятий. Основополагающая для данной работы идея единства трёх фундаментальных областей знания и приведённый выше способ определения логических и математических переменных и функций даёт полное право говорить в частности о высказываниях и предикатах как о ***логических величинах***, к тому же первичных в определённом смысле по отношению к остальным величинам.

Следующий шаг состоит в выделении первичных операций, или операторов. В формализме системы ЛМФ их в общей сложности десять: пропозициональные связки $\sim$, $\supset$, $\&$, $\vee$, $\neg$, называемые также связками исчисления высказываний, или логическими знаками, кванторы всеобщности $\forall$ и существования $\exists$ (перевернутые заглавные буквы английских слов **A**ll и **E**xist), математические операции $=$, $+$, $-$. Все операторы снабжены рангом. По убыванию ранга слева направо (ранги операторов $+$ и $-$ могут, впрочем, считаться и одинаковыми, тогда порядок следования для них безразличен) операторы располагаются в порядке

$$\sim \quad \supset \quad \& \quad \vee \quad \neg \quad \forall \quad \exists \quad = \quad + \quad -$$

Оператор более высокого ранга имеет бóльшую область действия, а значит, чем ниже ранг оператора, тем сильнее он связывает переменную. Это позволяет обходиться минимальным количеством скобок при написании логико-математических выражений, а во многих случаях можно вообще обойтись без скобок.

Будучи элементами предметного языка – языка логико-математического формализма, операторы определяются неявно посредством постулатов, в которых они в буквальном смысле слова фигурируют. Будучи же объектами рассмотрения метаязыка – языка, на котором исследуется формальная система, они, в предположении двузначности логических функций (истина либо ложь), определяются явно – посредством так называемых таблиц истинности. К ним мы вернёмся позже, а пока наряду с названиями операций приведём далеко не полный список тех выражений естественного языка, которые с большей или меньшей точностью передают смысл этих символов; если посмотреть с другой стороны, это список выражений, относительно точной формализацией которых являются логико-математические операции.

Таблица 1.1

Исходные логико-математические операции и соответствующие выражения

Операция	**Символ**	**Соответствующее выражение**
Эквивалентность	~	эквивалентно; тогда и только тогда; равносильно; равнозначно; принимает одни и те же значения
Импликация	$\supset$	влечет; если ..., то; только если
Конъюнкция	&	и; как ..., так и; вместе с
Дизъюнкция	$\vee$	или; ... или ... или оба; и/или
Отрицание	$\neg$	не; неверно, что; не имеет места
Квантор всеобщности	$\forall$	для любого; для всех; каждый; всякий; все без исключения
Квантор существования	$\exists$	для некоторых; существует; есть такой ..., что
Равенство	=	равно; одно и то же; одинаково
Сложение	+	сложить; прибавить; суммировать; плюс
Вычитание	–	вычесть; отнять; минус

Имея в своем распоряжении алфавит системы ЛМФ (нуждающийся ещё в уточнении), можно приступить к рассмотрению правильно построенных выражений формальной системы, называемых термами и формулами. Аналогами терма в грамматике естественного языка являются “слово”, “подлежащее”, “дополнение”, аналогами формулы – “предложение”, а также “суждение. Задача состоит в том, чтобы правильно построенные последовательности логических и математических символов уметь отличать от неправильно построенных, а слова формального языка (термы) от предложений – формул.

Определение терма

1 Все логические предметные переменные, все математические числовые переменные и функции-аргументы суть термы

2 Все простые и сложные математические функции, все постоянные и все функционалы суть термы

3 Если $\hat{\mathbf{A}}$ оператор, а F функция, то $\hat{\mathbf{A}}$F – терм

4 0 есть терм

5 Если p терм, то –p также есть терм

6 Если p и q термы, то p + q, p – q также суть термы

7 Других термов, помимо определённых в 1–6, нет

Определение формулы

1 Все высказывания (нульместные предикаты) суть формулы

2 Все предикаты $P(x_1, ..., x_n)$ и все предикатные переменные суть формулы

3 Если p и q термы, то p = q есть формула

4 Если A и B формулы, то A ~ B, A $\supset$ B, A & B, A $\vee$ B, $\neg$A также формулы

5 Если A формула, а x переменная, то $\forall$x A и $\exists$x A суть формулы

6 Других формул, помимо определённых в 1–5, нет

Все ранее выделенные логические и математические переменные и функции охвачены этими определениями и все десять первичных операций использованы в правилах построения (правилах образования) новых термов и формул. Любая конечная последовательность выделенных графических знаков, полученная применением этих правил, даёт правильно построенные термы и формулы системы. Два различных терма это всегда две несовпадающие правильно построенные комбинации символов, которые тем не менее могут содержательно обозначать один и тот же объект, например определённое число. Аналогично обстоит дело с формулами. Обратим также внимание на принципиальное отличие математических операций сложения и вычитания от равенства: применяя к термам p и q операции + и –, получаем лишь новые термы –p, –q, p + q, p – q, в то время как применение операции = даёт математическую формулу p = q. Далее, определения терма и формулы фиксируют существенное отличие логических функций от математических: высказывания и предикаты являются формулами, а все математические функции, функционалы и операторные выражения типа $\hat{\mathbf{A}}f(x_1, \ldots, x_n)$ – термами. Поэтому логические операции применяются только к формулам, приводя к другим формулам, а математические операции применяются только к термам, образуя либо новые термы либо формулы.

Классический, традиционный вариант исчисления с двузначной логической функцией, предопределяет во многом характер логических постулатов, к обсуждению которых мы подошли вплотную. Но прежде следует ещё раз обратиться к основополагающему понятию величины, уже с учётом последних двух определений. В отличие от терма и формулы, трудно даже в грубом приближении подобрать подходящие аналоги в естественном языке для научной категории *величина*, объединяющей множество разнородных на первый взгляд конструктов логики, математики и физики. Если всё же попытаться провести сравнение с единицами естественного языка, окажется, что величина может быть и буквой алфавита и словом и предложением и соответствующим образом организованным набором букв или слов или предложений, причём величина-буква может обозначать и отдельное слово и даже предложение. К тому же для таких величин как функции и операторы едва ли удастся подобрать достаточно близкий по строению и назначению аналог естественного языка. Величина является основным понятием теории ЛМФ, стержнем, пронизывающим всю структуру теории снизу доверху, от логических атомов до физических постоянных, от исходных переменных логики до матриц и тензоров. И уже сейчас можно говорить о триединой теории как о теории связей (в широком смысле слова) между логическими, математическими и физическими величинами.

1.2. Логические постулаты системы ЛМФ

Ограничимся, как и выше, лишь краткими сведениями и комментариями. Изложение и представление аксиом и правил вывода (преобразования) логического исчисления в капитальных работах **[**Гильберт, Бернайс 1982, 96, 142; Клини 1973, 467; Новиков, 72–73, 192–193**]**, см. также **[**Драгалин, 578**]**, хотя и несколько различается, но в принципе не столь существенно, и мы ориентируемся на работу **[**Клини 1973**]**, придерживаясь по преимуществу используемой в ней символики и терминологии.

Простейшие логические функции – высказывания в классическом исчислении предикатов – могут принимать лишь два значения, которые обозначим через И (истина) и Л (ложь). Значениям И и Л формулы А соответствуют значения Л и И формулы $\neg$А, то есть $\neg$А истинно только тогда, когда А ложно, и ложно только тогда, когда А истинно. Такова вполне естественная интерпретация истинностной формулы $\neg$А в теории моделей двузначной формальной логики. Истинностная таблица остальных пропозициональных функций, однозначно определяющая символы ~, $\supset$, &, $\vee$, выглядит следующим образом:

Таблица 1.2
Истинностная таблица пропозициональных функций

А	В	А ~ В	А $\supset$ В	А & В	А $\vee$ В
И	И	И	И	И	И
И	Л	Л	Л	Л	И
Л	И	Л	И	Л	И
Л	Л	И	И	Л	Л

Отсюда видно, что эквивалентность А ~ В истинна только тогда, когда А и В оба либо истинны либо ложны; импликация А $\supset$ В ложна только тогда, когда А истинно, а В ложно; конъюнкция А & В истинна только в случае истинности и А, и В; дизъюнкция А $\vee$ В ложна тогда, когда А и В оба ложны и истинна в остальных случаях. Если теперь логические *атомы* А и В соединить импликацией и дизъюнкцией в логическую формулу А $\supset$ А $\vee$ В и составить таблицу истинностных значений последней, то легко убедиться, что независимо от значений подформул А и В составная формула истинна во всех случаях. Формула, являющаяся истинной при произвольном распределении истинностных значений подформул А, В, С,..., это по существу тавтология; такие формулы называют тождественно истинными, или общезначимыми. Сходные рассуждения применимы к формулам, содержащим предикаты и кванторы. Совершенно очевидно, что именно из множества тождественно истинных формул должны выбираться логические аксиомы, точнее схемы аксиом, которые конкретными аксиомами становятся тогда, когда вместо произвольных А, В, С подставляются конкретные формулы. Пятнадцать аксиомных схем вместе с тремя правилами вывода (правилами преобразования) образуют в совокупности систему постулатов классического исчисления предикатов, см. **[**Клини 1973, 467**]**, одновременно являющихся логическими постулатами системы ЛМФ.

$\mathbf{L}_1$ А $\supset$ (В $\supset$ А)

$\mathbf{L}_2$ (А $\supset$ В) $\supset$ ((А $\supset$ (В $\supset$ С)) $\supset$ (А $\supset$ С))

$\mathbf{L}_3$ $\dfrac{A,\ A \supset B}{B}$ *modus ponens*, или $\supset$-правило

$\mathbf{L}_4$ $A \supset (B \supset A \,\&\, B)$

$\mathbf{L}_5$ $A \,\&\, B \supset A$

$\mathbf{L}_6$ $A \,\&\, B \supset B$

$\mathbf{L}_7$ $A \supset A \vee B$

$\mathbf{L}_8$ $B \supset A \vee B$

$\mathbf{L}_9$ $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C))$

$\mathbf{L}_{10}$ $(A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A)$

$\mathbf{L}_{11}$ $\neg\neg A \supset A$

$\mathbf{L}_{12}$ $(A \supset B) \supset ((B \supset A) \supset (A \sim B))$

$\mathbf{L}_{13}$ $(A \sim B) \supset (A \supset B)$

$\mathbf{L}_{14}$ $(A \sim B) \supset (B \supset A)$

$\mathbf{L}_{15}$ $\forall x\, A(x) \supset A(r)$ $\forall$-схема

$\mathbf{L}_{16}$ $A(r) \supset \exists x\, A(x)$ $\exists$-схема

$\mathbf{L}_{17}$ $\dfrac{C \supset A(x)}{C \supset \forall x\, A(x)}$ $\forall$-правило

$\mathbf{L}_{18}$ $\dfrac{A(x) \supset C}{\exists(x)\, A(x) \supset C}$ $\exists$-правило

Первые четырнадцать постулатов, взятые в отдельности, образуют аксиоматику исчисления высказываниий, добавление же четырёх постулатов $\mathbf{L}_{15}$–$\mathbf{L}_{18}$ приводит к исчислению предикатов. Существуют и многие другие аксиоматические системы классического исчисления предикатов, но все они формально эквивалентны и в принципе равноправны. Можно по идее брать любую из них, а тот или иной выбор диктуется главным образом утилитарными соображениями. Общезначимость всех аксиомных схем доказывается методами теории моделей или более тонкими методами теории доказательств, см. **[**Гильберт, Бернайс 1982; 1982*a*; Клини 1957; 1973; Чёрч; Новиков**]**.

1.3. Почему математика не может начаться с единицы

Первую – преимущественно логическую, но включающую в себя и исходные понятия формальной математики – часть программы по построению логико-математического исчисления теории ЛМФ можно считать выполненной. Разобравшись с логическими корнями, подумаем над тем, каким должен быть математический ствол системы ЛМФ. Это один из решающих моментов построения, усложняемый существованием десятков математических аксиоматик, основанных на логическом исчислении предикатов. Перед нами стоит задача отыскать, образно говоря, среди целого леса стволов с одинаковыми почти корнями ствол того уникального дерева, о котором было заявлено во введении, не зная при этом, существует ли оно на самом деле. Решение вопроса, какая нам *нужна* система математических аксиом, значительно облегчится, если удастся выяснить, какая система аксиом здесь заведомо *не подходит* и *почему*. В частности выяснить, почему математика не может начаться с единицы, то есть почему неприемлемы, для наших по крайней мере целей, формальные системы арифметики натуральных чисел.

Тысячелетиями в математике всё вращалось вокруг натуральных чисел. Они – необходимый элемент счёта, понятие натурального числа всегда казалось настолько привычным, простым, изначальным и незаменимым, что долгое время не возникало потребности в его определении посредством других понятий. Однако не случайно, что все попытки обоснования математики сведением её к арифметике натурального ряда оказались безуспешными. Сама идея первичности натуральных чисел должна быть отвергнута по принципиальным соображениям, излагаемым ниже.

1. **Н**атуральный ряд обычно начинают с единицы, но последняя, несмотря на свою кажущуюся элементарность при более глубоком рассмотрении оказывается в теории чисел и анализе отнюдь не простым, а наоборот, весьма сложным математическим объектом. Можно, конечно, начинать с 2 или 3 или даже, как это иногда делают, с 4, считая именно двойку (тройку, четверку) первым натуральным числом, однако наша математическая интуиция восстает против этого: ряд, начинающийся не с нуля и даже не с единицы, выглядит

надуманно и не очень привлекательно. Хуже всего то, что единицу так или иначе ввести надо, как и нуль, который всегда почему-то очень плохо вписывается в идею изначальности натурального ряда.

2. **К**онцепция, основанная на идее первичности натуральных чисел по отношению ко всем остальным математическим объектам, вынуждена для построения всех чисел – действительных и комплексных – прибегать к искусственным приемам. В частности, отрицательные целые числа $-1, -2, -3, \ldots$ так же как нуль, не могут быть получены из натуральных чисел без дополнительных допущений. Наверное не случайно, что отрицательные числа лишь в XIII веке были завезены Леонардо Пизанским (Фибоначчи) в Европу с Востока, где они также появились позже дробных чисел и тоже далеко не сразу – вначале в Древнем Китае, с VII века в Индии. Нельзя упрощенно представлять себе дело так, что из понятия натурального числа логически вытекает понятие отрицательного натурального ряда $-1, -2, -3, \ldots$ Для введения последних необходим какой-то новый принцип, допустим, делающий возможным установление взаимно-однозначного соответствия между теми и другими. Здесь существенно, что новые объекты вроде отрицательных чисел и нуля не строятся из натуральных, а фактически определённым образом вводятся в дополнение к ним.

Между тем основная цель любой концепции, стремящейся к унификации математики путём выявления её первоосновы, остаётся всё той же: из минимального базиса исходных математических объектов и правил оперирования ими построить все остальные объекты – здесь это множество всех чисел, – не выходя за пределы первоначально выбранного базиса. Конечно, в данном случае в исходный базис с самого начала могут быть включены и такие объекты как бесконечный ряд отрицательных чисел вместе с нулем, раз уж процесс их получения нарушает указанное условие. Расширенный подобным образом базис оказывается достаточным для того чтобы уже без помех построить множество всех действительных чисел. Но, во-первых, это уже *не* натуральный базис, во-вторых, он слишком громоздок, а главное, всё равно не способен решить некоторые очень важные вопросы.

3. **С**реди них проблема комплексных чисел. Мнимая единица обычно определяется равенствами

$$\mathrm{i} = \sqrt{-1} \quad \text{или} \quad \mathrm{i}^2 = -1$$

а множество комплексных чисел как множество чисел типа $x + \mathrm{i}y$, где x и y произвольные действительные числа. Не говоря уж об искусственности подобного определения чрезвычайно важной для современной математики величины, которое в сущности является лишь свойством числа i, взятым за неимением лучшего в качестве его определения, есть и нечто другое. Совершенно непонятно, почему например мнимая единица в своей же степени равна $\mathrm{e}^{-\pi/2}$:

$$\mathrm{i}^{\mathrm{i}} \equiv (\sqrt{-1})^{\sqrt{-1}} = \mathrm{e}^{-\frac{\pi}{2}}$$

В рамках обсуждаемой концепции такое соотношение выглядит загадочным. Действительно, почему это корень квадратный из минус единицы в своей же степени, то есть очень простая комбинация минус единицы и двойки, каким-то непостижимым образом даёт комбинацию чисел e, π, 2, кстати, в десятичной записи равную 0,20787 95763…? Это соотношение, получаемое в теории функций комплексного переменного, не поддаётся никакому рациональному осмыслению в пределах концепции первичности натуральных чисел. Даже самая сильная математическая интуиция натурального ряда не в состоянии её предсказать или “переварить”.

Не менее загадочным выглядит простой пример извлечения корня степени n из единицы. Уравнение

$$x = \sqrt[n]{1}$$

в правой части которого нет ничего кроме натуральных чисел, имеет n корней

$$x_k = \mathrm{e}^{2k\pi\mathrm{i}/n} \quad (k = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$$

из которых лишь один (при $k = 0$) является действительным, а все остальные корни – комплексные.

4. **С**овременную математику невозможно представить без таких величин как константы e и π, между тем они не находят себе никакого разумного объяснения в рамках обсуждаемой концепции, хотя и могут выражаться через натуральные числа с помощью бесконечных рядов и произведений. Притом во многих случаях появление этих констант, в частности при решении различных задач, весьма неожиданно и едва ли предсказуемо, хотя и строго доказано.

Можно привести множество впечатляющих примеров, показывающих совершенно особую роль в математике таких величин как π и e. Непонятно, почему среди бесконечного множества трансцендентных, иррациональных чисел явно выделяется среди остальных небольшая группа фундаментальных констант, появляющихся во всех сферах математики. включая такое исконное “владение” натурального ряда как теория простых чисел. Между тем в концепции, первооснову которой составляет натуральный ряд, числа типа π и e выступают как вторичные по отношению к натуральным числам конструкты, определённым образом из них построенные. Объяснение универсальной значимости и уникальности ФМК входит в прямые обязанности данной концепции, является её внутренней задачей. Иначе она не методология, не философия и вообще никому не нужна, особенно если учесть те порой очень строгие ограничения, которые налагаются на применимость тех или иных математических понятий и средств во имя доказательства тезиса об исконности натурального ряда. Однако жёсткая числовая демократия натурального ряда не в состоянии объяснить появление чисел-аристократов, притом чуждой природы, не подчиняющихся действующим канонам. Здесь не видно никакого подхода: числа π и e, мнимая единица i и другие, менее значительные константы это как бы пришельцы из другого математического мира, необъяснимые феномены в математической и философской доктрине изначальности натуральных чисел.

Подводя итог сказанному, прежде всего констатируем, что великая тысячелетняя идея, превратившись в какой-то момент в стойкий, нерушимый догмат, а впоследствии – в тормозящий развитие предрассудок, пыталась захватить всю сферу чистой математики, а также математического естествознания. Достичь конечной цели или хотя бы приблизиться к ней ни в том ни в другом случае не удалось. Ни огромная практическая польза, ни авторитет многочисленной и блистательной плеяды мыслителей разных эпох, являющихся предвестниками современной доктрины исключительности и изначальности натуральных чисел, ни какие-либо другие факторы не в состоянии компенсировать её полное бессилие в решении проблем, касающихся оснований математики и математического естествознания. Бессилие, порожденное многими *не*. Математика, даже формальная,

не сводится к системам арифметики натуральных чисел,

натуральные числа включая 1 вопреки ожиданию при ближайшем рассмотрении оказываются ***не*** простыми математическими объектами,

с помощью натуральных чисел можно построить множество всех положительных действительных чисел, но с отрицательными целыми числами справиться как следует уже ***не*** удаётся, тем более ***не*** справляется интуиция натурального ряда с числами мнимыми, комплексными и математическими константами типа e и π,

сложные проблемы теории простых чисел посредством натуральных чисел или функций натурального переменного, как правило, ***не*** решаются,

важнейшие физические величины типа ψ-функции ***не*** есть функции действительного переменного,

не являются таковыми и все специальные функции физической теории,

простейшие колебательные процессы выражаются посредством синуса и косинуса, а ***не*** через функции действительного переменного,

выделенные физические числа – безразмерные физические постоянные (исключая, естественно, такие величины как размерность пространства-времени или общее количество истинно фундаментальных частиц) – натуральными числами или же комбинациями натуральных чисел ***не*** являются.

В принципе вполне можно ограничиться одним-единственным *не*:

система арифметики натуральных чисел неполноценна в том смысле, что ***не*** содержит в себе все те первичные элементы, которые необходимы для построения остальных объектов математики.

Между тем это первейшее, важнейшее требование, которое мы обязаны предъявить к аксиоматической системе, призванной выявить и сохранить единство логики, математики и физики. Прибегая опять к образу дерева, можно сказать, что толстые, тяжелые ветви физической теории не могут держаться на тонком, хилом стволе арифметики натуральных чисел, а если смотреть дальше, то и любой формальной системы с ограниченной предметной областью и ограниченными возможностями. Это рассуждение непосредственно наводит на мысль, что могучим ветвям фундаментальной физики a priori непременно нужен могучий математический ствол; иначе говоря, переход от уже представленной универсальной логики к ещё неизвестной фундаментальной физике можно осуществить лишь посредством универсальной математики. Всё это не игра слов, а единственный, на наш взгляд, modus vivendi триединой системы ЛМФ, который мы и примем пока на веру в качестве рабочей гипотезы.

1.4. Формальные системы G и AG

Искомая формальная система хотя и не так популярна как формальные системы арифметики натуральных чисел, обычно обозначаемые символом **N**, но тоже известна и в первом приближении обозначается символом **G** **[**Клини 1973, 259–263**]**. Её исходные элементы мы уже фактически рассматривали, остаётся только внести некоторые уточнения и перейти к аксиомам. Система **G** содержит следующие формальные символы:

$$\sim \ \supset \ \& \ \vee \ \neg \ \forall \ \exists \ = \ + \ - \ 0 \ a \ b \ c \ \ldots \ x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma \ \ldots \ \chi \ \psi \ \omega \ (\ ) \ |$$

Это семь логических и три математические операции, расположенные как и раньше в порядке убывающего слева направо ранга, индивидуальный объект 0 (нуль), 26 курсивных букв латинского и 24 строчные буквы греческого алфавита, левая и правая скобки, наконец символ $_|$, снабжая которым переменные a, b, c, …, можно получить потенциально бесконечное множество новых переменных

$$a_{|}\ \ a_{||}\ \ a_{|||}\ \ a_{||||}\ ...\ b_{|}\ \ b_{||}\ \ b_{|||}\ ...$$

а строчные греческие буквы используются для обозначения только функций. Собственно говоря, все символы предметного языка с их содержательным смыслом за исключением $_|$ знакомы нам из рассмотрения логико-математических функций, переменных и операций. Хотя по идее можно сильно сократить общее количество символов, исключив, например, из списка все греческие буквы, нам всё же удобно их сохранить, и таким образом язык-объект, или предметный язык содержит в общей сложности 64 формальных символа, составляющих его алфавит. Всё остальное в этом тексте, в том числе знаки препинания, слова естественного языка, сокращения типа $\equiv$, $\approx$, ψ, $\neq$, $<$, $>$, $\lim$, Σ соответствующих логико-математических выражений и т. д., относится к метаязыку – языку, посредством которого исследуется предметный язык. Заметим также, чтобы больше к этому не возвращаться, что переменные предметного языка строятся с помощью курсивных латинских букв и черточек, а переменные метаязыка – прямых латинских букв и числовых индексов. Например, символы a_1, b_2, c_4, x_5 являются метаязыковыми обозначениями соответственно предметных переменных $a_{|}$, $b_{||}$, $c_{||||}$, $x_{|||||}$, обеспечивающими по необходимости более компактную и удобную запись формальных выражений. Если функция одной переменной $f(x)$ целиком построена из четырёх символов предметного языка, а в выражении $f(x,\ y)$ для функции двух переменных метаязыковым символом является только запятая, то в выражении $f(\mathrm{x}_1,\ …,\ \mathrm{x}_n)$ для функции многих переменных к метаязыку относятся уже все символы внутри скобок.

Определения терма и формулы даны выше. Напомним, что если под переменными a, b, c, ..., x, y, z понимать числа (неважно пока, какие), то термами являются нуль, все переменные и постоянные числа, числовые функции включая сложные функции, функционалы, операторные выражения, а также любые последовательности перечисленных термов, образованные с помощью операций + и – по правилам $-p$, $p + q$, $p - q$. Формулами являются равенства типа $p = q$ для термов p и q, а также выражения для формул, образованные посредством пропозициональных связок и кванторов.

Система **G**, посредством которой осуществляется переход к формальной математике, содержит следующие шесть аксиом:

$\mathbf{M}_1$ $\quad a = b \supset (a = c \supset b = c)$

$\mathbf{M}_2$ $\quad a = b \supset a + c = b + c$

$\mathbf{M}_3$ $\quad a = b \supset c + a = c + b$

$\mathbf{M}_4$ $\quad (a + b) + c = a + (b + c)$

$\mathbf{M}_5$ $\quad a + 0 = a$

$\mathbf{M}_6$ $\quad a - a = 0$

Содержательный смысл аксиом достаточно ясен. Аксиомы $\mathbf{M}_1$–$\mathbf{M}_4$ фиксируют свойства равенства и сложения, $\mathbf{M}_5$ – уникальное свойство нуля, состоящее в том, что прибавление нуля к любому a не меняет a, $\mathbf{M}_6$ вводит операцию "–" и объект $-a$, противоположный a в смысле равенства их суммы нулю. Таким образом, восемнадцать постулатов $\mathbf{L}_1$–$\mathbf{L}_{18}$ исчисления предикатов вместе с шестью математическими аксиомами для операций равенства, сложения, вычитания объектов a, b, c и нуля образуют логико-математическую аксиоматику системы **G**.

Но в чём, спрашивается, преимущество системы **G** перед другими формальными системами и что следует понимать под бесконечным множеством объектов a, b, c, ...? В отличие от систем типа **N**, имеющих единственную интерпретацию на множестве натуральных чисел, формальная система **G** допускает большое количество интерпретаций как числовой, так и нечисловой, теоретико-групповой (отсюда, кстати, и само обозначение системы – от слова **g**roup) природы. Что же касается представляющих для нас особый интерес числовых интерпретаций системы **G**, то множествами объектов a, b, c, ... могут быть:

а) все целые числа

б) все рациональные

в) все действительные числа

г) все комплексные числа

Если в аксиомах $\mathbf{M}_1$–$\mathbf{M}_6$ символы +, –, 0 заменить соответственно через символы $\cdot$, $^{-1}$, 1 или, что в принципе то же самое, толковать + как умножение, $-a$ как обозначение обратного a элемента, то есть деления единицы на a, 0 как единицу, то бесконечными множествами объектов системы **G** могут быть:

д) положительные рациональные числа

е) рациональные числа, не равные нулю

ж) положительные действительные числа

з) действительные числа, отличные от нуля

и) множество *не равных нулю* комплексных чисел

Содержательных интерпретаций, как видим, много, но главное здесь не их количество и многообразие, а то, что среди этого многообразия есть интерпретация (г) на множестве всех комплексных чисел, то есть на множестве всех чисел, если учесть, что действительные числа, частным случаем которых являются натуральные, есть частный случай комплексных чисел. Отметим, что система аксиом $\mathbf{M}_1$–$\mathbf{M}_6$ с операциями $\cdot$, $^{-1}$ и индивидуальным объектом 1 (в их обычных значениях) имеет интерпретацию (и) на множестве всех комплексных чисел, но только без нуля. А пытаться строить подобную систему без нуля несерьёзно, поскольку это совершенно уникальная и незаменимая математическая величина, фундаментальная математическая константа. Потребность в ней настолько велика, что даже в системе аксиом Пеано и других формальных системах типа **N** нуль добавляется к натуральному ряду, причём довольно искусственно, обычно в качестве некоего генератора натуральных чисел, и кроме того всегда фигурирует в аксиомной схеме полной индукции.

Как бы то ни было, поскольку мы добиваемся формальной системы, имеющей в виду всё без исключения множество чисел, то выбор однозначно падает на операции сложения, вычитания и константу 0, а не на умножение, деление и 1. Кроме того, есть прямой резон включить в список аксиом системы коммутативный закон для сложения, что облегчит предстоящие построения и избавит от лишних хлопот. Спектр возможных приложений системы пострадает от этого не слишком сильно: останутся коммутативные (абелевы) группы и все перечисленные числовые множества включая континуум. Таким образом, обозначаемая обычно через **AG** окончательная система математических аксиом включает в себя и аксиому

$\mathbf{M}_7 \quad a + b = b + a$

в чём состоит единственное её формальное отличие от системы **G**.

Можно, следовательно, утверждать, что на универсальном логическом основании строится достаточно универсальная логико-математическая система, аксиоматически определяющая математическое число вообще, континуум всех чисел без каких-либо упущений и лакун. Важно также, что наряду со множеством исходных объектов система **AG** задает полный набор первичных логических и математических операций, через которые по идее могут быть выражены все остальные. На этом пути нас ждут интересные результаты, в частности при попытке получения провалившихся только что в конкурсе на роль исходных элементов системы ЛМФ операций умножения, деления и единицы.

Резюмируя содержание данной главы, прежде всего отметим, что с добавлением аксиомы $\mathbf{M}_7$ завершено построение логико-математического исчисления **AG**, представляющего собой начальные две части пятичленного формализма теории ЛМФ. Теперь уже можно полагать, что имеются в наличии все первичные понятия, правила, операции, постулаты и аксиомы, необходимые и достаточные для построения всей формальной структуры теории ЛМФ. Уверенность в этом, если, конечно, не обращаться к результатам, которые ещё предстоит получить, зиждется на двух основаниях. Во-первых, сама основополагающая для всей теории идея триединства логики, математики и физики, согласно которой ФФТ подобно отходящим от ствола дерева ветвям является продолжением формальной математики, которая в свою очередь как бы вырастает из корней (математической) логики. Второе, весьма существенное, можно даже сказать, ключевое для всей работы основание состоит в том, что поставленная задача разрешима лишь в рамках формализма, охватывающего всю числовую математику, множество всех чисел без каких либо ограничений и изъятий. Именно такова логико-математическая система **AG**, имеющая интерпретации как нечисловой, в частности теоретико-групповой природы, так и на множестве всех комплексных, а следовательно и действительных чисел. Намечено, если внимательно присмотреться, и общее направление последующего построения. Нетрудно заметить, что в списке базисных компонентов нет ни одного математического объекта (числа) за исключением нуля; посредством семи аксиом **M** полностью, хотя и неявно, определено понятие математического числа, но конкретные числа как таковые пока отсутствуют. Не определены ещё единица и вторичные операции умножения и деления. Это важнейшая задача, которая в рамках системы **AG** должна быть решена уже на третьем этапе построения формализма теории как прямое, логически и онтологически необходимое продолжение первых двух этапов.

Литература

Аракелян Г.Б. *О доказательстве в математике (Методологический анализ)*. Ереван: Изд. АН, 1979
- *Фундаментальные безразмерные величины (Их роль и значение для методологии науки).* Ереван: Изд. АН, 1981
- *Физические числа в абсолютной системе* (на арм. яз.). В кн.: Методологический анализ научного познания. Ежегодник Арм. отд. филос. общества СССР, 1983. Ереван: Изд. АН, 1984, с. 34–41
- *Числа и величины в современной физике*. Ереван: Изд. АН, 1989
- *Числа и величины в современной физике*. Автореф. докт. дисс., С.-Петербург, 1992
- *О доминанте внутринаучной эволюции физического знания (Физические величины в эволюции физики)*. Synopsys, вып. 4. Ереван: Ноян тапан, 1994, с. 39–52
- *Основания физической теории*. Ереван: Давид, 1997
- Фундаментальная теория ЛМФ. Ереван, 2007
- От логических атомов к физическим законам. Ереван: “Лусабац”, 2007*а*
- *Об основаниях физической теории.* Вестник Российско-Армянского Университета (серия: гуманитарные и общественные науки). (7), №1, 2009, с. 20–34
- Число 24 в физической теории, 2008 (“24 как число природы” http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161597.htm; “24 − число природы” http://www.numbernautics.ru/content/category/4/25/62/; http://www.info-mica.com/blogs-science/newsnew-3784.html – лидер сайта по посещаемости)
- [1]Фундаментальные математические константы как начало всех чисел и новая ФМК http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161779.htm
- [2]Границы физического мира. Наибольшее число в природе http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161784.htm

Бергман П. *Единые теории поля*. УФН, 1980, т. 132, с. 177

Боголюбов Н.Н., Логунов А.А., Тодоров И.Т. *Основы аксиоматического подхода к квантовой теории поля*. М.: Наука, 1969

Введение в супергравитацию, под ред. С.Феррары и Дж. Тейлора. М.: Мир, 1985

Вейль Г. Гравитация и электричество. В кн.: Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979, с. 513–527

Гейзенберг В. *Введение в единую полевую теорию элементарных частиц*. М.: Мир, 1968

Гильберт Д. *Основания физики*. В кн.: Альберт Эйнштейн и теория гравитации. М.: Мир, 1979, с. 133–145

Гильберт Д., Бернайс П. *Основания математики. Логические исчисления и формализация арифметики*. М.: Наука, 1982
- *Основания математики. Теория доказательств*. М.: Наука, 1982*а*

Драгалин А.Г. *Предикатов исчисление*. В кн.: Математическая энциклопедия, т. 4. М.: Сов. энцикл., 1984, с. 577–579

Калуца Т. *К проблеме единства физики*. Там же. М.: Мир, 1979, с. 529–534

Клини С. *Введение в метаматематику*. М.: ИЛ, 1957
- *Математическая логика*. М.: Мир, 1973

Колмогоров А.Н. *Величина*. В кн.: Математическая энциклопедия, т.1. М.: Сов. энциклопедия, 1977, с. 651–653

Новиков П.С. *Элементы математической логики*. М.: Наука, 1973

Уэст П. *Введение в суперсимметрию и супергравитацию*. М.: Мир, 1989

Фридман Д., Ньювенхёйзен П. ван. *Супергравитация и унификация законов физики*. УФН, 1979, т. 128, с. 69

Чёрч А. *Введение в математическую логику*, т. I. М.: ИЛ, 1961

Эйнштейн А. Собр. науч. трудов, т. II. М.: Наука, 1966

Arakelian H. *Fundamental Theory in Physics: Dream and Reality*. Synopsis, Yerevan, **2**, 80–94 (1993)
- *The New Fundamental Constant of Mathematics.* Pan-Armenian Scientific Rev., London, **3**, 18–21 (1995)
- LMP Fundamental Theory. Yerevan: Sarvard, 2010

Davies P.C.W. and **Brown J.R.** (Eds.). *Superstrings: A Theory of Everything?* Cambridge (Eng.): Cambridge Univ. Press, 1988

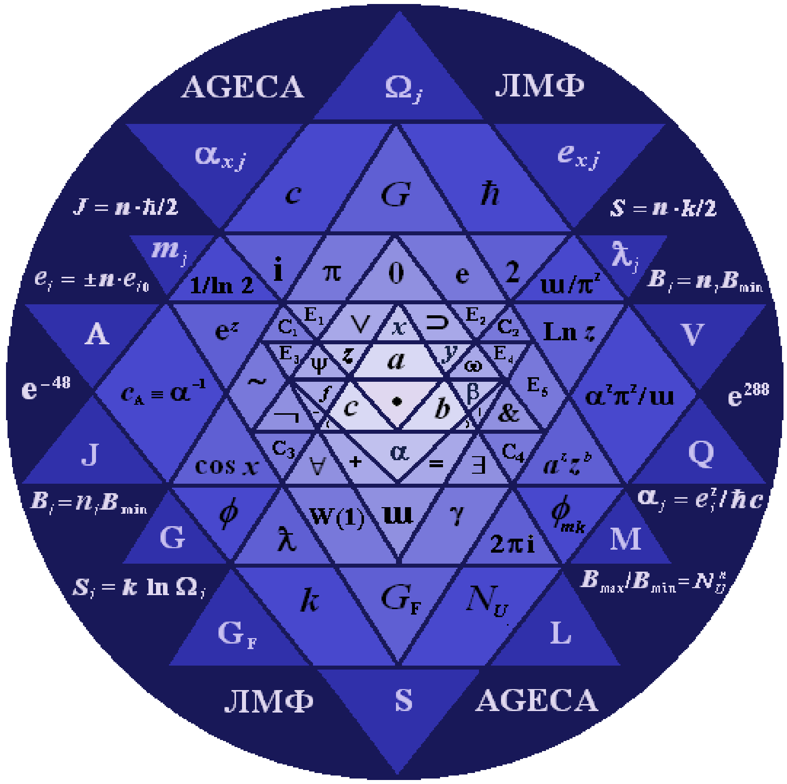
Eddington A.S. *Fundamental Theory*. Cambridge: Camb. Univ. Press, 1946

Green M.B., Schwarz J.H., and **Witten E.** *Superstring Theory*, v. 1: *Introduction*. Cambridge (Eng.): Camb. Univ. Press, 1987; Ibid. v. 2

Mie G. *Die Grundlagen einer Theorie der Materie*. Ann. Phys. **37**, 511–534 (1912); Ibid. **39**, 1–40 (1912); Ibid. **40**, 1–66 (1913)

Weinberg S. *Dreams of a Final Theory*. New York: Vintage Books, 1993

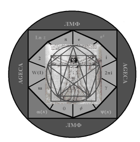
Wess J. and **Zumino B.** Nucl. Phys. **B 70**, 39 (1974)



Символ теории ЛМФ:
шри янтра со вписанными в неё основными элементами теории

Введение

⇧

Глава 1. ⇦  ⇨ **Глава 2.**

Логика и формальная математика — Физическая математика

⇩

Персональный сайт

E-mail: hrantara@gmail.com