Черняев А.Ф.

Основы русской геометрии

Москва 2004

ББК 87
ББК 22,632
УДК 524,8

Черняев А.Ф. Основы русской геометрии

В работе вводятся понятия *целого* и *отдельного* как доли *целого* и показано, что «*отдельное*» является базой возникновения математического качества, основой счисления. Проводится диалектический анализ математических понятий и делается вывод о том, что разделы математики в целом являются и качественными и количественными науками. Показано применение законов диалектики в математике и пространственной бесконечности как бесконечного – безначального. Отмечено, что ряды Фибоначчи вырождаются в геометрические прогрессии, которые обобщаются в класс русских матриц, являющихся основой теории физической размерности. Русские матрицы обладают высшей степенью гармонии и обусловливают степенную комбинаторику своих членов.

Изложены основы статико-динамической и физической (динамической) геометрии, приведена иерархия геометрий, включающая физическую геометрию, статико-динамическую и статическую геометрии. Статико-динамическая и физическая геометрии составляют русскую геометрию. Показана физическая и геометрическая сущность деления отрезка в крайнем и среднем отношении и инвариантные отношения статико-динамической геометрии. Определены скрытые фигуры золотого сечения в статико-динамической геометрии. Общий вывод: в природе наблюдаются только закономерности физической геометрии. Другие геометрии есть производные от физической геометрии

ББК 87
ББК 22,632
УДК 524,8

Преамбула

Настоящая работа, посвященная диалектическому обоснованию нового математического направления – «физической геометрии», является попыткой объединения нескольких геометрических идей, высказанных автором в последнем десятилетии XX века. Идеи эти, хотя и базировались на законах диалектики, и относились к одному разделу математики, были разрозненными, отрывочными, и потому довольно сложными для понимания. Диалектическое обоснование их проводилось недостаточно убедительно, да и отношение математиков (как и физиков) к диалектике, оставляет желать лучшего.

Математики, похоже, уверены в том, что законы диалектики неприменимы к математике, поскольку математика наука абстрактная и количественная, имеющая дело с обезличенными числами, а диалектика основывается на качественных категориях. Математика оказывается единственной наукой, в которой категория «качество» практически отсутствует. Считается, что все математические операции (включая движение) есть числовые бескачественные преобразования, не изменяющие качества чисел и безотносительные к ним. Сама же математика – формальная наука о количественном изменении числовых величин, не содержащих в себе никакого качества. А потому диалектика не вхожа в апартаменты, в которых властвует математика. Получается так, что для философов математика чужой монастырь. Не случайно диалектики в течение тысячелетий стараются обходить стороной его укрепления, разражаясь, время от времени, тирадами гносеологических залпов, стремящихся доказать «подчиненность» математики законам диалектики. Эта боязнь математического формализма и обусловила математике особый статус абстрактной, не зависимой от философии науки. Даже Гегель, понимая математику как науку о количественных величинах и числах, не заметил в количественных закономерностях математики внутренней диалектики ее качественных основ и надолго «законопатил» философам вход в храм математики, охарактеризовав беско-

нечную последовательность натурального числового ряда «дурной бесконечностью».

И эта бесконечность будет оставаться «дурной» до тех пор, пока мы не увидим за каждым математическим числом, понятием или аксиомой их качественную составляющую. То есть то, что и является основой диалектического анализа, то, без чего любая наука, включая математику, остается гносеологически запутанной, внесистемной и поверхностной регистрацией отдельных количественных или качественных проявлений, не сводимых к одной системе взаимосвязанных знаний.

Особенность русской (динамической) геометрии и заключается в том, что она, на наш взгляд, первая из математических наук, основывающаяся на диалектических законах и развивающаяся не как абстрактная дисциплина, а как дисциплина, полностью базирующаяся на практике. Более того, у нее отсутствуют даже предпосылки возможного «отдаления» от практики, поскольку она опирается на динамику реальных физических процессов.

Однако история показывает, что и существующие статические геометрии имели своим основанием именно практику измерения предметов и земельных участков. Но уже в Древнем Египте и, особенно в Древней Греции, геометрия превратилась в «дедуктивную» науку, основывающуюся на нескольких простейших аксиомах, не требующих доказательства. Аксиомы и эмпирические элементы определили в конечном итоге статическую форму отображения геометрией количественных отношений окружающих реальных предметов. Что и стало в последующем атрибутом всех геометрических построений.

Работа начинается с возвращения в математику понятий – «целое», «отдельное» и «безначальное», с последующим рассмотрением диалектических основ современной математики в применении к математическим и геометрическим понятиям и в частности с анализа некоторых принципов и аксиом, на которых основываются геометрии Евклида, Лобачевского и Римана.

Известно, что геометрия как наука была обобщена Евклидом, и его сочинения, включающие 13 томов под названием «Начала», содержали интегрированное изложение всех знаний о геометрии, наработанных античной наукой. Однако смысл «Начал» заключается не только в изложении аксиом и вытекающих из них теорем. «Начала» содержат в неявном виде подход к учению о статической или акту-

альной бесконечности, с преобладающей опорой на ее статичность.

Статичность актуальной бесконечности, с блеском изложенная Евклидом, на тысячелетия постулировала самой геометрии статичность, полностью исключила даже возможность представления о геометрии как о предмете, изучающем динамическое пространство, застопорила изучение потенциальной бесконечности, стала тормозом в понимании диалектики природы. Она породила другие начала – «Математические начала натуральной философии» И. Ньютона.

«Начала…» Ньютона блестяще развили и закрепили в классической механике принципиальные положения евклидовых «Начал», убрав из механики ее основу, – взаимодействие движущихся тел с пространством, а, следовательно, и само пространство.

Поэтому, когда обнаружилась тройственность аксиомы о параллельных (формулировки Евклида, Лобачевского, Римана), не было сделано предположения о том, что эта тройственность не случайна, а следствие отдельных прорывов в динамику пространства. В пространство движения как взаимодействия вещественных тел с вещественным пространством. И хотя термин «динамика» прижился как раздел механики, изучающей движение тел в зависимости от действующих на них сил, он имеет и другой смысл – подвижности, изменчивости, действенности, напряженности. В последнем смысле термин «динамика» и употребляется в настоящей работе.

Поскольку динамическое пространство имеет отношение к изучению движения и взаимосвязи пространственных свойств и тел в условиях потенциальной бесконечности, то его описание производится путем сопоставления со статическими структурами актуальной бесконечности.

Следует отметить, что и понятие актуальной бесконечности и понятие потенциальной бесконечности есть субъективизация существующей природной бесконечности. О свойствах и движении этой бесконечности нам ничего не известно, но без отображения этих свойств наши теории обходиться не могут.

Другой особенностью русской геометрии является опора в формализации взаимосвязи природных свойств на золотые пропорции. Изучение золотых чисел и золотых пропорций становится модным научным направлением. Однако в этом направлении основным остается изучение взаимосвязей между золотыми числами и описание явлений, в которых встречаются золотые пропорции. Ответов на вопросы: «Какие физические факторы описываются золотыми пропор-

циями? О чем свидетельствует деление отрезка в крайнем и среднем отношении?» и т.д. еще нет. Поэтому золотые пропорции остаются экзотическим прибавлением к науке и еще не находят широкого применения ни в математике, ни в физике.

Русская геометрия полностью построена на золотых пропорциях. Сама система золотых чисел сведена в матрицы, названные классом русских матриц, взаимозависимость между числами которых оказывается основой теории физической размерности. При этом выяснилось, что все физические свойства тел обладают особыми качественными параметрами числового поля русской матрицы, названные коэффициентами физической размерности, связывающие их в единую систему и обусловливающие формализацию физических уравнений. Последнее обстоятельство коренным образом меняет представление о взаимосвязи физических свойств и формирует единый математический аппарат описания взаимодействия природных свойств во всех разделах физики.

Открытие физической геометрии показало, что существует иерархия геометрий по возможности отображения ими природных процессов. Геометрии в этой иерархии делятся на три предмета:

Физическая (динамическая) геометрия.

Статико-динамическая (полудинамическая) геометрия.

Статические геометрии.

Оказалось также, что статико-динамические геометрии хорошо известны и давно изучаются. Но изучаются как проективные разделы статической геометрии. В них был упущен элемент кадрированного времени, следствием чего и стало одностороннее рассмотрение предмета проективной геометрии.

Работа включает пять глав.

Глава I: Диалектика математики.

Глава II: Динамические свойства геометрии.

Глава III: Золотые пропорции геометрии

Глава IV: Статико-динамическая проективная геометрия.

Глава V: Элементы физической геометрии.

Глава I
Диалектика математики

1.1. Целое и отдельное в познании

Наше понимание *целого* соответствует пониманию его, изложенному в сутре из «Ишавасья — упанишады»:

«Ом. То есть целое, это тоже целое.
Ибо только целое рождается из целого:
и когда целое отнимается от целого,
смотрите, остаток есть целое.
Ом Шанти, Шанти, Шанти!»

Для дальнейшего понимания наиболее существенным будет:

1. *все названные далее целые есть аналоги целого*;
2. *отсутствие в целом отношений, рождающих как качество-свойство, так и множественность.*

Человек пытается познать *целое*, превращая его в *единое* путем *разделения* на познающего и познаваемое. Этим *движением* создается такое качество-свойство, как отношение. А поскольку исходное отношение – это отношение двух (субъект и объект), то возникает и количество (два) при качественном звучании одного (два рождают одного). В этом мистика чисел у Пифагора и их абсолютизация в современной математике.

Создание отношений всего и со всем есть основной способ познания и основное качество-свойство человеческого ума.

Понятие «*целое*», является основой науки так же, как и основой религии, но в таком значении в настоящее время практически не осознается. *Оно отображает в себе все то, что содержат в неразрывном виде материальный и духовный миры*. В этом значении «*целое*» принадлежит к основаниям философии.

Наука, как и ее отдельные дисциплины, исходит из реальности материального мира, представляющего собой ***целое*** *другого качества, поскольку исключает духовный мир.* Различные направления науки исследуют случайно выделенные свойства-качества, «превращая» *целое* в *единое*. Математика изучает количественные аспекты свойств, упуская из внимания *единое*.

Так что же представляет собой *«единое»* с позиций современной науки?

Единое – это самодвижимое совокупное всех свойств, не имеющее ни начала, ни конца. Это взаимосвязь бесчисленного количества свойств, образующих многоуровневую субстанцию – материю.

Материя — это целое, «доля» общего, проявившее себя через чувственно воспринимаемое движение. То есть единственным независимым от субъекта (наблюдателя) качеством проявленного *единого* является чувственно воспринимаемое движение. Остальные качества материи определяются как результат отношения, возникающего при взаимодействии двух тел. Здесь тело при отсутствии отношений есть целое в понимании Вед: отдельное как отношение, и единое как объект познания. Материя, для своего проявления, должна обладать постоянным самодвижением типа пульсации. Самодвижение является атрибутом единого. Отсюда, движением, не требующим двух, может быть только пульсация каждого (любых) из материальных тел.

Пульсация как процесс, через расширение и сжатие носит диалектический характер. Такое *движение как неизбежность при смене цикла проходит через прекращение движения (через неподвижность). Неподвижность — это непроявленное единое, которое недостижимо для его проявленного состояния. Тело как совокупность проявленного и непроявленного возникает в момент перехода материального тела через неподвижное состояние при пульсации.*

Поэтому понимание телесности (вещественности, материальности) дополняется еще одним представлением субстанции, а именно:

Любое тело это целое, такое же целое, как и весь мир. Отдельность ему создает способ существования, который носит самопринудительный характер и определяется тем, что каждое тело в одном цикле проходит процесс возникновения и исчезновения.

Покажем качественно на примере Земли (рис. 1) точки диапазона существования тела в процессе пульсации. В самом первом приближении Земля пульсирует примерно так же, как и резиновый шар, в котором искусственно и попеременно изменяется давление. В такт изменению давления происходит периодическое увеличение и уменьшение радиуса шара. И так же как у шара, в процессе пульсации Земли возникают две точки останова пульсации: в тот момент, когда радиус шара становится наибольшим 1 и наименьшим 2.

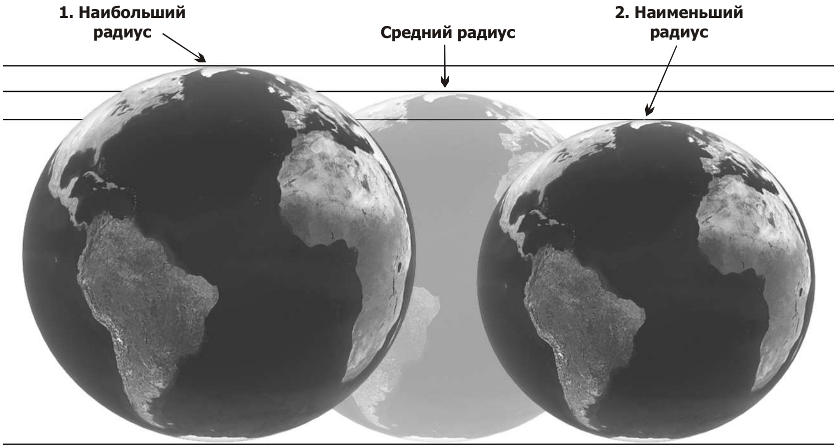


Рис. 1

В момент «останова» материальная поверхность Земли как бы «исчезает», *поскольку материя без движения не существует*. И всякий останов есть момент *«несуществования» материи*, т.е. поверхности земного шара (поскольку *все полностью остановившееся ни с чем не взаимодействует, ничем не отображается и, следовательно, отсутствует для всего*). Все, что имеется в природе и на Земле, приспособлено к этому многоуровневому процессу. В такт пульсации Земли всё обитающее на ней также «ныряет» в небытие (*в ничто*), изменяясь с возникновением (с началом нового цикла пульсации), и, следовательно, обеспечивая свое материальное бытие. Этим «нырянием» снимается «напряжение», возникающее во всех телах за счет их эволюции (роста, пульсации, расширения), так как эволюция требует изменения материи, а пространства для изменения нет, и потому изменяться и расти некуда. И для того, чтобы процесс эволюции происходил, необходимо всему «встряхнуться», «расшириться», точнее частично «разуплотниться», обусловливая развивающимся (разрастающимся) телам возможность раздвижения разуплотнившейся материи и образования условий дальнейшего роста. И это все также входит в понятие *целого*. Отметим, что в мире отдельного (в мире тел), статика отсутствует, а все, что ощущается как статика, есть еще не осознанная динамика.

Человек, – мыслящее живое существо, являясь двойственным образованием (тело + душа), подчиняется законам как проявленного, так и непроявленного целого.

Отметим, что основу мышления человека составляет язык, базирующийся на определенных понятиях и словарном запасе, которые дискретны. Эта структура и определяет дискретность нашего мышления. Обучение ребенка языку одновременно становится «дискретизацией» мира, утверждением как бы отдельности всех тел, предметов и явлений путем их языковой символизации. *Поэтому реальный мир с детства закрепляется в мышлении как состоящий из отдельных частей и событий, т.е. становится изначально дискретным*. Последующие попытки осознания (представления) этого мира как целого оказываются возможными только посредством «сдвигания» вместе отдельных тел, предметов, событий (как частей мира). И в нашем осознанном представлении и даже в интуитивном ощущении возникает понимание целостности как совокупности частей, «склеенных» туманным понятием «связи». «Связи» и обусловливают искусственно сформированному миру иллюзию целого.

Для понимания последующего необходимо применять как самостоятельные следующие понятия*: целое, отдельное, единое.*

Где:

целое — это то, что не имеет частей и отношений;

отдельное — это отдельные предметы или объекты, тоже *целое* внутри, а снаружи поверхность как отношение.

единое — это совокупность частей или целых, обладающих качеством и количеством.

Метаморфоза, переводящая материальное целое в отдельное и далее в единое, состоящее из частей, свойств, отношений происходит в момент, когда человек фиксирует что-либо (тело, предмет и т.д.), отличая его от окружающего фона — *целого*. Эта фиксация состоит из нескольких последовательных операций:

а) выделение тела из фона (целого) как отдельного созданием отношения;

б) узнавание отдельного методом аналогии;

в) наименование (обозначение словом — символом), превращение в единое;

г) наделение целевым признаком, полезным для человека.

Например, геолог в движении фиксирует световую вспышку. Оборачивается и различает блестящее тело (а), приближается к нему и видит камень (б), который определяет как кварц (в). Он знает, что кварц — минерал, который можно использовать в производстве (г).

.

1.2. Отдельное как целое

Являясь целым, человек, единственное из существ, населяющих Землю, потерял ощущение целостности себя и, как результат, не в состоянии воспринимать целостность мира.

Парадокс человеческого мышления заключается в том, что человек пытается примыслить невозможное двойственное:

– отделить себя целиком от всего остального, не замечая, что тем самым переходит в качество дискретности − отдельного;

– сохранить свою целостность со всем остальным, т.е. находиться в качестве сплошности.

Потеря ощущения целостности мира человеком есть следствие его становления как личности, его выделения из природы, его эго. Дуализм субъективного восприятия себя человек целиком переносит на Мир, навязывая ему свои собственные ощущения и представления.

Покажем примерную схему того, как это происходит.

Все психологи знают, что взросление человека носит не столько физиологический характер, сколько психологический и в сущности своей заканчивается как процесс вместе с осознанием себя личностью, т.е. в неявном противопоставлении своего *Я* всему остальному миру: *Я существую как отдельность,* и следствие этой *отдельности* – возникновение антропоцентризма:

Я есть мера всех вещей.

Существую *Я* и окружающий мир.

Было время, когда меня не было, и будет время, когда *Я* исчезну.

И т.д. и т.п. …

Отсюда перенос на мир:

Мир состоит из отдельных вещей (тел, объектов).

Каждое тело *отделено* от другого тела. (Имеет свою форму, свои свойства и т.д.).

Каждое тело когда-то возникло и когда-то исчезнет.

Все в жизни подчинено времени, которое однонаправлено.

И т.д. Каждый может продолжить с любой строчки.

Отсюда, первым телесным качеством становится *отдельность*. *Отдельность (дискретность) нашего мира есть результат внутренней проекции нашего ума*. Это не более чем перенос на внешнее (внешний мир) момента осознания своего *Я*. *Не мир изначально состоит из отдельностей, а возникновение внутренней отдельности переносит это ощущение на внешний мир*. Поэтому, чтобы получить принципиально другую картину мира, нужно эту проекцию убрать. Психологически в обыденности это трудно, но именно *на дискретности (отдельности) основывается вся система математического научного мышления. Оно заменяет «отдельность» как телесное качество безразмерностной категорией «количество», не имеющей никакого отношения к реальности, обусловливая возможность создания таких мыслительных конструкций, которые ничего общего не имеют с реальностью*. Субъекты от науки не понимают, что в силу отсутствия диалектических знаний они, своими конструкциями, максимально отображают свое *Я*. Причем независимо от желания. И в такой хитрой форме, что мир исчезает, а *Я* остается, и это *Я* творит, творит то, чему нет никакого соответствия вне *Я*. То есть *Я* творит одно из проявлений собственного *Я*. Но, психологически, *Я* может сотворить только 1 и/или 2 и их комбинации. Эти цифры и оказываются в основаниях арифметики. Именно поэтому математики со времен Пифагора базировались на цифре 1, не осознавая, что фактически исходят из цифры 2, которая и делает мир дискретным.

Вместе с тем, в математике числа как голой абстракции быть не может уже потому, *что число востребуется как элемент объединения разного отдельного по одному качеству – отдельного, и это качество есть конкретное, обособленное и единое для всех предметов, то, что может быть выражено посредством числа или другого знака*. То есть:

1 = 1 – если это *отдельность* или *качество*, в том числе и формальное (тело, метр, кг, рубль и т.д.)

Теперь, определившись с появлением двух первых чисел арифметического счета, можно поставить вопрос: какая операция является исходной при построении здания арифметики?

Ответ: деление, – потому, что *в делении наличествует ликвидация сплошности и абсолютизация дискретности*.

«*Я*» всегда остается в своем мышлении *целым* (неделимым, монолитным), а все остальное не воспринимается таковым, т.е. является разделенным и, более того, может подвергаться дальнейшему разделению.

Последовательность «разделения»:

Ситуация А

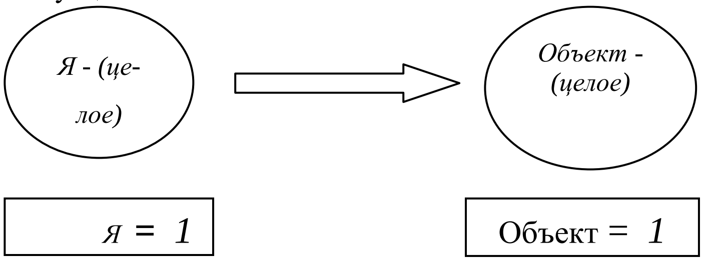


Рис. 2

В ситуации А объект и *Я* = 1, как отдельные. И по этому качеству и только по этому качеству их можно приравнять 1 = 1. В этом приравнивании отображается их равноправность, равнозначимость т.к. они определяются одним качеством «*отдельностью*». Но если *Я* целое и неделимое, то внешний объект таковым не является, поскольку его можно разделить на две части, что показано на рис. 3, где из объекта на рис. 2 получены объекты X и Y.

Ситуация Б

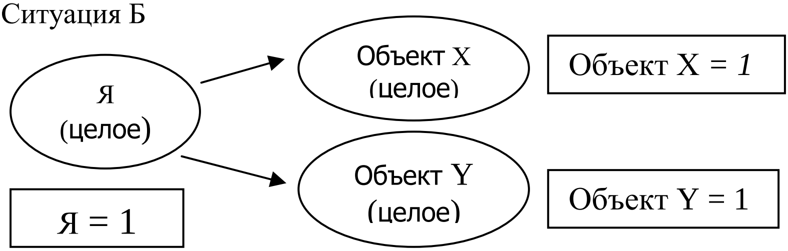


Рис. 3

Только в ситуации Б возникает количество, поскольку приравнивание 1(Я) = 1(объект) в ситуации А есть мистическая абсолютизация единицы как неделимого целого. Поэтому, появившись, объект X = 1 и объект Y = 1 уже несут в себе память о предшествующем разделении, что позволяет нам делать операцию сложения 1 + 1 = 2, которая невозможна для ситуации А. И эта память растет с каждым последующим делением как количество.

Отметим, что дробление одного целого на бесчисленные «доли» – новые целые не изменяет количества свойств у новых целых. Они тоже целые, но другие – новые целые, включающие те же свойства, которыми обладало первичное целое, но с иной численной величиной этих свойств и, следовательно, целые другого качества.

Все операции дробления Объекта X и/или Объекта Y можно строго и последовательно повторять еще и еще раз, получая в каждом случае новые объекты, качественно одинаковые по одному признаку – *отдельности*. И в этой процедуре неявно, как бы аксиоматически, утверждается очевидная для большинства людей (и математиков тоже), но не доказанная вещь, а именно то, что *всегда и во всех ситуациях существует равенство*: 1 = 1, что далеко не очевидно.

Теперь, разобравшись немного с операцией дробления, мы получили возможность последовательного дробления объекта на части в виде (рис. 4), где повсюду 1 ≡ 1 ≡ 1 ≡ 1… *по качеству отдельности*:

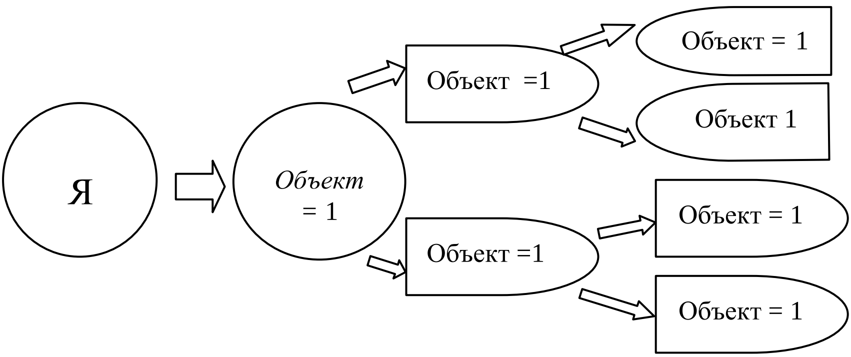


Рис.4.

Попробуем перейти к другой операции, к операции слияния (сложения), предварительно отметив, что деление объекта (дробление) может производиться в любой пропорции (рис. 5), а не только пополам.

Из наших рассуждений мы получили определенный класс объектов, которые равны и равноправны (равнозначны) по одному фундаментальному признаку – по признаку ***отдельности***. Если требование *отдельности* наложить на реально воспринимаемый нами

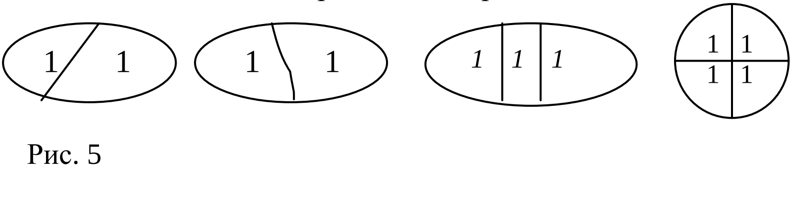


Рис. 5

мир (он визуально состоит из отдельных объектов), то сразу получаем чрезвычайно интересный вывод:

В мире отдельных вещей отсутствуют неделимые объекты (более определенно, отсутствуют неделимые кирпичики), и процесс деления любого тела (отдельности) никогда не прекратится (первокирпичик не встретится).

Отметим: данный диалектический анализ проводится для выделения некоторых математических понятий, базирующихся на отдельных природных качествах. Если же рассматривать процесс дробления объектов на отдельности в целом, то следует учитывать и то обстоятельство, что каждая образующаяся отдельность является одновременно и качественно новой отдельностью, отличающейся от остальных численной величиной всех своих качеств и памятью. По этому признаку она всегда является индивидуальностью, не тождественной ни с одной другой индивидуальностью. Если же эти обстоятельства учитывать, то математика как наука никогда бы не возникла.

Как следствие отсутствия первокирпичиков *мир отдельных вещей никогда не будет познан.* Ибо на каждой ступени концентрации усилий по изучению любой его доли (нового целого) будет сохраняться тождество отдельности: $1 \equiv 1 \equiv 1 \equiv 1 \ \ldots$, то есть будет происходить автоматический откат к исходной отдельности.

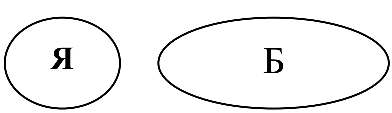
Последовательность разделения состоит из нескольких неявных стадий:

Исходное состояние (рис. 6).

Рис. 6

Субъект выделяет (обращает внимание) на объект *Б,* если объектов много, или сразу начинает движение к *Б.*

Промежуточное состояние (сближение) рис. 7: Действие рис. 8:



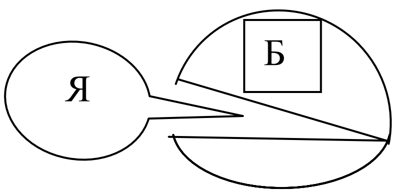


Рис. 7 Рис. 8

И результат рис. 9.

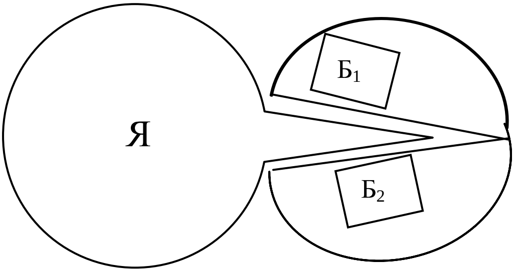


Рис. 9

Эта процедура *разделения* обусловлена еще одним диалектическим обстоятельством: *разделение происходит в силу невозможности **слияния***, поскольку в ситуации А (рис. 2.) Я – неделимое целое, а объект Б этим качеством не обладает. Пока рассматриваемый мир не наделен возможностью слияния, он не диалектичен, односторонен и принципиально невозможен как мир, как совокупность единого. Отсюда и возникает необходимость введения в этот мир процесса *слияния* (соединения) *объекта, обратного разделению* (разъединению).

Но понимание «простого» слияния скрывает небольшой нюанс, до сих пор явственно не отмеченный в математике. *Операция разделения сопровождается образованием отдельностей другого качества.* Другое качество отдельностей препятствует их слиянию и «восстановлению» прежнего целого. Получение прежнего целого обусловлено созданием новых условий слияния, и может оказаться так, что не найдется технологии восстановления прежнего целого.

Вернемся к рис. 4 и выясним, возможен ли обратный процесс, который переводит его в состояние, отображаемое рис. 2. Логически это сделать нетрудно в следующей последовательности (последовательность действий показана на рис. 10 стрелками).

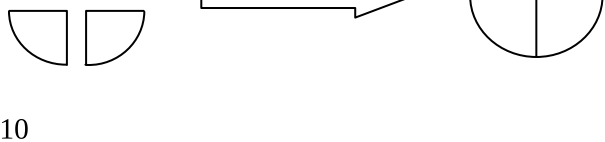


Рис. 10

То, что сделано, называется сближением или рядом расположением. Соединение, а тем более слияние, отсутствует по той причине, оно еще не введено в конструкцию. Вводя слияние как противоположность разделению, возвращаемся к конструкции рис 2 (рис. 11).

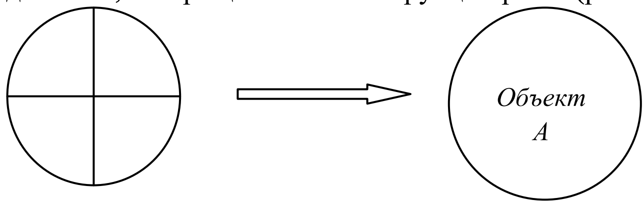


Рис. 11

Из рассмотрения вышеизложенного получаем следствие: *Мир, который видится дискретным, состоящим из отдельных тел, таковым не является. В нем присутствует еще одно качество, противоположное дискретности – сплошность.* Причем роль этих качеств различна:

<u>*дискретность*</u> делает мир узнаваемым, позволяя в определенной степени вычленять из мира тела и рассматривать их как отдельные объекты и, прежде всего, вычленять из мира себя (*Я* и все остальное).

<u>*сплошность*</u> делает мир целым, телесным, обеспечивая его существование, как и всего, что есть, так и того, чего нет, т.е. нам неизвестного. И, следовательно, никак не может быть воспринят дискретным (отдельным). В сплошности (непрерывности) «*отдельное*» отсутствует.

Самое поразительное, что сплошность мира люди, особенно связанные с наукой, воспринимают как пустоту, как отсутствие всего, то есть бестелесное, что объяснимо, т.к. диалектические понятия *«все»* и *«ничто»* равнозначны (равноправны).

1.3. Введение в диалектику математических понятий

Рассмотрим понятия, связанные с геометрией. Самое распространенное определение понятия «геометрия» приводится в [1]:

«… *часть математики, изучающая пространственные отношения и формы, а также другие отношения и формы, схожие с пространственными по своей структуре*».

В этой формулировке объект «геометрия» обобщается словами «пространственные отношения и формы». Начнем с формы.

Форма как наружный вид, внешние очертания или конфигурация доступна всем, поскольку отождествляется с поверхностью тела. Последняя, в свою очередь, является границей, позволяющей увидеть или иным образом ощутить отдельность тела. Например, выражение «тело по форме напоминающее шар» понятно всем как название сферически замкнутой поверхности. Тело, отображаемое в своей форме, может двигаться (нефиксируемое самодвижение), либо покоиться (оставаться относительно неподвижным), либо изменяться (деформироваться). Самодвижение и механическое изменение формы всегда связано с взаимодействием и движением. Таким образом, геометрия, изучая форму предметов, помимо статики неявным образом соприкасается не только с математическим, но и с механическим движением, т.е. с физикой. Другое дело, понимают ли это математики или наличие фактора движения в геометрии ускользает от их внимания.

Очень существенно для понимания то, *что форма это не самостоятельное качество тел, а следствие отдельности, ее проявление*. Отдельность, в свою очередь, следствие всеобщей дискретности, которая фиксируется в нашем мире. В то же время отдельность (единичность) это отношение двух: субъекта и объекта, которое в совокупности образует еще одно качество – пространственность (как протяженность). И потому: не может быть такого начального состояния, как наличие пустого пространства (пустоты) и тела (безразлично субъекта или объекта). Субъект ощущает и осознает свою отдельность, если его органы чувств зафиксируют что-то, что не является им (не принадлежит ему), т.е. отделено от него некоторым расстоянием – пространством. (Существование пространства – есть отрицание тела, есть признак его формальной конечности, есть переход от тела к его противоположности, к телесности другого качества.)

Пространственные отношения даже по своему характеру предполагают как наличие движения (поскольку для определения расстояния необходимы эталоны и движение), так и пропорциональность отношений изменяемых форм. Движение обусловливается следующими факторами – свойствами пространства:

пространство это то, что обеспечивает возможность перемещения тел (механического движения любого вида, включая пульсацию);

отношение всегда есть взаимодействие как минимум двух объектов и, следовательно, пространственные отношения, по сути, есть отношения тел посредством своих параметров. Поэтому, ***исследуя пространство, мы неизбежно и тоже в неявной форме вводим в него***

тела, и потому пространство становится промежутком между телами. И только игнорирование движения в мысленном представлении пространства обусловливает свойству «пространство» качества субстанции равнозначной материи.

Само наличие пространства фиксируется только путем движения тел и, следовательно, ***где нет движения, там нет и пространства, как нет и самой материи***. Так в полной темноте, прежде чем сделать шаг, человек протягивает вперед руку (вводит тело в пространство), убеждается в присутствии оного, а затем вводит в него и свое тело. Далее операция повторяется, пока рука не упирается в стенку (отсутствие пространства). Таким образом, возникает понятие размеров пространства (количество шагов). Находясь в неподвижности и в полной темноте, нельзя ничего сказать о пространстве ни как о пустоте, ни как об отношении.

Возникает вопрос: что же такое пространство? Вот возможные варианты ответов:

Ответ А: Это ничем не заполненная пустота (пустой ящик без стенок). То есть тождеством:

пространство = пустота = отсутствие всего,

постулируется превращение пространства в непознаваемое. В вещь в себе. Появление в таком мысленном пространстве субъекта невозможно по определению, а без субъекта кто будет познавать? Да и познавать-то нечего (ничего нет).

Ответ Б: Пространство есть то, что окружает каждое тело как повторение его твердой формы (скажем как воздушная оболочка Земли) и не обладает твердостью, препятствующей сближению тел. Этот ответ переводит пространство в объект изучения физики.

Ответ В: Пространство есть телесная протяженность между макротелами, образованная протяженностью микротел (эфиром), который обусловливает макрообъектам возможность движения, сохраняя при этом видимость их отдельности. Этот ответ образует мостик между физикой и геометрией. Физики, изучая тела и их свойства, будут учитывать закономерности вещественного пространства (эфира), а математики, работая с кажущейся пустотой, помнят, что она имеет протяженность и телесность.

Резюме: *Современная геометрия, изучающая формы тел, всегда имеет дело со статикой* (неподвижными поверхностями тел). Можно представить, как геометры «ползают» по поверхности, оставляя следы: как точки (когда они стоят); как линии (когда они измеряют поверхность); как плоскости (когда они рисуют «карты» этих поверхностей). Для понимания предмета геометрии это очень существенно, поскольку все операции на плоскости требуют неявного нахождения на ней и геометра, хотя бы в виде точки, обладающей способностью двигаться.

Когда начинается процесс изменения формы (поверхности), геометры убегают (улетают) «во избежание» и возвращаются на плоскость лишь тогда, когда процесс деформации закончен, т.е. в статику. Это суть статической геометрии. Чтобы знать, как изменяется форма, т.е. видеть процесс, геометр должен, хотя бы в воображении стать участником процесса, точнее, его исполнителем, и учитывать вещественность процесса, что невозможно в статической геометрии. В этом случае геометр (исполнитель) всегда центр, а инструмент (мысль) исполняет роль измерителя, фиксирующего процесс, и геометрия выходит за рамки статики. Но продолжим определения [1]:

2) «Первоначальные понятия геометрии возникли в результате отвлечения от всяких свойств и отношений тел, кроме взаимного расположения и величины. Первое выражается в прикосновении или прилегании тел друг к другу, в том, что одно тело есть часть другого, в расположении «между», «внутри» и т.п. Второе встречается в понятиях «больше», «меньше», в понятии о «равенстве тел».

3) «Геометрическое тело есть абстракция, в которой сохраняются лишь форма и размеры в полном отвлечении от всех других свойств».

В формулировках 2 и 3 имеются определенные недоговоренности, если не сказать большего:

а) *Отвлечение от всяких свойств и отношений полностью отрывает геометрические тела от реальных объектов, не оставляя им никаких природных качеств и тем самым превращая их в пустую абстракцию, ничем не связанную с реальностью*;

б) Обсуждаются и определяются только тела, в том числе вводится и понятие «геометрическое тело». Все это – рассмотрение формы. А между тем *и в этом, и в других определениях исчезает представление о пространстве*, которое геометрия обязуется изучать по определению.

в) Строго подходя к определению, понятие «геометрическое тело» получено посредством разделения формы и содержания, тогда как ранее отмечалось, что *форма есть лишь проявление содержания, т.е. материальности тела*. Аналогом такой абстракции может служить мир мыльных пузырей, где то, что находится вне пузырей и внутри их, тождественно (однородно).

г) *Введение в первоначальное понятие количества, даже в простейшей форме (больше, меньше), равнозначно присутствию «независимого» наблюдателя*, который и являет собой эталон и /или эквивалентно нанесению на пространство жесткой координатной (размерной) сетки.

д) Вместе с тем термин «пространственные отношения» есть недоговоренность, т.к. под отношениями подразумевают отношение тел.

Таким образом, *предметом геометрии являются формы, абстрагированные от объектов окружающего мира, в том числе и от пространства и, следовательно, **в статической геометрии пространство отсутствует по определению***.

Остановимся на некоторых гносеологических аспектах этого абстрагирования, которые в той или другой мере находят отображение в математике и в частности в геометрии. Начнем с простейших количественных и качественных операций, поскольку «качество» неотъемлемая категория любой науки и в том числе математики. Рассмотрим задачку, которую психиатры предлагают иногда детям младшего школьного возраста для определения их способности мыслить абстрактно:

«Сколько будет если к одной корове прибавить одну лошадь?»

Считается, что правильный ответ – два животных, и делается вывод, что ребенок может мыслить абстрактно (может обобщать понятия). Но так ли это?

Посмотрим, какая логика определяет этот ответ:

а) предполагается

1 корова = 1 животное,

1 лошадь = 1 животное,

отсюда 1 корова = 1 лошади и, складывая, получаем

1 лошадь + 1 корова = 2 животных.

Кому как, а для нас эта операция непостижима. Непостижима потому, что складываются не корова и лошадь, а формальные классы, не представляющие определенного качества, сложение которых является полной бессмыслицей и для математики, и для практики. (Дети это прекрасно чувствуют и потому стесняются получать тот ответ, который устраивает психологов.)

Рассуждать приходится по иному.

Понятие «корова» индивидуальность (тело), понятие «лошадь» тоже индивидуальность (тоже тело). И чтобы их сложить необходимо индивидуальности обезличить, превратить в бескачественные, но существующие телесные объекты, в мысленные конструкции.

Следовательно, *абстрагирование как переход к другому качеству заключается не в том, что вводится понятие, отвлеченное от реальности, а в том, что* ***результат абстрагирования отрицает существование прежнего качества объекта, ненадобность этого качества для данной формализации****. Происходит подмена объекта в мышлении его «потребительским» качеством.* ***Сам объект при этом остается неизменным****, используется только другая его данность*. Это очень важная формальная операция. *Абстрагирование от объекта не производит замены объекта его схематическим отображением, а изменяет качественную составляющую данного объекта, концентрирует внимание на другом качестве, которое становится основным при проведении некоторой формальной* (например, математической) *операции, и поэтому математика становится не столько количественной, сколько качественной наукой*. Однако эта качественность математического знания на сегодня не замечается.

б) пусть удалось выполнить операцию *а*), т.е. реальные объекты (живые существа) превратить в одинаковые мысленные конструкции, именуемые Ψ, тогда:

Вариант 1 $\Rightarrow$ $1\Psi + 1\Psi = \Psi(1 + 1) = 2\Psi$ – это одна возможность,

Вариант 2 $\Rightarrow$ $\Psi + \Psi = \Psi\Psi$ – это другая возможность.

Вариант 2 можно записать иначе, если «слить» $\Psi\Psi$ в единое $\boldsymbol{\psi}$ «вдвое» большее прежнего:

$$\Psi + \Psi = \boldsymbol{\psi}\,.$$

В варианте 2 наличествуют только абстрактные объекты Ψ (символы объектов – отдельности), знак + это разместить рядом, сохранив тем самым различие не только в памяти, но и визуально. Операция рядом расположения не является математической операцией. Изображение $\boldsymbol{\psi}$ – уже математическая операция, обусловливающая в результате сложения возникновение нового качества.

Появление $\boldsymbol{\psi}$ приводит к исчезновению Ψ и Ψ, а в варианте 1 отпадает необходимость в качестве Ψ, которое, можно сократить, подразумевая при этом, что *складываются не голые числа, а отображения одинаковых качеств этих чисел*:

$1\Psi + 1\Psi = \Psi(1 + 1) = 2\Psi$

$1 + 1 = 2$.

Сокращение Ψ как бы вообще убирает в уравнении качественную составляющую (животное) и отображает его уже не как животное, а как ***тело***, т.е. как ***целое***. *И каждая цифра в последнем уравнении является нерасчленимым, отдельным целым. И в данном примере наличествует не абстрагирование от объекта к количественной величине, а наоборот, сохранение каждого объекта* (как целого с качествами определенной, но формальной отдельности). Неосознанно мы, как детишки дошкольники, говорим в уме: одно тело и одно тело равно двум телам, то есть *двум целым*.

Можно рассматривать знак + как способ слияния и тогда:

$\boxed{1} \;+\; \boxed{1} = \boxed{1 \mid 1} = \boxed{}$ – а это один объект

Т. е. при слиянии 1 + 1 = 1 – как единое целое возник новый объект, а старые объекты как целое исчезли, хотя они и присутствуют в уравнении и в нашей памяти. Это фиксация в нашей памяти и в уравнении предшествующего момента (левой части), которая уже «отмерла», уже отсутствует и потому небытийная. Фактически, с появлением правой части, левая часть исчезает. Она свою роль выполнила, и для нее уже нет места в новом времени и пространстве. Этого требует сама природа, поскольку в реальном мире все места заняты и появление нового возможно только при исчезновении старого.

Данное положение диалектики слабо усваивается не только математиками, но и философами. Хотя в быту каждый из нас с такими процессами сталкивается повседневно. Например: в сосуд с водой можно влить молоко, только вылив воду. И когда эта операция проделана, то каждый вновь вошедший в помещение (не видевший процесса выливания воды и наливания молока) увидит сосуд с молоком, и только субъект, проделавший эту операцию, будет помнить, что перед тем в нем была вода. Именно *аналогичная память и сохраняется в левой части рассмотренных уравнений*. Своего рода «замороженная» память.

Итак, *все замыкается на человеческом мышлении, на абстрагировании и одновременно на памяти о предшествующем. Память – попытка превратить дискретное в непрерывное*, то есть *вернуться в реальность, как в последовательную череду событий. Любое природное явление (событие) протекающее во времени для памяти – это своеобразный кинопроектор, движущийся с регулируемой скоростью* *ленты. Медленно – и мы видим прерывистость, быстро – и все плавно и непрерывно. Если же посмотреть кадры на пленке – так движение вообще отсутствует.* И в этой картине мы упираемся в очень интересную двойственность, имеющую место и в математике: *в движение и покой.*

На бытовом уровне мы фиксируем движение как перемещение относительно некоторого неподвижного объекта и легко находим как то, так и другое. И если выдвигается положение о том, что *движение является атрибутом материи,* без наличия которого материя не может существовать, то существование такого атрибута должно обусловливать и наличие противоположного качества – *неподвижности* и как следствие существования этого качества – отсутствие материи, отображаемое словом *«ничто».* И это диалектично, так как только *ничто* может уравновесить *все* и в единстве обеспечивать существование того явления, которое и называется словом – *целое.*

Но не будем отвлекаться и вернемся к основам геометрии, вернемся к форме.

Так что же такое форма? *Форма – отграниченность, создающая отдельность.* Это качество, позволяющее нам увидеть (выделить из мира) любой объект (тело, предмет, вещь и т.д.). Например, мы смотрим в ясный летний день на небо, на котором нет ни одного облачка. И что же мы видим? Мы видим чистое небо. Как приходит такое понимание? Оно обуславливается границей. Вот поверхность Земли, а дальше воздух, который невидим, но его толща, освещаемая Солнцем, приобретает голубоватый оттенок, и эту голубизну воздуха мы называем небом. Что еще можно увидеть на небе? Ничего, пока не появятся облака, которые видны через отграниченность белого от голубого. Ответ становится неоднозначным:

а) Я вижу небо с облаками.

б) Я вижу облака на небе.

в) Я вижу небо между облаками.

Из этого примера можно сделать вывод, что *изучение пространственных форм − это изучение качественных характеристик.* Снова получается, что *статическая геометрия это не только количественная, но и качественная наука,* и по этому признаку родственна физике. Отличие же состоит в том, что *статическая геометрия оперирует одним природным свойством-качеством – протяженностью* (остальные свойства являются для нее формальными свойствами), физика же охватывает всю совокупность природных качеств, хотя использовать в практике может только их мизерную часть.

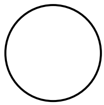
Что же такое количество? *Количество это отношение, создаваемое нашим мышлением, это больше или меньше, это появление эталона, который служит мерилом отношения.* Без этого отношения не может быть и счета.

Можно проследить следующую последовательность появления цифр (счета). В сущности рис. 12. есть грубая аналогия мистического представления о возникновении Мира. (рис. 12):

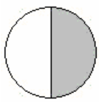
Совершенно самостоятельно существует 1 и 1. *А* единственно по отношению к *Б* и наоборот (рис. 12.). Но это отношение не создает количества, т.к. А и Б есть демонстрация того факта, что единственность, как понимание, возникает из двойственности.

Если *А* субъект, то *А* может сказать, что видит *Б* как отдельность (объект, тело), имеющую форму (границы). Отдельность *Б* является полной, если *А* и *Б* не имеют ни одной «точки» соприкосновения. То, что находится между *А* и *Б*, не имеет формы и *не может быть*

1. Исходное = ничто = все.



2. Следующее = целое в потенции с внутренней границей



3. Разделение двух на отдельности и осознание единственности как первого отношения.

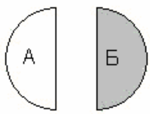


Рис. 12.

зафиксировано как отдельность. Это побочный результат разделения. *Назовем эту «бесформенность» пространством и будем всегда помнить, что это* не пустота, не изначальное ничто, в котором «плавало» целое, а *результат разделения*. Поэтому *с точки зрения статической геометрии объем, образуемый телом, не является про-*

странством, поскольку объем – конечная величина, легко определяемая через поверхность (внешнюю границу) тела, если исходить из внешнего измерителя. *Пространство, образующееся при дроблении тела, не может быть измерено, так как каждый цикл (дробление пополам) будет автоматически создавать и свой эталон размера.*

Итак, разделение потенциальных 2-х на отдельности позволяет А понять (осознать), что появление новых (других) объектов возможно путем деления Б на отдельности. И А совершает эту операцию (практически так же, как в случаях рис. 7 ÷9) для чего:

а) приближается к *Б* (перемещается в пространстве),

б) нарушает границу (разрушает) *Б*, сохраняя свою целостность, но изменяя форму (становясь клином) и раздвигает *Б*, превращая его в $Б_1$ и $Б_2$. Разделение на $Б_1$ и $Б_2$ создает между ними пространство, которое является другим по отношению к прежнему, так как оно создается уже тремя телами *А*, $Б_1$, $Б_2$. И это новое пространство позволяет *А* остаться между $Б_1$ и $Б_2$. Интуитивно мы осознаем, − это *А* уже не прежнее *А*, но оно может этого даже не «предполагать». Об этом знаем мы, так как автоматически отодвинули себя на безопасное расстояние, чем превратили *А* в тело аналогичное *Б*, т.е. из субъекта сделали объект *А* (колун). Отодвинув себя и сохранив *А* как телесность, мы зафиксировали чрезвычайно интересное явление, а именно:

Сознание имеет тенденцию не участвовать в материальных процессах, а лишь наблюдать за ними. Тем самым создавая эталон, как память о предшествующем состоянии. Использование памяти-эталона и есть рождение количества. Только память на рис. 3 или 4 знает, что конечный объект равен 1 по количеству отдельности есть половина и четверть предшествующего по размеру (объему). Но память – это прошлое. Здесь другая интуитивная догадка, что процесс разделения контролирует мысль, *которая материальна по отношению к сознанию и практически бестелесна по отношению к нашему физическому миру* [2]. *Контрольная функция мысли в физическом процессе создает его количественные характеристики и, прежде всего, другое название отдельности*. Появление $А'$, $Б_1$, $Б_2$ все оставляет по-прежнему, то есть 1 = отдельность $А'$ «смотрит» на себя, на $Б_1$ и $Б_2$ и констатирует, что существуют $А' = 1$; $Б_1 = 1$; $Б_2 = 1$ и по качеству отдельности (тело, вещь, объект) они все равны, то есть 1 = 1 = 1 и $А' = Б_1 = Б_2$. В статике, визуально (через пространство) $А'$ фиксирует, что все тела

разные по форме: $А' \neq \underline{Б_1}$, $А' \neq Б_2$, $Б_1 \neq Б_2$, разные по объему: – « – – « – – « – –,

разные по цвету: – « – – « – – « – и т.д.

Как результат: *Все тела в дискретном мире равны* (*одинаковы*) *только по одному качеству –* ***отдельности*** *и* ***это единственное качество, которое позволяет оперировать безразмерностными цифрами числового ряда как абстракциями.*** Поэтому постулирования типа «между любыми двумя цифрами натурального числового ряда можно поместить бесконечное количество дробных, иррациональных и т.д. чисел» является *неправомерным,* поскольку пространство между числами одного качества заполняется числами другого качества (качество – *«целое число»,* качество – *«дробное число»*) *и вызвано неосознанным стремлением человеческого мышления к превращению дискретного в континуум.*

Считается, что математика является только абстрактной, количественной наукой, и все ее свойства, числа, индексы, геометрические фигуры являются формальными отображениями либо некоторых количественных величин, либо схематического изображения реальных тел. А потому никакие качественные характеристики не могут быть присущи формальным количественным величинам.

Однако сами же числа не согласуются с такими предпосылками. Математические величины – числа, не являются единообразными. *Они делятся на отдельности*: числа целые, дробные, иррациональные, мнимые, комплексные, гиперкомплексные и т.д. И, как будет показано далее, это деление не случайно. Оно следствие диалектичности самих математических величин, их своеобразной «формально-качественной» отдельности, и требует создания качественно различных правил для проведения математических операций с полным набором этих чисел. И потому, *само существование целых чисел натурального ряда как отдельностей не допускает возможности нахождения между ними дробных или других чисел, не относящихся к натуральному ряду, как принадлежащих к другому качеству, к другой численной отдельности.*

Еще раз подчеркнем, что в арифметике каждое число из ряда натуральных чисел является целым по качеству отдельного, и промежутки между этими числами (целыми) не могут быть заполнены никакими дробными величинами, поскольку дробные величины есть отдельное другого численного качества. В природе же дробное – всегда отображение не целого (отдельного), а численной величины качества. Разница же в том, что целое (отдельное) не имеет размерности и по этому свойству сопоставимо только с другим целым (с другим отдельным), *а природное качество всегда величина размерная, всегда изменяемая и сопоставима с аналогичным и только с аналогичным изменяемым качеством.*

Вклинивание иного качественного в ряды отдельного означает подмену понятий. Постулирование существования в одной форме разных качеств обусловливает нарушение качественной структуры арифметики. Оно вносит элемент противоречия во «взаимоотношениях» между различными качествами числовых составляющих и обусловливает логическую неопределенность основаниям арифметики.

К тому же *промежуток между арифметическими числами* (или символ промежутка, например, пробел, «,», «;» и т.д.) *отображает геометрическую составляющую арифметики – пространство* (рис. 13). То самое истинно пустое математическое пространство, которое отделяет одно число от другого. *(Пробел – формальная математическая «пустота». Он фиксирует отсутствие символов между цифрами или числами.* Единственно допустимая в естественных науках пустота.)

1 Пространство 2 Простр. 3 »_-_» 4 и т.д.

Рис. 13

Наличие в арифметике геометрической составляющей до сих пор математически не осознано. И, потому, *в арифметику, минуя понимание математиков, незаметно и как бы противозаконно «влезает» геометрия, обусловливая существование отдельных чисел.* Геометрия, которую уже невозможно выделить из арифметики.

Рисунок 13 можно представить и в другой форме (рис. 14):

1; --«-«-- 11; --«-«--111; --«-«--1111; – и т.д.

Рис. 14

Изменение расположения тел, изменило пространство – промежуток, образуемый отдельностями – телами. Попытки перевести дискретный мир в сплошной противозаконны, пока сохраняются качества отдельности. (А такая попытка, например, наличествует даже в определении пространства Риманом [4]: *«Пространство – непрерывная совокупность однородных объектов или явлений».*) Отсюда выражения: «рассмотрим множество целых чисел» или «рассмотрим пустое множество» логически противоречивы, так как мысленный эксперимент, абстрагированный якобы от реального опыта, не опирается на этот самый опыт. Например, берем «мешок» (пустое множество). Засыпаем в него просо, песок и т.д. (числа, неопределенные отдельности разного качества) и, приравнивая, получаем винегрет качественности и бескачественности:

Объем = пространство = пустота.

Повторимся:

объем – отдельность, внешняя характеристика границ тела и он образуется телом. Тело всюду «тащит» за собой свой объем и никому его не отдаст. Без объема нет тела и нет объема без тела (трехмерное понятие);

пространство – размерностное качество (промежуток между отдельностями, одномерное понятие), возникающее при взаимодействии тел. Следовательно, «мешок» возникает только при наличии тел. Нет тел, – нет и «мешка».

пустота – отсутствие отдельности и качеств. Как отсутствие всего она равнозначна такому целому, с которым человеческое мышление, будучи дискретным, не имеет ничего общего, и постигнуть ее, а, следовательно, и использовать где бы то ни было невозможно.

Как можно говорить об абстрагировании до признания качества пустоты, если не осознается такой простой факт, что *в пустоте нет и не может быть ничего по определению*. В пустоту невозможно «всунуть» никакое тело, а также поля, числа или пространства. Есть тело, нет пустоты. Откуда возьмусь там Я да еще с мешком, из которого всегда достану все, что только смогу вообразить?

Наличие логической путаницы в основаниях математики, в ее понятиях и качествах, игнорирование диалектичности Мира являются постоянными предпосылками возникновения неопределенности в ее структурах. Эти предпосылки расшатывают ее фундамент, предопределяя ненадежность тех логических построений, на которых зиждется все ажурное здание современной математики. Они обусловливают перманентный кризис в различных разделах математического мышления, который уже перерос в процесс, создающий угрозу всему развитию математики, в кризис, существование которого не отрицают и сами математики.

Глубочайший кризис, охвативший всю математику, и описанный М. Клайном в книге [3], в этом крике души исстрадавшегося математика, обусловлен также и тем, что основания современной математики представляют собой логический винегрет путаницы количественных и качественных категорий (причем в неявном виде) при почти полном отсутствии диалектики. Кризис будет продолжаться до тех пор, пока математики не «почистят» свои основания диалектикой.

1.4. Математические иллюзии

Начнем с геометрического пространства. Понятие «геометрическое пространство» зародилось еще в древнейшие времена и с одной стороны до сих пор не имеет однозначного определения, а с другой, оставаясь основным геометрическим понятием, вообще не может являться элементом статической геометрии. Однако все остальные математические понятия и принципы статической геометрии имеются, существуя как бы независимо от пространства.

По-видимому, по этой причине понятие – *«пространство»* не было востребовано при аксиоматическом построении геометрии, хотя Риман и упоминает, *«геометрия предполагает заданным заранее как понятие пространство…»*. Но заданное понятие «пространство» не является каким-то второстепенным понятием. Оно мыслится как основа любой геометрии, оно первично ко всем фигурам, включаемым в пространство, и отсутствие его в структуре геометрических понятий может свидетельствовать о том, что построение геометрии, не связанной с реальным пространством, совершенно некорректно, или о том, что это понятие не включается в соответствующую геометрию.

Первичность пространства ко всем геометрическим фигурам предполагала, что определение этого понятия следовало производить абстрагированием или другим способом от существующего физического пространства еще до того, как началось формирование первых геометрических аксиом, свойства которых «вытекали» бы из свойства пространства и тел, находящихся в нем. Однако определялось пространство постулированием отдельных не связанных между собой свойств. В результате было получено не пространство, а те разрозненные требования к свойствам пространства (о них далее), которые бы удовлетворяли механическому пониманию бескачественного пустого вместилища. Вместилища, способного «нести» формальные функции пространства, достаточные для статической геометризации объектов природы, но не для отображения реального пространства.

Аксиомы и постулаты, обосновывающие отдельные фигуры – вторичны частности по отношению к пространству уже потому, что аксиоматизируемые фигуры могут «располагаться» только в определенном пространстве, которое обладает конкретными свойствами, *и* *свойства образуемых фигур должны быть подобны свойствам пространства*. То обстоятельство, что все современные геометрии начинаются с нахождения абстрактных аксиом, не сохраняющих ни одного природного свойства, из которых структурируется определенная геометрия в неопределенном пространстве, есть поразительнейший нонсенс, обусловивший сначала геометрии, а затем и всей математике, статус «продукта человеческого разума».

Современные геометрии строятся аксиоматически аналогично статической геометрии Евклида, в которой между фигурами и их элементами отсутствуют качественные связи, и потому эти элементы при построении «прилепляются» к фигурам случайным образом по далеко не научному методу: «куда кривая выведет». Причем, «прилепляются» в движении с нарушением законов статической геометрии, запрещающей механическое движение. И уже после построения новой геометрии определяется вид, к которому она якобы относится, но не определяется, в каком же пространстве находятся фигуры «новой неевклидовой» геометрии.

То есть ***все геометрические построения, вопреки утверждениям математиков, проводятся индуктивным методом от частного к общему***. А поскольку в творчестве аксиом не ограничен ни один математик, то их можно наплодить великое множество, а вместе с ними, вероятно, и геометрий, причем ничем между собой не связанных и, возможно, противоречивых (как, например, геометрии Лобачевского и Римана). К тому же движение от частного к общему (от аксиом к геометриям как к абстракциям пространства природы) совершалось не в классической форме. Происходило не отвлечение от природных свойств, а направленный выбор тех из них, которые обеспечивали построение некоторой геометрии. Поскольку результат абстрагирования оставался неизвестным даже после построения геометрии, то невозможно было ответить на вопрос: «Разворачиваются» ли все получаемые геометрии в одном пространстве или каждая из них имеет собственное пространство. И если «собственные» пространства имеются, то чем они различаются между собой?

Геометры оказались в положении того незадачливого механика, который взялся собирать большегрузную машину, имея в избытке все необходимые детали: двигатели, колеса, всевозможные трансмиссии, кузова, электрооборудование и т.д. от различных механизмов, кроме рамы. О необходимости которой он даже не имеет представления (она-то и обусловливает пространственную структуру тяжелого автомобиля). Конечно, он сможет собрать десятки различных агрегатов: рычащих, гудящих, крутящихся и даже движущихся, некоторые из которых, не исключено, и приспособить можно будет к каким-то полезным работам, но он никогда не построит большегрузный автомобиль (если, конечно, не изобретет рамы).

Геометры тоже «наизобретали», на основе аксиом, десятки противоречивых геометрий (их может несколько успокаивать только то обстоятельство, что в других разделах математики «наизобретали» не меньше). И сейчас усиленно разбираются, вместе с физиками (последние виноваты только в том, что поверили математикам на слово) – какая же из них соответствует природе (аналог у механика – какой же из агрегатов соответствует грузовику?). Вроде бы, у каждой из них есть некоторые свойства аналогичные природным, но в таком случае, почему их много и они между собой не связаны, более того, противоречат друг другу? Ведь не может же быть такого, чтобы в одном ***пространстве природы*** «работало» сразу несколько логически противоречивых геометрий. И, главное: В каком же пространстве они «находятся»? Вопрос, на который ответа еще не находится.

Считается, что математика является абстрактной наукой. Напомним, понятие «абстракция» включает два представления:

научное – отвлечение в процессе познания от несущественных сторон рассматриваемого явления с целью раскрытия существенных черт (выше была приведена несколько иная форма представления об абстрагировании);

метафизическое – рассматривающее свойства и отношения в отрыве от материального носителя.

Однако, *начиная свои построения с аксиом* (*не от целого, а от частностей*) *и не только геометрических, математики ни от чего не отвлекаются* (*абстрагируются*), (то есть не производят действия, предусмотренного первым пунктом определения абстракции). Они определяют правила получения аксиом, формы их взаимосвязей и выводят теоремы, логически подтверждающие эти взаимосвязи. *Абстракция во всех этих построениях не просматривается, поскольку не выявлен предмет – целое, от которого следует абстрагироваться* (то же пространство, например), и, следовательно, нет основания считать геометрию (раздел математики, а может быть и всю математику) абстрактной наукой. Здесь что-то в понимании математики как абстрактного предмета не вяжется со словом «абстракция».

Но математики абсолютно уверены, что математические методы, и в частности геометрические, есть абстрагирование от природных свойств, что они работают дедуктивными методами и частные положения и понятия, выводятся ими из общих положений и понятий (из аксиом, постулатов, правил, законов). (Получается, что пространство – частное понятие, и потому его до сих пор не определили даже аксиоматически.) Однако ни аксиома, ни закон и даже ни правило, не являются пространством и тем более природой или целым. Они суть некоторые представления, полученные при изучении природы путем разложения единой природы (целого) на отдельные элементы, понятия или определения, а потому отсутствующие в природе, но присутствующие в головах людей.

Эти удивительные «дедуктивные» представления просто ничем невозможно объяснить. Перепутать индукцию и дедукцию (все равно, что поставить телегу впереди лошади) можно было, только повинуясь многовековой традиции освященной авторитетом гениев. И гениями были древние греки – Платон и Аристотель, особенно последний, развивший и обосновавший логические и аксиоматические методы.

Именно с логического обоснования аксиом начинается геометрия Евклида. И начинается с ясного понимания того, что принципы и понятия геометрии являются абстракциями от реального мира и потому применимы и к реальному миру, и к миру геометрии, поскольку охватывают, в абстрактном представлении, основные черты реальных природных предметов. То есть, по предположению греков, обладают определенной степенью общности и первичности, как в геометрии, так и в реальном мире.

К абстрактному отображению элементов внешней реальности древние греки относили такие первичные (основные) геометрически неопределяемые (?) понятия, как точка, прямая, число. Они оставались неопределяемыми логическими методами постольку, как отмечал Аристотель, поскольку для основных понятий не существует исходных посылок. И потому обоснование основных первичных понятий начиналось с аксиом – со столь понятных и очевидных истин, что справедливость их не вызывала и до сих пор не вызывает никакого сомнения. Другие понятия – фигуры; треугольник, квадрат, куб, окружность и т.д. определялись посредством первичных понятий.

Имелись только некоторые разногласия относительно того, откуда человек получает эти исходные представления, формулируя свои аксиомы. Исходными носителями этих разногласий были те же Платон и Аристотель. Для Платона геометрические аксиомы – истинное воплощение идей. Вот что он пишет о геометрах в «Государстве» [3]:

«Разве ты не знаешь, что, хотя они и используют видимые формы и рассуждают о них, мыслят они не о самих формах, а об идеалах, с которыми не имеют сходства; не о фигурах, которые они чертят, а об абсолютном квадрате, и абсолютном диаметре… и что в действительности геометры стремятся постичь то, что открыто лишь мысленному взору?»

Для Аристотеля истина познается безошибочной интуицией, а аксиомы отображают эту истину и являются основой для рассуждений доказательств и математических выводов. Методология логических взаимосвязей, тоже обоснованная Аристотелем, позволяла получать, путем логичных рассуждений, отталкиваясь от первичных понятий правильные заключения о предмете рассуждения: по дедукции, по индукции, по аналогии и т.д. Отметим: дедукция – логическое умозаключение от общего к частному, от общих суждений к частным или другим общим выводам. Индукция – умозаключение от частных, единичных случаев к общему выводу, от отдельных фактов к обобщениям [5]. Причем, единственный из этих методов – рассуждение по дедукции – гарантировал получение заключения такой же надежности, как и используемые посылки. Эта истина, как полагают, и была положена в основу построения геометрии. А поскольку аксиомы, по определению, оказывались общими и по отношению к природе, и по отношению к геометрии, то именно они и становились той отправной точкой, которая использовалась для «дедуктивного» построения основ как геометрии, так и других разделов математики.

Итак, перед нами действительно абстрактный метод. Но не тот научный метод, о котором говорилось выше, а иллюзия абстрактного метода. Вымышленная абстракция начинается с бескачественного определения простых, основных «абстрактных» и потому отсутствующих в природе явлений: точка, прямая, плоскость и т.д. и предписывания их природе. С простых и столь очевидных истин, что ни у кого даже не возникает вопроса: *А нужны ли геометрии такие посылки и аксиомы? И абстрагированы ли они от природных свойств?*

Однако, с позиций логики, в справедливости их невозможно усомниться. Эти понятия, как уже говорилось, по мнению древних греков, одинаково употребимы как в пространстве реальном, так и в пространстве геометрическом. (Свойства которого никому не известны, но известно, что геометрические фигуры можно, с одинаковым успехом, строить как в голове, так и на листе бумаги, и на поверхности Земли, что и обусловливает им воображаемую общность.) И потому аксиомы как бы становятся общими для обоих пространств и, следовательно, посылками для «дедуктивного доказательства». Именно такая *«дедукция» от частностей – аксиом, отображающих одно, или ни одного, качества к общему – геометриям и обусловила появление множества взаимно противоречивых и несводимых к одной геометрий*. Именно она и не позволила получить единое представление о качествах как реального, так и геометрического пространства и все дюжины геометрий, полученные методом «дедукции», до сих пор подвешены в воздухе, точнее в координатных системах бескачественных пространств, и таких же геометрий, ибо *получить качественные представления из бескачественных посылок просто невозможно*.

Здесь следует отметить, что не только в математике господствует метод индуктивного мышления. Практически вся современная европеизированная наука, изучающая естествознание, не имеет в своем арсенале понятия «*целого*» и потому базируется на том же методе индуктивного мышления. Она зарождалась с описательно – наблюдательного рассмотрения явлений окружающего мира, с эмпирического исследования его отдельных частей, с определения аксиом и постулатов, некоторым образом характеризующих эти явления или части, позволяя в какой-то мере объяснять их. Таким образом, естественные науки развивались от частного (индукция) к общему (*целому*). *«Искали», опираясь на категории механистической философии, общие закономерности природы, представляя реальность некоторым «большим» логически связанным механизмом*. И потеряли цель изучения, получив что-то «громадное», неопределенное, не имеющее никакого отношения к природе и, следовательно, к *целому*. Поэтому понятие *целое* в современной науке не наличествует. И как следствие этого отсутствия, потеряно представление о наличии качеств в математике.

Отсюда, из понимания наличия или отсутствия качеств в математике и в частности в геометрии, и вытекает вторая большая математическая иллюзия. Иллюзия того, что математика является только количественной наукой.

Удивительно, но взгляд на математику как на количественную науку, порожденный 2500 лет назад пифагорейской школой в Кратоне на юге Италии, не просто ни разу не пересматривался, но и до сих пор не подвергается никакому сомнению. Даже Клайн, критически анализируя все аспекты возможных ошибок и противоречий в основаниях математики в работе [3], совершенно не обратил внимание на бескачественный аппарат математики. Единицы математиков замечают противоречия в определениях математических понятий, в количественных математических операциях, наличие несоответствий и ошибок в проведении некоторых расчетов, и то, что почти все математические операции проводятся не с бескачественными «голыми» числами (разве что в первом классе, да и там опосредованно), а с определенными предметами или свойствами. То есть имеют явное качественное сопровождение. И, похоже, даже не возникает вопросов: А имеются ли в математике «голые» числа? Не обладает ли числовое поле особыми, не вещественными свойствами?

Пифагорейцы, наблюдая природу, отмечали, что самые различные качественные взаимосвязи и явления природы проявляют одинаковые математические свойства, и, опираясь на эти наблюдения, пришли к выводу о том, что именно математические свойства отображают сущность явлений и эта сущность скрывается в числе и числовых отношениях. А потому «голое» число у них стало началом всего, «единицей бытия». А все «тела» стали составляться из этих фундаментальных бескачественных единиц, образующих, в различных комбинациях, всевозможные геометрические фигуры. И потому, развиваясь в своей совокупности, «единицы бытия» и стали представлять в математике материальные объекты. А само бескачественное число приобрело статус «материи» (субстанции, не имеющей качеств, такой же бескачественной, как и окружающее геометрическое пространство). И как констатирует М. Клайн [3]: « *…пифагорейцы, развив и усовершенствовав свои учения, начали рассматривать числа как абстрактные понятия, а объекты как конкретные реализации чисел*».

Клайн противопоставляет наше понимание чисел пониманию пифагорейцев: «*Учение пифагорейцев может показаться нам странным, потому что для нас числа абстрактные понятия, а вещи, физические или материальные объекты. Нам привычное понятие «число» возникло в результате абстрагирования, а ранним пифагорейцам эта абстракция была чужда. Для них числа были точками или частицами*» (т.е. предметами и, следовательно, они абстрагировались от реальности. – *Авт.*).

Из этого абзаца не становится понятным, что же странного в понимании чисел пифагорейцами, и в чем же отличие нашего абстрагирования от абстрагирования пифагорейцев. И пифагорейцы абстрагировались (иначе они не пришли бы к числу) и мы, как нам кажется, абстрагируемся от природы (какова методология абстрагирования, в общем-то, несущественно, главное – какой получается результат). И пифагорейцы и мы видим за числами физические объекты. И пифагорейцы и мы отображаем эти объекты в «голых» числах и, следовательно, и их и наши отображения не несут в себе никаких качественных показателей, и эти числа каждый понимает так, как ему хочется: и фигурами, и точками, и частицами, и звездами, и даже Вселенной.

Главное, что не просто объединяет, а является основой понимания числа нами и пифагорейцами, заключается в том, что эти числа не несут в математике никакой качественной нагрузки. Они безразмерностны и обезличены. Они отображают только количественные величины и сами по себе (и в математике), как полагают даже философы, *являются абсолютными абстракциями, а математика становится как бы наукой, оперирующей только с количественными отношениями абстрактных чисел.* И это обстоятельство закреплено в определении математики как *«науки, изучающей количественные отношения и пространственные формы»* [6].

Отметим, что литературы, посвященной анализу качественного аспекта математической размерности, почти не встречается. Большинство математиков даже не подозревают о существовании такой проблемы. И весьма отрадно, что еще в 1996 г. в издательстве «Транспорт» вышла небольшая, но очень изящная и насыщенная монография «О взаимодействии размерностей в математических преобразованиях» А.Н. Митрохина, которую математики, похоже, не заметили [6].

Автор, исследуя проблему количественных и качественных взаимосвязей в математике, констатирует: «***...математика является в настоящее время одной из самых неточных наук.*** *Не в том смысле, что с ее помощью невозможно до какого угодно знака вычислить физическую константу π, или определить любую степень числа, или решить другие, более сложные количественные задачи, а в том, что* ***она через свои понятия, определения и структуры объективно формирует в человеческом сознании искаженное миросозерцание, касающееся сферы взаимоотношений количественной и качественной категорий****. Причиной такого положения является то, что сама математика как наука поставлена человеком на ложное основание, покоящееся на догме, идущей из глубины веков и состоящей в том, что количественная категория* (*число*) *может быть отделена от качественной и может самостоятельно развиваться.* (п/ж курсив везде наш. – *Авт.*)

Одним из доказательств несостоятельности такой постановки вопроса может служить непонимание и неразрешимость в ее рамках «радианной» проблемы. А в целом в математике и смежных с ней точных науках существует целый букет противоречий и неувязок, образовавшихся в результате утверждения этой догмы в качестве аксиомы в науке. По этой причине, как это ни парадоксально, математика в научном мире зачастую воспринимается как «доктрина, в которой мы не знаем, ни о чем говорим, ни верно ли то, что мы говорим» или «…как наука о хитроумных операциях, производимых по специально разработанным правилам над специально придуманными понятиями», т.е. математические знания и результаты математических преобразований в среде ученых ставятся под сомнение и это находит отражение в отдельных трудах, посвященных взаимодействию математики и тесно связанных с ней прикладных наук, когда математические расчеты предлагается проверять на здравый смысл, в том числе в отдельных случаях это представлено в анекдотичной форме.

Апофеозом научного заблуждения при этом можно считать слова, приведенные, например, в работе Г.А. Аракеляна: «… когда физика как наука о природе достигает уровня, при котором основными ее инвариантными конструктами выступают голые числа, а не размерные величины, начинает явственно ощущаться и осознаваться единство физической и математической науки». Вся трагедия этого высказывания состоит в том, что автор, без сомнения обладающий большим багажом современных научных знаний, несмотря на правильный вывод приведенного суждения, способен воспринимать математические и физические величины, физические константы не как размерностные понятия, а как «голые» числа. И он не одинок в своем заблуждении, так как приведенное высказывание не осуждается в научном мире, а воспринимается как нормальное явление. Все имеющиеся факты свидетельствуют о том, что «голые» числа в настоящее время прочно занимают свое место в науке, и ученые, стоящие во главе крупных научных школ, без тени сомнения пользуются такими понятиями, как «безразмерная переменная».

Гипотеза о единстве, на основе которой органически решаются многие выявленные проблемы точных наук, показывает, что «голые» числа сами по себе ничего не могут выразить в законченном виде. Числа, несомненно, могут существовать в нашем сознании как само-

стоятельная количественная категория, однако любое математическое преобразование требует обязательного осмысления взаимодействия качественных частей математических величин, т.е. анализа размерностей. ***Количественная категория вторична, она в образе пустого числа не имеет самостоятельного значения и не может участвовать в математических операциях отдельно от качественного содержания, которое может быть выражено как очень конкретно, так и абстрактно в самом общем виде.*** *Тот факт, что на каком-то отрезке изучения математической проблемы можно оперировать только количественной частью математических величин, например, заучивать или переписывать таблицу умножения без анализа качественного содержания сомножителей и произведения, не дает основания принимать это в целом как аксиому или некий всеобщий закон. Для полного и правильного восприятия количественной операции следует ясно представлять себе, каким образом данная математическая процедура согласуется с взаимодействием качественных частей математических величин, т.е. взаимодействием размерностей.*

Отнесение физических констант, включая π, а также различного рода коэффициентов к «голым» числам является глубочайшим заблуждением современной науки».

Автор работы [6] не ограничился констатацией некорректности использования в математике голых чисел, но и, что более важно, предложил и обосновал гипотезу о единстве количественных и качественных категорий во всех разделах математики. Мы согласны с А. Митрохиным в необходимости единства качества и количества в математике, но не будем перелагать его гипотезу, ограничившись отсылкой читателей к первоисточнику, отметив только, *что ни в одном разделе математики невозможно корректное производство математических операций без участия в математических преобразованиях качественных составляющих.* Поскольку работа А. Митрохина существенно расширяет знание области неопределенности и заблуждений в математике, полагаем необходимым привести, с небольшими сокращениями, в нашей работе в приложении №1 «Заключение», которое было получено им в результате исследования и которое само по себе достаточно полно отражает как гипотезу, так и итоги проделанного исследования.

Отметим, что единство количественного и качественного в математических преобразованиях, за использование которого в полном объеме ратует А. Митрохин, не надуманная проблема, а является следствием логического абстрагирования от качественных категорий реального мира (наибольшей общности) к математике. Однако во времена оные абстрагирование от качества было проведено таким образом, что качественные категории, сопровождающие математические потребности, и обуславливающие появление соответствующих чисел, оказались отброшенными не только мысленно, но и практически. И эта, достаточно простая операция, необходимая как частность узкого круга практических потребностей («голые» числа почти не применяются в практике, за ними всегда стоят либо предметы, либо качества) была распространена на весь математический аппарат, что и послужило основанием считать математику только количественной наукой. Подходит пора возвращения к истокам, пора возвращения качества в математику.

Мы не приводим еще ряда других заблуждений, которые будут затрагиваться по мере изложения материала, но убеждены, что и ими перечень некорректных представлений в математике не ограничивается. Появление некорректностей – естественное следствие поэтапного, от частного к общему, изучения человеком природных явлений, но их виртуальное наличие в теории оказывает постоянное негативное воздействие на адекватное восприятие законов природы и на развитие самой математики, и тех наук, в которых она находит применение.

Эти заблуждения особенно наглядно проявляются в теории чисел. Той самой теории, которая считается «продуктом чистого разума», и с которой начинается отрицание возможности применения в математике законов диалектики. Посмотрим, имеются ли хоть какие то основания для такого отрицания.

1.5. Диалектические законы в математике

Появление диалектического мышления, так же, как и математического, было невозможно до такого периода развития общества, на котором оно достигает способности абстрактного восприятия действительности. Причем развитие математического аппарата, вызываемое практикой, могло значительно опережать познание диалектики и, соответственно, оказывать существенное воздействие на постижение ее законов и категорий. Можно полагать, что именно математика (арифметика и геометрия) породила диалектическое мышление. Диалектика же как наука, развившись и охватив своим влиянием все остальные науки (кроме математики), позабыла о своих «родителях». Иначе чем объяснить, что современная математика оперирует, как полагают, обезличенными числами, абсолютно абстрактными количественными отношениями, и числа сами по себе не несут в математике никакой качественной нагрузки и не «подчиняются» законам диалектики.

Отметим, что все эти уверения в бескачественности и обезличенности чисел не очень-то соответствуют истине. На самом *деле в математике нет ни одного самого по себе бескачественного или обезличенного числа. Подчеркнем – ни одного*! И это утверждение касается не качественного сопровождения чисел, а непосредственно самих «голых» чисел.

Да, действительно, математические числа, сами по себе, не обладают ни одним природным свойством и выраженной не численной индивидуальностью. Только с этой точки зрения они бескачественны и обезличенны. Однако числа обладают так называемыми формальными свойствами, которые не являются качественными, соответствующими природным свойствам, и потому не имеют размерности, а, следовательно, и не различаются между собой. Это обстоятельство как бы тоже свидетельствует о том, что числа – продукты творчества свободного ума, отказавшего числам в качественной размерности, и как вывод – безразмерностные числа не могут описывать диалектику природных процессов.

Но сами для себя и того множества, в которое эти числа входят, они обладают и качеством и, как уже упоминалось, индивидуальностью (иначе не видать бы им этого множества) будучи даже безразмерностными. Только их качественность имеет характер формального группового различия и не сразу определяется. К тому же количественная величина числа не считается индивидуальностью, поскольку можно написать бесчисленное множество чисел тождественных по количественной величине. (Например, в квантовой механике постулируется тождественность всех фотонов и электронов. Однако это не мешает физикам считать, к примеру, электрон не формальным образованием, а частицей, то есть индивидуальностью. Тем не менее, формальное тождество количественных величин многих чисел лишает на сегодня данные числа индивидуальности.)

Познакомимся с «обезличенными» числами бесконечного натурального ряда, названного Гегелем «дурным» за его «кажущуюся» бескачественность. Основное свойство чисел натурального ряда заключается в том, что операции сложения, вычитания и умножения с ними обусловливают появление тоже целых чисел. Рассмотрим элементы этого ряда и выясним, являются ли его члены качественными или бескачественными числами:

0; 1; 2; 3; 4; 5; … …25; 26; …

или

0 1 2 3 4… …25 26 …

Прежде всего, фиксируется то обстоятельство, что каждое число – целое, отделенное от другого целого точкой с запятой, запятой или некоторым пространственным промежутком. Это настолько привычно, что не вызывает никаких вопросов. А между тем вопрос присутствует: *Зачем отделять числа друг от друга, если они и количественно, и качественно обезличены?*

Оказывается если их не отделять, то бесконечного ряда просто не будет. Появляется не ряд, а что-то бесформенное и неопределенное. Поняв это, делаем первый вывод: *чтобы иметь дело с определенными числами необходимо нужное количество цифр некоторым образом отделять от другого количества цифр* (т.е. использовать геометрию). *Эта* известная всем с первого класса немудрящая *процедура в диалектике является процессом наделения тела–целого качеством отдельного*. По аналогии с выделением отдельного из целого констатируем: ***каждое математическое число само по себе обладает формальным качеством отдельного** и уравнивается этим качеством со всеми другими числами. И как отдельное оно не имеет размерности.*

Данное отдельное становится хотя и формальным (не имеющим размерности), *но действенным качеством, объединяющим каждое число со всеми остальными числами. Каждое число – математическое целое*. Такое же целое в математике, как материальное тело целое в природе. В нем неявно заложены свойства всех чисел математики. Оно, данное число, – «срез» в определенном месте бесконечного числового поля, представление чисел данного места. Вместилище всего множества чисел, проявленное через одно число. *Оно математическое целое, выраженное посредством цифр или определенных знаков. Количество этих цифр и их численные величины – индивидуальность числа, его **количественное свойство**.*

Отдельность – единое свойство всех абстрактных математических чисел. Через него у множества чисел появляется общее качество – отдельное, превращающее каждое число в математическое целое. *А само число становится отдельным числом только тогда, когда оно отделено от другого числа некоторым подобием пространства или* *знаком, отображающим пространственность* (прослеживается аналогия с разделением тел), *и имеет свою индивидуальную численную величину*.

Надо полагать, что математическое целое не то же самое, что телесное целое. Оно есть формальное «образование» и определяет только отдельность формы числа (поскольку не имеет размерности), можно сказать формальную отдельность одного, составленного из цифр числа, от другого. В этом случае, ***численная величина отдельности становится ее другой качественной определенностью****, оставаясь также и ее индивидуальной величиной*. И потому уже невозможно считать численную величину одной отдельности бескачественной относительно численной величины другой отдельности. Отсюда следует второй вывод: *формальное безразмерностное количество приобретает в отдельном своеобразное значение качества, то есть, образует* ***единое для всех чисел количественное (численное) качество,*** *оставаясь индивидуальным для данной отдельности, для данного числа.* Рассуждая онтологически, перед нами элемент своеобразного «превращения» численной (количественной) величины числа в его качественную составляющую, ту самую составляющую, которая и обусловливает существование закона перехода количественных изменений в качественные. Именно единое для всех чисел качество – «количественная величина числа» и определяет возможность проведения различных математических операций с числами.

Проведем еще одну операцию с рядом натуральных чисел. Не будем убирать точку с запятой, а уберем через число одну точку сверху. Например:

$0{,}1;\ \ 2{,}3;\ \ 4{,}5;\ \ \ldots;\ \ 25{,}26;\ \ \ldots \to \infty$.

Получается осмысленный ряд. Но это уже не ряд целых чисел, а ряд чисел дробных. Причем в данном ряду не окажется ни одного целого числа. Однако *все числа ряда обладают качеством отдельного и по этому качеству едины сами по себе и с целыми числами. Но у них появилось и новое качество, – качество дробности. И это новое качество делает целые и дробные отдельности качественно несопоставимыми между собой. Качественно различными числами по формальной количественной качественности.*

Если качество целого единственно (в том смысле, что ряд заполнен только целыми числами), то качество дробного количества – множественно (дробные числа проявляют множество различных, формальных качеств). Но именно целые числа «порождают» большое разнообразие чисел дробных. И потому, без целого не получается дробного.

Целые числа тоже образуют множество. Например, множество различных, последовательных чисел натурального ряда, проявляющихся в процессе добавления к величине предыдущего числа количественной единицы. Процесс добавления единицы нарушает качественную однородность натурального ряда, образуя два новых качественно различных вида чисел:

– четные числа;

– нечетные числа.

Это хорошо известное качественное разделение целых чисел в арифметике и заложено в основу одного важнейшего гносеологического понятия – «противоположности». Обратим внимание: понятия «четное» и «нечетное» не несут никакого противоречия. Они противоположности, понимаемые как:

– четное одно количество,

– нечетное другое количество.

И ничего более. Это не логические противоположности типа да – нет, или «+», и «–», обусловливающие возникновение именно логического противоречия, хотя они по внутреннему смыслу тоже не противоречивы. *Это те количественные противоположности, которые составляют сущность диалектического закона противоположностей. В таком понимании противоположности отсутствует даже намек на противоречия. Противоположностью оказывается различие чисел по численной величине, по количественному качеству.* И только.

Без чисел, входящих в натуральный ряд, невозможно представить никаких целых чисел. При этом их разнородность начинается не с четных и нечетных чисел, а с первых двух цифр ряда 0 и 1, значительно отличающихся по своим свойствам от других чисел ряда.

Нуль и «ничто», и «все». Нуль – число особого качества. Единственное число в натуральном ряду, обусловливающее проведение таких математических операций, которые не могут проводиться ни с одним другим числом. Оно не относится ни к четным, ни к нечетным числам. Оно само по себе число.

Единица тоже качественно особое число и как начало счета натурального ряда чисел, и как число, не подвергающееся степенному «воздействию», и как делитель или сомножитель других чисел и т.д. Оно целое, основа качественного отдельного всех чисел. Предтеча различия целых, дробных и других «необычных» чисел.

Однако в математике на сегодня понятия о качественном различии между целыми и дробными числами отсутствует. И потому последовательный натуральный ряд целых чисел не считается полным, поскольку между любой парой целых чисел как бы можно расположить сколь угодно большое количество чисел дробных.

Эта удивительная логика почему-то забывает, что в промежутке между любыми двумя целыми числами находится не только множество простых дробных чисел, но и не меньшее количество тоже дробных иррациональных чисел. И стоит оказаться в этом промежутке хотя бы одному иррациональному числу, то его будет достаточно, чтобы прервать последовательность любой пары чисел, демонстрируя тем самым качественное отличие дробных чисел от целых, и бессмысленность утверждения о возможности существования между целыми числами даже одного дробного числа. Новое качество – свойство иррациональности, обусловливает невозможность завершения вычисления чисел и требует, как будет показано далее, осмысленного использования их в уравнениях, особенно при возможности сокращения на иррациональные числа.

Данный пример демонстрирует нахождение среди конечных, дробных чисел (дробление которых заканчивается на некоторой операции), чисел иного качества, вычисление точной величины которых не заканчивается за бесконечный промежуток времени. Да и сами целые числа легко и незаметно включаются в состав дробных простым добавлением «бесконечного» количества нулей после запятой или делением целого числа на единицу. Например, 25/1. (Это обстоятельство и спровоцировало представление о возможности расположения между целыми числами бесчисленного количества дробных чисел.) Каждое дробное число, как и целое, является индивидуальным по своему количественному качеству и единым со всеми другими числами по качеству «отдельного».

Но качественное разнообразие математических величин не заканчивается делением их на четные и нечетные, целые и дробные. Вслед за ними появляются числа соизмеримые и несоизмеримые, иррациональные и трансцендентные, мнимые и комплексные, гиперкомплексные и … т.д., демонстрируя формальную многокачественность самих математических величин. И, следовательно, возможность проведения математических операций с ними не только по качеству отдельного (которое у некоторых видов чисел может, по-видимому, оказаться несколько иным), но и по другим качествам.

Таким образом, *каждое математическое число обладает, по меньшей мере, двумя формальными диалектическими свойствами-качествами (формальными, поскольку они не имеют размерности и качественно не связаны между собой), превращающими их в отдельности и индивидуальности:*

Качественное свойство, – отображающее отдельное;

Количественное свойство, – индивидуальная величина числа.

Убедившись в том, что в математике отсутствуют «голые» числа, познакомимся в самой общей форме с теми процессами, которые носят название математические операции.

Математические операции с числами – это всегда качественные процессы даже тогда, когда они проводятся с «бескачественными» числами. И они протекают, как это показано выше, в полном соответствии с законом отрицания отрицания. Но те же самые процессы являются одновременно и процессами перехода количественных изменений в качественные. Покажем это на примере простого сложения:

$2 + 2 = 4.$

Два тождественных однокачественных по отдельности и по численной качественности целых числа при сложении образовали целое, отдельное того же качества, но другой по признаку отдельности численной величины, количественной качественности. Новую отдельность, не равную ни одной из двух слагаемых отдельностей, и ничем не напоминающую эти отдельности. И, следовательно, количественно иную отдельность. Отдельность иного количественного качества. То, что она имеет иное качество, нам не заметно уже потому, что мы не считаем количественную величину качественным показателем, поскольку считаем ее обезличенной безразмерностной и не обладающей вещественным качеством. Но обезличенность не может являться основанием для постулирования отсутствия качеств. Математические качества хотя и имеют формальный характер, но *их формальность не противоречит диалектическим законам, и более того обуславливает математическим операциям возможность строгого соблюдения законов диалектики*. И уже поэтому изменение количественной величины любого числа само обусловливает изменение того или иного качества. Особенно это заметно на операциях со степенями. Возьмем, например, целое число 2 и извлечем из него квадратный корень.

$\sqrt{2} = 1,414213562\ldots$.

До извлечения квадратного корня имелось два формальных качества: целое – как отдельность и целое число – как количество. В результате извлечения корня получили: сохранение одного качества – целого, как отдельности. И появление другого количественного качества – дробности. Но эта дробность, как бы не является «правильной» дробностью, она несоизмерима ни с другими дробями, ни с другими числами, поскольку обладает еще одним дополнительным, формальным качеством – иррациональностью. Данное качество выделяет иррациональные числа не только из целых чисел, но и из дробных. Оно обуславливает им свойство численной нескончаемости, а, следовательно, и невозможность проведения точных математических операций ни с целыми, ни с дробными, ни с иррациональными числами.

Получение новой количественной величины при извлечении квадратного корня из числа 2, породило новое формальное качество, отличающееся от всех остальных математических качеств. И так же, в полном соответствии с законами диалектики, проявлялись другие формальные математические качества, вызывая изумление своей «несуразностью» и, понятной всем математикам, ненадобностью. И математики, начиная с Пифагора, прилагали массу усилий для борьбы, в течение десятилетий и столетий, с этими «несуразностями», не замечая, что противоборствуют законам диалектики.

Представление о том, как с древнейших времен кардинально решаются проблемы осознания новых открытий в науке, и в частности в математике, дает нахождение иррациональных чисел пифагорейцами, описанное в [3]: *«Открытие несоизмеримых соотношений легенда приписывает Гиппазию из Метапонта (V век до н.э.). По преданию, в тот момент, когда Гиппазий пришел к этому открытию, пифагорейцы находились в открытом море, – и они выбросили Гиппазия за борт, обвинив его в том, что он привнес в мироздание элемент, противоречивший пифагорейскому учению о сводимости всех явлений природы к целым числам или их отношениям».*

Если даже этот случай является легендой, то это очень показательная легенда, демонстрирующая наглядно, как тяжело воспринимается учеными все то, что вносит элемент нового в уже устоявшуюся научную парадигму.

Естественно, что закон перехода количественных изменений в качественные действует во всей математике включая геометрию. Покажем это на простом геометрическом примере. Допустим, на плоскости проведена прямая *A* (рис. 15), и нам неизвестно какими свойствами обладает пространство этой плоскости. Пока прямая одна, никаких вопросов не возникает. Прямая *А* – одно, пока неизвестное качество. Проведем еще одну прямую *Б*. Две прямые – это уже другое качество. Нам еще неизвестно, что это за качество и как оно связано с прямыми *А* и *Б*. Чтобы определить новое качество, необходимо определиться с постановкой задачи. Говорить о постановке задачи без представления о том, какая и для чего нужна определенность, бессмысленно, поскольку у предмета бесчисленное количество качеств. Определенность сводит их к нескольким или даже к одному. Определенность достигается изменением количества рассматриваемых качеств.

Так вот, две прямые на плоскости (в зависимости от их взаимного расположения и пространства, в котором они находятся) могут оказаться параллельными либо в статической геометрии, либо в геометрии динамической. Определенность – это и есть условие проявления того качества, к которому относится рассматриваемое

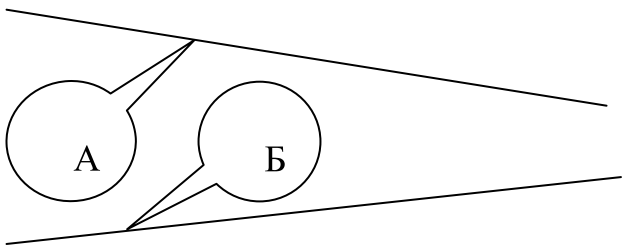


Рис.15.

явление (фигура), а параллельность то новое качество, которое проявилось при добавлении на плоскости к одной прямой другой. ***Добавление нового количества в материальном мире принципиально, и всегда вызывает изменение качества.***

Другое дело, заметно ли нам изменение или незаметно. Но оно всегда есть и всегда определяет нарождающееся новое качество предмета.

Перейдем к еще одному закону диалектики, закону единства противоположностей. Его очень часто и, похоже, ошибочно называют законом единства и борьбы противоположностей. Ошибка начинается с понимания термина «противоположность». Самое распространенное понимание термина включает понятия: контраст, антитеза, полярность и даже антипод, т.е. как бы в определенной степени противоречие. Но в математике не встречаются антиподы. В математике имеются числа и действия, которые хотя и противоположны по своему характеру, но определяются без всякого противоречия как одно и другое. Например, «+» и «–» : одно это плюс, другое это минус. Логические «да» или «нет» тоже обладают таким же качеством: да – это одно, нет – это другое.

Наконец, как было показано выше, последовательные четные и нечетные числа натурального ряда, которые естественно не являются противоположностями, и различаются только на единицу, тем не менее, определяются логически как противоположности. И можно сделать вывод, что *противоположность это не противоречие, а две стороны одного и того же количественного качества: одно и другое.*

Противоположность это не противоречие, а другое. То же самое, но другое. То же самое по качеству отдельности, но другое по количественному качеству. Математическая противоположность это численное отличие одной отдельности от другой. Количественная характеристика отдельного, или его другое качество. То самое, что отличает по величине одно число от другого. Противоположность это то, что исключает тождественность. Противоположность это изменение.

Понимание противоположности как существования полюсов у отдельного и их резкого противостояния вплоть до противоречия это не диалектика, это покушение на диалектику. Противоположность, понимаемая как противостояние, как противоборство, между качествами «отдельностей», отсутствует и не может возникнуть. Ибо это не количественное качество. Оно безразмерностная отдельность, подобная всем другим отдельностям и не изменяющаяся до определенного состояния с изменением своей количественной величины. *Противоположности одной отдельности в математике не антагонистичны, они одно и то же, но разного численного количества.*

Что-то приближающееся к противоречию, а скорее к безразличию, по-видимому, возникает в математике при неодинаковом изменении количественной величины каждой отдельности. Например, числа 4 и 3 – отдельности, сопоставимые между собой по количественному качеству. Допустим, число 3 возрастает и достигает величины $3{\cdot}10^7$ или другой величины. Оно становится несопоставимым с числом 4, хотя оба они продолжают обладать одинаковым качеством отдельности, и никакого противоречия между ними не возникает. Дальнейшее возрастание числа $3{\cdot}10^7$ переводит, его по количественной величине, в ранг бесконечности ∞. Число $3{\cdot}10^7$ в новом ранге ∞, становится неопределенным по численной величине и, следовательно, хотя и остается той же самой отдельностью, переходит в новое количественное качество. Качество, полностью несопоставимое с числом 4 и потому ему не противоположное, а безразличное, поскольку ни в одной математической операции они совместно уже не могут быть задействованы. И невозможно определить, противоречит ли отдельность бесконечного количества отдельности количественной величины числа 4. В математике, похоже, такое противоречие не возникает, поскольку, *в отличие от природных качеств,* ***формальные математические качества не обладают всеобщими взаимосвязями***.

В вещественной природе, в отличие от математики, все качества взаимосвязаны. Однако, качество отдельного не является свойством или составной частью остальных качеств тел и не взаимосвязано с ними. Оно отображает только телесную безразмерностную самость – *целое*. Сами качества вещественных тел остаются неизменными до тех пор, пока существует сложившаяся взаимосвязь между ними. При изменении условий существования вещественных систем, так же как и в математике, происходит изменение численной величины каждого их свойства, постепенно перестраивающее эти взаимосвязи. *Поскольку перестройка взаимосвязей происходит в условиях нелинейного изменения численных величин всех свойств (нелинейная деформация свойств), то наступает момент, когда некоторое свойство (свойства) разрушается, вызывая перестройку связей между всеми остальными свойствами. Происходит качественный скачок, количество переходит в качество. И возникает другое целое, другое вещество, имеющее другую количественную величину параметров и иную форму взаимосвязи всех свойств, иное качество.* Вещество с иной численной величиной качеств, и может оказаться противоположным ранее существовавшему, возможно даже «антагонистичным» ему.

Таким образом, *состояние, сопоставимое по одному качеству в формальной системе качеств, не может привести к противоречию, а только к противоположности*. Противоречие возникает при несопоставимых численных величинах различных материальных качеств. *Противоречия всегда вызываются разными величинами качеств.* Противоположности – одинаковые качества, но разные численные количества свойств тел. Отсюда в материальной природе не может быть тождественных элементов. Постоянное численное изменение отдельного свойства тела (системы) – путь к противоречию.

Качество противоположности даже в математике может обусловливать стремление к изменению. Допустим, что имеется два последовательных числа 4 и 5. С первого же взгляда ясно, что это последовательные числа натурального ряда. В то же время они различны между собой количественно и как бы противополагаются друг другу (четное и нечетное), представляя собой количественные противоположности. Однако эти противоположности вызывают не противопоставления или противоборство, а понуждение к развитию ряда. И мы, интуитивно, не задумываясь, представляем, что слева от 4 может находиться только 3, а справа от 5 только 6. И понимаем, что этими, еще отсутствующими числами, ряд не заканчивается. Числовой путь только начинается и конца ему не предвидится. Это числовое единство отдельного, противоположного только по количественной величине, и вызывает внутреннее побуждение к развитию и к движению.

И можно констатировать*: законы диалектики не нарушаются ни в одном разделе математики.* Именно это обстоятельство и обусловливает математике поражающую всех универсальность и точность при использовании ее в естественных науках.

А теперь, переходя от математики чисел к геометрии, рассмотрим понятие «бесконечность» как то, что определяет пространственную протяженность (распространенность) природы и входит в качестве одной из базовых составляющих в геометрию.

1.6. Идеология пространственной бесконечности.

Понятие «бесконечность» – ∞ – зародилось, скорее всего, при осмысливании последовательности натурального числового ряда. Последовательность натурального числового ряда – очень интересная вещь. Слово «по… следовать», или следовать ПО чему либо, недвусмысленно указывает на движение. Скажем, я двигаюсь по поверхности Земли и втыкаю колышки с табличкой (рис. 16).

Здесь колышки (цифры) неподвижны, а я двигаюсь с мешком колышков. Так вот, то, что воткнуто, пребывает неподвижным, а то, что в мешке, двигается со мной. В сущности, *числовой ряд – это процесс, который начинается от точки, в которой мы в данный момент находимся. Все поставленные цифры – колышки относятся к другому классу – к классу неподвижных объектов*. И поэтому никакой бесконечности ни дурной, ни хорошей нет. Есть две вещи:

а) *ограниченное и точно известное число неподвижных объектов* (мы их поставили);

б) *есть процесс, который конечен в силу дискретности, создаваемой колышком «n» и колышком «n+1».*

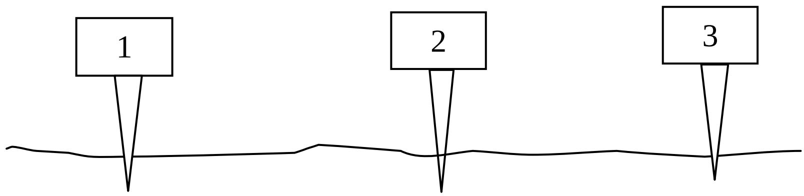


Рис. 16

Строго говоря, идея бесконечности возникает в уме, который не фиксирует, что фактически совершаются два маятникоподобных движения, а именно: «рывками» движение в сторону возрастания ряда и быстрое и непрерывное мысленное возвращение в начальную точку 1. Последнее позволяет сохранить и возобновить в памяти начало процесса, ибо только начало обеспечивает бесконечность движения от него. Иначе мы в любой отрезок времени (через час, через год, через миллион лет) будем иметь дело с двумя колышками n и n +1.

Общий вывод: *Дискретное, то есть конечное* (*отграниченное*) *по определению, никогда не образует бесконечность* – ни как движение, ни как процесс, ни как нахождение рядом, ни как отображение пространства.

Бесконечность возникает лишь как обратная сторона безначальности, о которой мы ничего сказать не можем, так как все, с чем мы имеем дело, конечно (дискретно, отдельно), а, следовательно, начально. *Безначальное – это непознаваемое целое.*

Вся наша космогония, да и все остальное, использующее понятие ∞ в физике и математике, – есть не более чем игра ума, построенная на иллюзии, что конечное отличается от бесконечного только тем, что в одном случае мы видим границу, а во втором она скрыта во мраке. И здесь забывается, что *конечное это одно качество, бесконечное – другое, к тому же неизвестное, качество*. А потому некорректно говорить о бесконечности природы или мира. Мир безграничен (т.е. и безначален и бесконечен одновременно) – поэтому нет никаких оснований для переноса любых умственных (или наблюдаемых в опытах) построений с граничными (дискретными, отдельными, конечными) объектами на него. Отсюда и все математические трюки с Вселенной, которая становится хоть и бесконечной, но ограниченной.

Для демонстрации непонимания бесконечности приведем пример о возрасте Вселенной из Клайна [3]:

«Начиная с Аристотеля, математики проводили различия между актуальной бесконечностью объектов и потенциальной бесконечностью. Чтобы пояснить эти понятия, рассмотрим возраст Вселенной. Если предположить, что Вселенная возникла в какой-то момент времени, в далеком прошлом, и будет существовать вечно, то ее возраст потенциально бесконечен: в любой момент времени возраст Вселенной конечен, но он продолжает возрастать и, в конце концов, превзойдет любое число лет. Множество (положительных) целых чисел также потенциально бесконечно: оборвав счет, например, на миллионе, мы всегда можем затем прибавить к нему 1, 2, и т.д. Но если Вселенная существовала в прошлом всегда, то ее возраст в любой момент времени актуально бесконечен. Аналогично множество целых чисел, рассматриваемое в «готовом виде» как существующая совокупность, актуально бесконечно».

Этот пример очень показательно демонстрирует непонимание качества бесконечности:

– Если Вселенная возникла, то она не может существовать вечно, так как вечно – это существовать всегда.

– Если же Вселенная существует всегда, то она не имеет возраста, так как растет только то, что ранее возникло, то есть, что движется от … к … , и, следовательно, конечно.

Отсюда *бесконечное множество целых чисел в «готовом» виде существовать не может даже мысленно*, поскольку для своего существования оно требует числа, с которого начинается отсчет. То есть наличия границы.

Поскольку бесконечное как безграничное качественно отличается от конечного, и неизвестно в чем заключается это отличие, ***математические операции с бесконечностью по правилам логики неправомерны****. Единственное качество, которое известно о бесконечности, это безграничность, одновременное существование бесконечности и безначальности* (полностью отсутствуют колышки, как и числа). Но если сущность бесконечного – безграничность, то ставится под сомнение корректность целого сонма математических теорем и даже разделов, например, теории бесконечных множеств Кантора, и, в частности, идеи взаимно однозначного соответствия между множествами. Взаимно однозначное соответствие предполагает, что на всем протяжении безграничного числового поля качество определяемого пространства и чисел, его заполняющих, *остается неизменным*. То есть *опирается на формальную бескачественность чисел* самих по себе. Покажем это еще на одном примере из того же Клайна [3]:

«Основная идея сводилась к установлению взаимно однозначного соответствия между множествами. Так, 5 книгам и 5 шарам можно сопоставить одно и то же число 5 потому, что книги и шары можно разбить на пары, каждая из которых содержит по одной и только по одной книге и по одному и только по одному, шару. Аналогичное разбиение на пары Кантор применил, устанавливая взаимно однозначное соответствие между элементами бесконечных множеств. Например, взаимно однозначное соответствие между положительными целыми числами и четными числами можно установить, объединив те и другие в пары:

1 2 3 4 5 …

2 4 6 8 10 …

Каждому целому числу при этом соответствует ровно одно четное число (равное удвоенному целому), а каждому четному числу соответствует ровно одно целое число (равное половине четного). Следовательно, в каждом из двух бесконечных множеств – целых чисел и множества четных чисел – элементов ***столько же****, сколько и в другом множестве. Установленное соответствие (то, что все множество целых чисел можно поставить во взаимно однозначное соответствие с частью этого множества) казалось неразумным предшественникам Кантора и заставляло их отвергать все попытки рассмотрения бесконечных множеств. Но это не испугало Кантора».*

Предшественники Кантора интуитивно чувствовали, что за понятием бесконечности, может оказаться нечто неопределенное и неизвестное, что и заставляло их сомневаться в возможности объединения бесконечного множества чисел в единое множество даже во взаимно однозначном соответствии. Но объединение оказывается невозможным в первую очередь потому, что сами *числа обладают формальными качествами*. Мы об этом можем и не догадываться, но числа-то этого никогда «не забывают». И в указанном примере во взаимно однозначное соответствие ставятся цифры числовой последовательности натурального ряда, не имеющие качества (смешаны четные и нечетные числа), числам четным, то есть имеющим одинаковое качество, и получаем сапоги всмятку. Это одно. Другое же заключатся в том, что в безначальности-бесконечности мы произвольным образом устанавливаем начало – 1 в первом ряду и 2 во втором, что несопоставимо, поскольку неизвестно, к какой отдельности принадлежит первое нечетное число и второе – четное число. А это уже совсем иное «взаимно однозначное» соответствие, не имеющее никакого отношения к бесконечным множествам. И получается, что «бесконечное множество» Кантора очередная иллюзия, мешок, в отверстие которого сыплется все, что попало (в основном цифры как значки или числа как величины). Возможны два варианта:

1. Мешок не имеет дна (не является множеством как объектом) и как был пустым, так пустым и остается в любой момент «заполнения»
2. Мешка нет вообще, – есть только воображаемое отверстие и «вещественные числа», которые берутся снизу и суются в отверстие сверху.

И то и другое не имеет отношения к понятию бесконечности.

Опираясь на бескачественность математических понятий, Кантор установил невозможное – взаимно однозначное соответствие между точками прямой, плоскости и n–мерного пространства. При этом игнорировалось, что *каждый из этих протяженных объектов обладает самостоятельным качеством, различной размерностью* и потому не может находиться во взаимно однозначном соответствии друг другу. А их качественное различие, как и качественное различие целых и дробных чисел, не может образовывать взаимно однозначного соответствия.

Но вернемся к математике и вспомним, что понятие бесконечности в современной науке в первую очередь является понятием математическим. По-видимому, исторически свое начало оно ведет из древних Индии, Египта и Греции. Мыслилось оно и как реальное вещественное пространство, бесконечное вширь (в смысле отсутствия внешних границ, безграничное наружу). И как пространство каждого места, бесконечное «вглубь» (в смысле бесконечной делимости, безграничное внутрь). В свою очередь качественная бесконечность мыслилась двояко: как движение, нескончаемый процесс, постоянное становление (потенциальная бесконечность) или как нечто мысленно данное, имеющееся пустое бытие (актуальная бесконечность). Опуская иные определения бесконечности из-за их недостаточной диалектической обоснованности, рассмотрим оставшееся в науке деление, опять же на две части, понятия «бесконечность». И эта своего рода дихотомия тоже не является случайностью. Она – следствие диалектического обобщения категорий покоя и движения и распространение этого обобщения за границы окружающего мира. При этом потенциальная вещественная бесконечность (протяженность) символизирует непрерывность движения, его постоянную незавершенность, неопределенность и неисчерпаемость в любой области пространства как вглубь, так и наружу. Бесконечность же актуальная в свою очередь мыслится (именно мыслится, поскольку не имеет никакого отношения к реальной бесконечности) как пустота с плавающими в ней отдельными телами, как статическая данность, существующая повсеместно в виде некоторых структур и проявляющаяся в самых различных, вещественных объектах в безграничной области пустого пространства. Но проявляющаяся не как всеобщая, зримая субстанция, не как взаимосвязанная с пространством сущность, а как вкрапинки единой картины, как элементы неподвижной мозаики, выхваченные без связей из общей системы актуальной бесконечности, представители единой, мыслимой абсолютно абстрактной структуры мира (основа абстрактной статической геометрии).

Можно предполагать, что отображение и актуальной, и потенциальной бесконечности в геометрии есть следствие, с одной стороны логики отображаемого предмета и своеобразия реального мира, а с другой – влияние на восприятие этого мира особенностей ощущения человека. Поэтому при рассмотрении геометрической бесконечности приходится интегрировать эти области на актуальные и на потенциальные аспекты проблемы. Попробуем определить диалектику качеств, которые следует ожидать и в актуальной мыслимой, и в потенциальной бесконечности. Рассмотрение начнем с достаточно изученной, но это не значит, что с более понятной, не имеющей четких границ в математике, актуальной бесконечности.

Актуальная геометрическая бесконечность – метрическое трехмерное пустое (следовательно, только мыслимое), изотропное, однородное пространство – понимается как самостоятельная субстанция, наполненная статической (тоже мыслимой) материей – точками, структурированной по иерархии равнозначных бесконечностей. Она воспринимается внешним наблюдателем как фон, как метрическое, трехмерное изотропное пространство. Пространство как субстанция точек и фигур безгранично, непрерывно и бесконечно по длине, но не обладает протяженностью, образует однородную и изотропную нематериальную систему (пустую вместимость). Время, как и пространство, самостоятельная субстанция, а потому в актуальной геометрической бесконечности отсутствует. При теоретическом описании предметов актуальной бесконечности материальные объекты заменяются точками, связи иногда линиями, а чаще опускаются, что может приводить к распадению взаимосвязей системы. Прямые и точки равнозначны и взаимообратимы во всем бесконечном пространстве. Движение точек фиктивно, мыслимо, нереально и как бы воспроизводит (проявляет) элементы уже наличествующей структуры, но воспроизводит не как результат движения, а как проявление уже имеющихся, но скрытых в этой области данных фигур и элементов. Движения, как изменения положения точки (фигуры) относительно пространства или других фигур, в актуальной геометрии не существует. Проявление, отображаясь траекториями, происходит без взаимодействия с пространством, т.е. по инерции.

Актуальная бесконечность геометрически представляется как вневременной набор в определенном порядке некоторого множества протяженных (безграничных) равнозначных и непрерывных структур, не имеющих конца и как бы налагающихся друг на друга. Качественные различия между структурами отсутствуют. Переход от одной бесконечности к другой осуществляется скачком (и трудно представим). Метричность (при ее использовании) ни в фиктивном (мыслимом) движении, ни в переходе по количественной величине не меняется. Реальное движение в актуальной бесконечности неосуществимо. Каждая из «возникающих» в ней геометрий описывает параметры одной или нескольких структур.

Отсутствие качественных свойств и связей между геометрическими структурами обусловливает возможность теоретического рассмотрения четырех и более мерных, актуальных бесконечностей, хотя эмпирического подтверждения этому не наблюдается, и нет ясности в понимании того, что же определяет пространственную мерность, так же как и нет подтверждения замкнутости или искривленности пространства. Фиктивная замкнутость или искривленность – следствие теоретического применения методов определения кривизны Гаусса и варьирования граничными условиями, предполагает возможность существования безграничного, но конечного пространства, и не является элементом актуальной бесконечности, а некорректным смешиванием плоскостности (одного качества) с протяженностью (другого качества), к тому же относящегося не к актуальному, а к потенциальному пространству.

Здесь следует отметить ошибочность введения в геометрию Риманом понятия «безграничного» пространства как некоторого аналога понятию «бесконечного». Безграничное, по Риману, понимается не как поверхность некоторой ничем не ограниченной бесконечной протяженности, а как поверхность конечной протяженности, не имеющей границ. В качестве примера указывается на поверхность сферы, которая не имеет границ, но, тем не менее, конечна по численной величине. Здесь имеет место путаница в понятиях. Она вызвана отсутствием в современной геометрии понятия «качество» и игнорированием протяженности как качественного свойства. Понятие протяженность предполагает одним из своих свойств, структурную безграничность во всех направлениях от любого центра или рассматриваемой точки. Т.е. то качество, которым не может обладать сферическая плоскость – другое качество. И потому понятие сферическая безграничность не является аналогом понятия бесконечность. Оно всегда отграничение одного объема от другого. Всегда конечное для определенного направления протяженности, кроме параллельного. (Для сферы – ограничение протяженности во всех направлениях, если исходить из ее центра, т.е. ограничение бесконечности.)

Введение в некоторое геометрическое пространство актуальной бесконечности несобственных точек, прямых и абсолюта, нарушает равнозначность геометрических элементов, деформирует актуальность и привносит в данные статические геометрии отдельные качества потенциальной бесконечности. И это вполне естественно. Актуальная и потенциальная геометрии, похоже, неразрывны в формальном мышлении и в своих отображениях, но не в природе.

Все геометрии, кроме статической геометрии Евклида, как и возможно вся математика, построены с использованием как свойств актуальной, так и потенциальной бесконечности. Однако в них значительно преобладают свойства актуальной бесконечности. Изучение свойств потенциальной бесконечности только начинается и потому охарактеризовать их значительно сложнее, да и геометрия, имеющая своим базисом потенциальную бесконечность, только создается. Рассмотрим некоторые из свойств, которые проявляются в потенциальной бесконечности.

Прежде всего, потенциальная бесконечность предполагает материальность (телесность) пространства и его бесконечное самодвижение. Самодвижение как атрибут материи включает и движение тел относительно самих себя (пульсация) и перемещение их относительно друг друга и пространства. Именно повсеместное нескончаемое движение является символом потенциальной бесконечности. И его полностью отображает девиз, использованный капитаном Немо: «Подвижное в подвижном». Но не только движение.

Материальность и безграничность, понимаемые как бесконечность внутрь и наружу, предполагают наличие качественной иерархической, разграниченной между собой ранговой, ячеистой, взаимосвязанной структуры бесконечностей так, что каждый их уровень дискретен сам для себя и состоит из взаимосвязанных динамических ячеек. Но для «верхнего» ранга эта дискретность проявляется как непрерывность. То есть, как дискретность не различается. Эта непроявляемость дискретности – следствие несводимости одинаковых по мощности (одно качество), но различных по взаимодействию рангов (другое качество).

Пространство потенциальной бесконечности образуется определенным образом структурированной материей и обладает всеми свойствами материальных тел. Искривленность поверхности тел и пространства в смысле Римана, как и Эйнштейна, отсутствует. Свойства тел, включая время, бесчисленны, взаимосвязаны, взаимозависимы и принадлежат всем телам во всем бесконечном пространстве, как и самому пространству.

Тела движутся в вещественном пространстве, взаимодействуя с пространством и изменяя скорость в результате взаимодействия, с одновременным изменением количественных величин своих свойств. Само пространство повсюду неоднородно и анизотропно как вглубь, так и наружу. Его анизотропность проявляется в самодвижении, в существовании напряженностей различных полей, в наличии многоплотностных образований в каждой области пространства.

Потенциальная бесконечность многоплотностна (многомерна). Каждая мерность связана со всеми свойствами тел, образующих пространство, и обусловлена соответствующей плотностью. Введение методом Римана большого количества взаимно независимых мерностей возможно только мысленно и только в актуальном пространстве. Оно не отображает качественных различий в протяженностях и приводит к разрушению взаимосвязи между свойствами пространства.

При переходе к геометрии потенциальной бесконечности следует учитывать, что сложившееся понимание первичных элементов: точки, прямой, плоскости вряд ли применимо в рамках потенциальной бесконечности. Так, точка в потенциальной геометрии представляет собой бесконечную внутрь и отграниченную от внешнего пространства поверхностью сферу определенного ранга (короче – точка это сфера, не имеющая центра). Ее ранг не сопоставим с рангом окружающего пространства. Напряженные точки одного ранга при сближении «отталкиваются», а при раздвигании «притягиваются». То есть обладают физическими свойствами. Поэтому точки одного ранга не могут «выстраиваться» в линию «впритык». Обязательно между ними должно оставаться опять же несоизмеримое по рангу пространство, содержащее нейтральную зону одинаковой с другой точкой напряженности. Точки же различных рангов несовместимы и не могут «соседствовать» друг с другом. Движение точек (в смысле перемещения) сопровождается их качественным и количественным изменениями, а параметры движения определяются напряженностью внешнего поля. Метричность, в смысле существования жесткого неизменного во всех областях пространства единого эталонного метра, отсутствует (следствие анизотропности пространства). Движение твердого тела (метра) в любом направлении (кроме эквипотенциальной поверхности) сопровождается изменением его объема, и, следовательно, протяженности (конечно в сопоставлении со статическим состоянием). Геометрическая линия в потенциальном пространстве – условность. Она может быть проведена от поверхности одной точки до поверхности другой. За этой поверхностью линия стремится в бесконечность к недостижимому центру точки, и потому ее длина тоже бесконечна, *а точка – всегда разрыв линии.* Линией можно полагать след траектории движущейся точки. А поскольку точка в анизотропном пространстве не может двигаться с постоянной скоростью, то «искривление» линии и будет отражать эту реальность.

Движение и самодвижение тел-точек их силовая деформация (динамика) такая же равноправная категория геометрии, как и покой. Однако отображать движение в геометрии сложнее еще и потому, что именно покой как статичность – основная категория, определяющая структуру существующих геометрических соотношений (инвариантов) и одновременно динамичность как инвариантное отображение их бесконечности.

Таким образом, представление актуальной и потенциальной бесконечности имеет как общие свойства, связанные с самой бесконечностью, с ее неопределенностью, и безграничностью, так и различные свойства, характеризуемые для актуальности статичностью бесконечности, а для потенциальности – напряженностью, инвариантным «движением», становлением. Так, актуальную бесконечность наиболее полно отображает евклидова геометрия, а основные положения геометрии, отражающей потенциальную бесконечность, будут изложены ниже. Все остальные геометрии включают в себя в различных пропорциях свойства как актуальной, так и потенциальной бесконечности.

Однако оба вида бесконечности, – актуальная и потенциальная обладают одним общим качеством, которое, как это ни удивительно, до сих пор пропущено в философской литературе, делая ущербным и односторонним само понимание термина «бесконечность».

Рассмотрим, что же, в соответствии с диалектической логикой, означает само понятие «бесконечность», исходя не из понимания безграничной протяженности или пространственной распространенности, а из того, какой термин отображает противоположное понятие.

Общепринято и в учебниках по философии зафиксировано, что антиподом понятия «бесконечное» является понятие «конечное». Но понятие «конечное» предполагает существование у бесконечного «начала». Однако бесконечное потому и бесконечное, что не имеет ни начала, ни конца. Да и само «конечное» существует не потому, что имеется его «антипод» бесконечное, а потому, что существует более явный антипод «начальное». Понятие «конечное» антипод понятию «начальное», по структуре самой логики. Там, где появляется «конечное» почти всегда можно найти «начальное», но практически никогда «бесконечное», разве что в философской литературе. Так как «бесконечное» не имеет ни начала, ни конца, то и быть прямым антиподом конечного оно не может по определению. А поскольку в бесконечном «начало» и «конец» отсутствуют, то антиподом его может быть только термин «безначальное»

Понятие «бесконечное» по диалектике – это одновременно «безначальное».

Безначальное как антипод бесконечного логически отрицает существование конечного. *Там где есть бесконечное, конечного быть не может.*

По-другому говоря, *у бесконечного ни в одной точке пространства не может быть начала. Бесконечный мир по определению не имеет ни конца, ни начала.*

В сущности термин «бесконечное» это проявление антропоцентризма. Субъект всегда «движется» в бесконечность от себя, как от начала, как бы становясь центром мира. Не имея представления о безначальном, мы при бытийном логическом мышлении не можем выйти на понятие «конечное» и вынуждены вводить этот термин «руками», опираясь на эмпирику каждодневного и постоянного общения с конечными вещами. Вводить конечное, логически ошибочно понимаемое как противопоставление бесконечному. О понятии «конечное» философы уже были информированы хорошо, хотя и получили эту информацию, «перепрыгнув» через безначальное.

И, в общем-то, можно было бы и дальше обходиться без термина «безначальное». Но, не имея его, мы не в состоянии объяснить существование конечного в бесконечном. И более того, необъяснимым оказывается то обстоятельство, что бесконечное образуется вещами только конечными, поскольку у данных антиподов отсутствует переход от конечного к бесконечному. При наличии безначального возникает возможность такого перехода. И элементом перехода становится точка, тело другого ранга относительно бесконечного. То есть то, что по своему рангу не сопоставимо ни с чем и не имеет ни начала, ни конца (то, что ни начальное, ни конечное). Точка-тело, возникшая в бесконечности, сама по себе ни начало, ни конец и существует как бы как «неподвижное» образование. Но в природе неподвижность отсутствует и потому, пульсируя в унисон с окружающим пространством, точка приобретает движение. И в момент минимума и максимума пульсации у точки проявляются начало и конец. Безначальное становится начальным, а начальное, это то же, что и конечное. Так проявляет себя конечное в бесконечном. Так структура бесконечного образуется структурами конечными. Так может появляться выделенная точка на бесконечности в любой области этой самой бесконечности. Базисная точка, точка от которой начинается конечное в бесконечном.

Повторимся. Рассуждая о бесконечности и конечности на бытийно-логическом уровне, мы упираемся в скрытое противоречие отсутствия либо бесконечности, либо конечности вещей. Если у бесконечного отсутствует начало, то отсутствует и конец. Получается, что в природе нет ничего конечного. И, следовательно, нет никаких конечных вещей и нас с вами – конечных, рассуждающих о бесконечности. И снова перед нами антиномия и эта антиномия логически не преодолевается. Ее просто пропустили, постулировав самостоятельное существование конечного и бесконечного. Но мы-то существуем, доказывая это даже своими рассуждениями, и тем самым каким-то образом совершаем алогизм, разрешая противоречие. Каким же образом?

Мы уже констатировали, что *бесконечное есть безначальное* и вся природа не имеет ни начала, ни конца. Если этот тезис правомерен, то правомерен и противоположный тезис: *каждая точка пространства* *есть начальная точка конечного, она же и конечная точка бесконечного*. А из этой посылки вытекает одно из основных положений диалектики: *Любая точка пространства и конечна, и бесконечна, и начальна, и безначальна. Все и конечно, и бесконечно. Каждая точка (тело) пространства индивидуальна. Тождественные точки (тела) в нем отсутствуют»*. Конечное и бесконечное в точке есть результат позиции наблюдателя (субъекта). Наблюдатель вне точки (тела) фиксирует ее конечность. «Переместившись» внутрь – фиксирует ее бесконечность.

Но, имея представление о безначальном и начальном, мы встаем перед проблемой: Как определиться в бесконечности с безначальной точкой? Иначе говоря, как выяснить в какой точке бесконечного пространства мы находимся? Ведь если каждая точка пространства индивидуальна, то мы, находясь на ней, должны всегда иметь возможность определить место своего нахождения, определиться с индивидуальностью этого места. Именно это и следует из диалектики начального и безначального. Естественно, что до постановки такого вопроса ответа на него не было. И современная математика такого ответа не дает. Поэтому оставим этот вопрос и перейдем к качественным аспектам математики.

1.7. Качественные аспекты математики

Природа, обозреваемая научными методами, состоит из *отдельностей* и потому главное внимание науки неявно и неосмысленно обращается на понятие «отдельного» и его отображение в основах математических символов, чисел, фигур.

В материальном мире *отдельность* это всегда тело, сохраняющее все материальные свойства (да иначе его невозможно и выделить из окружающего фона). Эта *отдельность фиксируется мыслящим субъектом и бессознательно переносится на любое искусственное отображение и на объем, и на рисунок, и на индекс, и на букву, цифру или знак*. Качество «отдельность» уравнивает в мышлении все окружающее: и предметы, и индексы, числа, знаки и становится основным отображением материальных предметов и их искусственных образов. Все, что не является отдельным, не воспринимается и потому не существует. Математики в своей индексации опираются именно на это главное для субъекта качество природы – отдельность. Все отграниченное от окружающей среды или фона, наделяется, в неявном виде, качеством отдельного. Операция перенесения свойства отдельного на все выделяемое и придает данному свойству всеобщий характер.

Таким образом, искусственные отображения предметов реального мира – индексы, символы, цифры и т.д. приобретают объективное содержание формального качества отдельного. Предметы и тела – естественные отдельности – *целые*. Индексы, числа, символы – «воображаемые» отдельности, символические отдельности. Без наличия качества «отдельность» появление математики было невозможным. Качество «отдельность» становится «проводником» исполнения законов диалектики в так называемых точных науках, становится первым и основным качеством отображения природы в мыслительном аппарате субъекта.

Отдельность не является абстракцией. Отдельность предметов и тел это внешнее отграничение формы от других отдельных в *Целом*, но не выделенных их из *Целого*. Это *целое* другого ранга. Оно носитель материального качества и как таковое обуславливает возможность логических операций с искусственными образованьями. Искусственные отдельности становятся как бы самостоятельными объектами, выделенными порождениями мышления (измышленными, потерявшими связь со свойствами природы), как бы априорными продуктами чистой человеческой логики. Именно это обстоятельство навело Канта, не имевшего представления об отдельном, на мысль, *что «… все утверждения математики не являются неотъемлемыми признаками физического мира, а создаются человеческим разумом»*. И не только Канта, но и множество других философов и особенно математиков. Вот как сформулировал это кредо второй Ньютон Англии математик и физик Уильям Гамильтон: *«Такие чисто математические науки, как алгебра и геометрия, являющиеся науками чистого разума, не подкрепляемые опытом и не получающие от него помощи, изолированными от всех внешних и случайных явлений…. Вместе с тем это идеи, рожденные внутри нас, обладание которыми в сколь нибудь ощутимой степени есть следствие нашей врожденной способности, проявление человеческого начала»*.

«Математик, – присоединяясь к ним, утверждает крупнейший математик Гильберт - *творит понятия и аксиомы априорно» и «математика пользуется такими идеальными объектами, которые возникают при отвлечении от всех свойств материальных предметов, кроме количественных и им подобных отношений, пространственных и им подобных форм»*. Эти утверждения являются следствием отно-

шения к математике как к умозрительной, количественной науке, не имеющей никаких связей с природными качествами. Существует, например, устоявшееся мнение, что *«математика отвлекается от качественных особенностей объектов…»*. «Математика отвлекается …» не в большей мере, чем любая другая наука. Только количественное сопровождение математических операций, на которых концентрируется внимание в математике, вуалирует и отодвигает на второй план все те свойства, которые непосредственно не связаны с числами или индексами. И обусловлено это отсутствием представления о том, что все выделенные из окружающего фона природные и искусственные элементы обладают общим для всех их материальным качеством отдельного. Априорно ничего не творится. Утверждение об априорности математического творения игнорирует отдельность. Но без отдельности любое математическое понятие просто не существует. Математики всегда оперируют с отдельностями материального мира, с их свойствами, отличающимися от свойств окружающих тел только формальным характером (например, кажущейся безразмерностью) отображения отдельностей определенной формой символов или чисел. Качественные аспекты математики начинаются с понимания отдельного и его места в математических отношениях.

Отдельность и в математике не абстракция. Она отображает *Целое* в логических взаимосвязях индексов математики. И потому взаимосвязи искусственных отдельностей следуют законам существования *Целого*.

Ни одно искусственное понятие не может быть полной абстракцией, абстракцией в которой ничего нет из материального мира, поскольку в ней всегда отображается одно реальное природное свойство - отдельность. Привлечение в математическое понятие даже одного объективного свойства природы (точнее опора в любом понятии на свойство природы) а тем более на основное – *отдельность*, обусловливает математическим операциям с индексами и числами отображение определенной, скрытой от субъекта формы природных отношений. Отношений, обусловленных взаимодействием между телами. Другое дело, что это свойство методами аксиоматизации выхолащивается до полного исчезновения в понятийной форме. (Например, аксиоматика Гильберта, или, определение понятия «точка»: точка – тело не имеющее протяженности. Но и в этом случае сохраняется представление об отдельности точки.) Именно отдельность каждой фигуры или символа придает геометрии, как и всей математике, способность отображать формы реального мира. Отдельность это единственная природная форма, которая сохраняется при любых способах абстрагирования от реальности и потому остается в неявном виде во всех операциях математической логики, обусловливая возможность отображения реальных природных процессов. И как следствие, математические символы, сведенные в абстрактные уравнения различных разделов математики, всегда «помнят» по структурам этих уравнений о своей «принадлежности» тому или иному свойству или качеству материальных тел. Именно качество «отдельность», сохраняющее смысл *целого* и действующее как *целое*, обусловливает такую форму абстрактной памяти. А потому, подчастую, оказывается неожиданным появление в результате расчетов некоторых чисел или фигур, которые не закладывались и даже не предполагались в рассматриваемой системе уравнений.

Математик не воспринял первичности отдельности и перешел на логику бескачественного количества, не заметив, что вместе с количеством как отображением реальности в математическую логику вошло и формальное качество, качество самих формальных фигур, чисел, символов. Так математика превратилась в особую рассудочную науку, имеющую свой предмет, – число и фигуру. При этом не было замечено главное для этих предметов – *отдельность*. Забвение *отдельности* как *целого*, как основы всех предметов и обусловило появление аксиоматических методов сначала в математике, а затем и в других науках. Введение индексов, отвлекая от конкретного количественного содержания чисел, тем не менее, не отвлекает их от отдельности. Символ всегда сохраняет качество отдельности. Так незаметно произошел переход от предметов как отдельностей к классической концепции, забывающей об отдельности в математике и рассматривающей в качестве своего предмета числа и фигуры.

Символические отдельности не обладают всей гаммой свойств, присущих природным образованиям и потому несопоставимы как системы (они по совокупности свойств не равнозначны), но, будучи искусственно отделенными от среды и, обладая минимальным количеством природных свойств, символические отдельности становятся едиными понятиями с естественными отдельностями. Искусственное выделение обусловливает проявление в них свойств формальных, отображающих неявным образом некоторые аналоги природных свойств, позволяющих проводить с символами математики операции по законам диалектики.

Наличие *отдельного* как выражения *целого* в математических методах сопровождается порождением формальных свойств, отображающих иным образом те качества и свойства природы, которые наличествуют в отринутых природных качествах. Именно эти формальные свойства обусловливают процессам логического мышления и математическим операциям определенную адекватность процессам реального мира. Природные отношения реальности отображаются в математической логике как отношения между индексами отдельностей, но по логике природных процессов. Причем в статической математике неявно и схематично отображаются чаще всего непонимаемые, например, физические или биологические процессы. Непонимаемые постольку, поскольку за индексами и цифрами не видна физическая или биологическая сущность и механизм соответствующего процесса. И итогом математических выкладок подчастую становится не понимание происходящего процесса, а подгонка результатов под эмпирические факты, выработка определенной последовательности действий для перехода от одного процесса к другому иногда даже различными математическими методами. Вот почему основной продукцией теоретиков являются горы исписанной бумаги при минимуме результатов.

Отдельность – прародитель числа. Она, придавая искусственным индексам и числам качество равнозначности, обусловливает для них возможность установления взаимно – однозначного соответствия по единому для всей природы качеству отдельного. Последнее и становится основой, как для простейшего счета, так и для всех математических операций. Равнозначность отдельного в виде тела, вещи, предметов или искусственных символов, букв, чисел, индексов позволила Пифагору выразить ее краткой фразой: *«Все вещи суть числа»*. Это утверждение напрямую придает числам телесную значимость, скрывая их основное качество – отдельность. Но телесная значимость есть комплекс взаимосвязанных природных свойств. Число же этими свойствами не обладает. Как искусственное преобразование телесного через отдельное число, индекс, символ отображает некое наличие телесного при отсутствии тел не через комплекс природных свойств, а через одно всеобщее свойство – *отдельность*.

Любое «безразмерностное» число или символ, рассматриваемое само по себе и для себя, то есть вне уравнения, ряда или матрицы, имеет единственное значение, которое мы себе представляем. Но за ним всегда скрываются некоторые математические структуры, о которых мы подчастую не имеем ни малейшего представления, но которые обеспечивают каждому числу внутреннюю сакральность. Сакральность числа – «свернутая» (по выражению Н. Кузанского [7]) количественная величина числа, знака или индекса, скрывающая те составляющие его отдельности, которые «всплывают» в зависимости от операций, производимых с числом. Число, являясь определенным качеством и количеством, содержит в себе в свернутом виде, множество других чисел.

Сакральность каждого числа – это также его память, его способность скрытого участия во многих математических операциях, способность «чувствовать» свое место в них. Свойства память числа и формы – определяются гармоничными связями внутри уравнений. Подчастую неизвестно, какая «количественная сущность» и какое качество представлено числом (символом) в любом уравнении, поскольку символические математические отдельности, в зависимости от граничных условий, могут отображать разные природные качества. Число как отдельность, всегда сложное не только количественное, но и качественное образование и может оказаться носителем двух, трех, четырех и более свойств:

Отдельность, – качество (например, ноль).

Отдельность, качество и количество (число целое, дробное, иррациональное и т.д.)

Отдельность, качество, количество и другое свойство (комплексные числа).

Отдельность, качество, количество, третье и т.д. свойства (например, кватернионы).

Математические операции с многокачественными числами должны проводиться таким образом, чтобы за числами сохранялись все обретаемые ими качества. Причем качества эти не всегда подлежат сокращению, поскольку сокращение качества подчастую меняет физический и математический смысл уравнения. Например, вряд ли подлежат сокращению члены уравнения, содержащие качество – отдельность, выраженную безразмерностным числом π, поскольку сокращение на него превращает уравнение окружности в уравнение некоей другой геометрической фигуры, т.е. меняет качество уравнения, а вместе с ним и смысл обретаемого решения. Похоже на то, что трансцендентные числа, как и числа иррациональные, являются своеобразными комплексными составляющими геометрических величин.

В структуре каждой математической операции основой являются качественные свойства тех числовых отдельностей, которые в ней используются. Качественные свойства математических отдельностей, хотя и имеют во многих случаях формальный характер, тем не менее являются некоторыми аналогами физических размерностей. Только их размерностью становится не символика свойств, как в физике, (например, см, сек, гр., и т.д.), а те признаки свойства, которые принадлежат элементам индексов, фигур, символов. Математические операции могут производиться только между подобными элементами. Включение в них неподобных, так называемых безразмерностных элементов изменяет структуру операции, переводя весь процесс из одного раздела математики в другой. (Например, сокращение размерности в см как качества отрезков, превращает геометрическую операцию в алгебраическую). Поэтому в геометрии невозможно сокращение размерностных индексов. ***Геометрия – качественная наука.***

Математика – наука о качественных, количественных и пространственных формах действительного мира. Она оперирует с символами, числами и их индексами, и потому число как отдельность является базовым элементом математики. Отсутствие в современной философии всеобщих понятий «Целое» и «отдельное» привело к выводу об оторванности математических символов от материальных тел. К выводу об особенности восприятия понятия числа только как количественной величины, постижение которого, как полагают, связывалось, например, у первобытных людей с количеством пальцев. Кажущееся отсутствие явного прообраза понятия «числа» вне математики обусловило появление односторонних внутри математических определений данного понятия, как бы не связанного с реальным миром. Имеется несколько определений понятия «число», порожденных математическими образами, т.е. исходящими из потребностей математических операций. Ориентируясь на [8], кратко опишем некоторые определения числа, исходящие из математики. Одно из первых определений изложено в «Началах» Евклида:

Пусть

$S = \{1,1,1,\ldots\}$

представляет собой бесконечное множество геометрических отрезков, называемых единицами. Тогда натуральное число N определяется следующим образом:

$N = 1 + 1 + 1 + \ldots + 1$ (N раз).

Это определение является основой математических понятий простого и составного числа, делимости и сравнения, операций умножения и деления и т.д.

Известен подход к определению числа, названный «конструктивным». Согласно ему «конструктивное» действительное число A, являясь математическим объектом, задается следующей формулой:

$A = \sum a_i 2^i$, (*а*)

$a_i \in \{0,1\}$ и $i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$.

Число определяется следующей интерпретацией. Пусть

$B = \{2^n\}$, (*в*)

множество геометрических отрезков длины 2^n ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$.). И «конструктивными» действительными числами становятся все математические объекты, представленные в виде конечной суммы геометрических отрезков из (*в*) в виде (*а*).

Можно привести определение действительного числа, данное И. Ньютоном:

«Под числом мы понимаем не столько множество единиц, сколько отвлеченное отношение какой-нибудь величины к другой величине того же рода, принятой нами за единицу».

И здесь мы имеем дело с определением действительного числа средствами математики. Из вышеперечисленных определений ни одно не обосновывает правомерность соответствия чисел тем предметам реальности, которые скрываются за ними. Такое соответствие может содержаться только с опорой на эти предметы.

Встречаются и «внешние» относительно математики определения. Пифагорейская математика, например, так определяла понятие «число»: *«Число есть отражение количественных отношений между вещами»*. Напомним, что у пифагорейцев числа – самостоятельные идеальные сущности, от которых зависят предметы реального мира. Но это понятие можно высказать иначе: *«Число – это выражение определенного количества»* [9]. Или, *«Число – отражение количественных отношений между вещами»*. Последнее ближе к истине, но неточно, скорее число – отражение количественных отношений между отдельностями. Или иначе – *число – цифровой символ отдельного в математике*. Это определение устанавливает взаимно однозначное соответствие между всеми вещественными и искусственными отдельностями, превращая их в равнозначные отдельности. Именно равнозначность отдельностей и обусловливает возможность проведения математических операций с самыми различными формами отдельностей.

Здесь надо отметить одну существенную особенность физических свойств, которые в принципе не могут быть отделены от тел, и, следовательно, формально не могут становиться отдельностями. Физические свойства не существуют самостоятельно. Как природные характеристики тела они не являются отдельностями, не являются выделенными, отграниченными от тел или от фона. Более того, свойства тел есть «ничто», но тела, ими образуемые, есть все. И это «ничто» одного тела взаимодействует с подобным «ничем» другого тела и изменения, обусловленные этими взаимодействиями, могут фиксироваться как визуально, так и приборно. Именно количественная характеристика качественных «составляющих» тел, имеющая внешнее отображение в образе размерности, становится признаком отдельности для физических свойств. Размерность обусловливает однозначное соответствие между различными свойствами тел как отдельностей и равнозначность всем другим отдельностям, в том числе и искусственным. Но, как было показано ранее, свойства имеют кроме размерности и еще одну количественную характеристику своей значимости у тел.

Счет, как и все математические операции, основан на установлении взаимно однозначного соответствия между различными отдельностями, между равнозначными отдельностями. Свойство отдельность придает искусственным образованиям (числам, индексам, символам, значкам) равнозначность, лишая их качественного различия и отрывая тем самым от реальности, превращая в «заместителей» реальных предметов, их процессов и свойств. При этом операции с индексами (сложение, вычитание, умножение и т.д.) становится математическим отображением «движения» отдельностей, моментом движения их в статической форме.

В природе не существует ни точек, ни прямых, ни плоскостей, ни других геометрических форм, изучаемых математикой, ни даже свойств, изучаемых физикой, химией и другими науками. В материальной природе существуют тела и телесные образования в виде отграниченных отдельностей, обладающих свойствами, и именно эти отдельности изучаются на своем языке различными науками. Наличие единого объекта изучения и обусловливает математике универсальность применения в различных науках, но формализованный абстрактный аппарат обусловливает ей наличие формализованной качественной структуры логического согласования количественных факторов. В этом случае абстрактные символы приобретают безразмерностные свойства, тем не менее, подобные природным размерностям. Они-то и обусловливают соблюдение законов природы в формальных количественных взаимосвязях, заменяя движение динамическое природное на движение статическое вневременное. Статическое «движение» – мгновенное движение. Мгновенье – это покой, а не движение. Система последовательных мгновений в математике – движение. Это и позволяет описывать эмпирическое движение абстрактными формами – математическими структурами.

Движение в статической математике скрыто за процессами суммирования, вычитания, дифференцирования, интегрирования и т.д. Всякое сложение двух или более чисел есть не просто получение их суммы и не всегда именно сумма определяет необходимый результат, хотя она и образуется, а объединение чисел в одном количестве (как бы объеме) слагаемых. Причем сами слагаемые остаются в неявной форме (скрытой за числами) в этом объеме отдельностями. Они не теряют своей численной индивидуальности, не «сливаются» с другими количествами (хотя и отображенные в одном числе, результате, кажутся слитыми, лишенными отдельности). Т.е. остаются самостями в новом количестве и качестве, и только по этой причине всегда могут быть «извлечены» из результирующего количества. Сами количества (числа) как отдельности, в свою очередь, представляют собой некое неявное объединение более «мелких» отдельностей (отдельностей либо другого ранга, либо другого качества), допуская по этой причине «свое» дробление на любое количество отдельностей по новым качественным признакам. Переход от ранга к рангу есть и количественное и качественное изменение. Например, дробление некоего количества по качеству целого отдельного, т.е. кратно единице, создает определенное число целых отдельностей. Но дробление того же количества по качеству дробного отдельного создает отдельные меньше единицы, но в большем количестве. И в случае разделения чисел по качеству дробного целые числа в ряду дробных не могут находиться. Даже будучи целыми, они должны иметь формы, отображающие их дробность, например 8/2; 33/11; 93/31 и т.д. Это создает и определяет единую систему отдельностей.

Процесс движения в статической математике происходит мгновенно, т.е. вне времени и без связи со временем. Но именно мгновенный процесс обусловливает получение результата. (Вне зависимости от естественного времени осуществления, например, складывать 2 + 2 – можно миллион лет, но результат сложения – 4 не зависит от этих лет. Он мгновенен.) Он есть следствие логического переформирования отдельностей, и это переформирование реализуется мгновенно.

Понятие «мгновенно» не включает в себя никакого времени, но оно-то и обусловливает изменение форм отношения между любыми искусственными отдельностями. В сущности это отражение реального процесса «ныряния» в небытие, описанного в разделе 1.1. на примере пульсации Земли. Здесь 2 и 2 это прошлое; + − фиксация момента нырка; = момент выныривания, а 4 – это новое.

Математические операции не включают времени и не зависят от него. Они хотя и производятся в рамках времени и требуют для своего осуществления немалого его количества, сами по себе времени не знают (не «ощущают») и существуют виртуально еще до процесса своего проведения. Результаты всех математических операций существуют задолго до того, как будет поставлена задача об их нахождении. Они ровесники Вселенной и будут существовать, пока она существует.

В геометрии операция сложения в принципе невозможна, поскольку фигуры не могут складываться друг с другом, (отдельности не складываются), а только прикладываются друг к другу. Сложение в геометрии означает, что некоторые протяженные фигуры одной качественности прикладываются друг к другу и мысленно происходит как бы замена образовавшейся фигуры другой, целой фигурой, конгруэнтной образовавшейся. При этом допускается предположение о том, что произведенная замена не влияет на состояние фигур и их свойства.

Даже одно, не отмеченное формально качество, например, половинка отрезка (отрезок, пополам – половина отрезка) уже не может применяться в операции с целым отрезком, поскольку у отрезка другое формальное качество, а только с равным себе качеством (качествами). Например, отрезок с отрезком или пол отрезка с частью отрезка. Причем эти операции, будучи логически и математически правильными, тем не менее, не являются корректными физически. Две сложенные половинки от сложения не становятся целым. Они остаются половинками, но мы мысленно представляем их целыми и переносим это представление на образовавшуюся фигуру в дальнейшем оперируя ими как единым целым. Однако не исключено, что на какой-то операции такой «целый» отрезок покажет, что он не целый.

Все геометрические фигуры имеют как минимум два качества: отдельность и протяженность, которая может иметь или не иметь размерность. И степенные отношения при протяженности всегда изменение качества. В геометрии все операции проводятся по правилам физики только с размерностями природными или формальными. Природные размерностные свойства обладают вместе с количественными характеристиками свойств определенными качественными значениями в форме КФР на базе золотых чисел (об этом в пятой главе). Сокращение на иррациональное или трансцендентное число в каждом случае требует обоснования, поскольку оно меняет физическое качество исследуемого уравнения.

В алгебре индексы не имеют качества протяженности, а только качество отдельности и признак индекса. В алгебре имеется отдельное качественное отличие одного индекса от другого и знаки операций, обусловливающих «движение». Они-то и отображают диалектику движения.

Раз можно получить из одного уравнения алгебраическую и геометрическую формализацию, то перед нами явление «памяти форм и чисел», способное вмещать виртуальные члены, как бы не отображаемые членами, входящими в исходное уравнение или фигуру. Для уравнения деления отрезка в крайнем и среднем отношении, например, проверка заключается в построении по алгебраическому решению уравнения геометрического, а результат должен «подчиняться» золотым критериям Фибоначчи.

Кроме статических геометрий существует геометрия физическая (динамическая), можно сказать внутри физическая геометрия. Физика, как и математика, изучает объекты – отдельности, но каждая из них различные аспекты этих объектов. Физика, как и другие науки, свойства и связи тел, математика – количественные отношения и связи отдельностей. Физическая (динамическая) геометрия строится не на аксиомах и теоремах, а на физических свойствах и инвариантах. Все фигуры этой геометрии подвижны и их движения происходят в пространстве и времени. Динамическая геометрия не является математической дисциплиной, поскольку имеет дело не с абстракциями, а с количественными и качественными величинами конкретных свойств. Она исходит не из аксиом и постулатов, а из взаимосвязей свойств. Развивается не доказательством теорем и непротиворечивых, независимых аксиом (которые в ней отсутствуют), а посредством решения инвариантных уравнений относительно бесконечной гомотетии движения физических тел. Ее динамичность включает не только само движение, но и напряженность, и деформации, и время в рассматриваемых системах. Динамическая геометрия есть математический аппарат физики и всего естествознания. Динамические фигуры могут «накладываться» своими элементами на конгруэнтные фигуры статических геометрий. Конгруэнтность в данном случае – следствие возможности «замораживания» элементов движения и приведение всей динамической фигуры или ее части в статическое состояние. Наложение конгруэнтно, когда основные динамические элементы частично совпадают со статическими элементами.

Отметим также, что движение есть всегда изменение качества, даже в том случае, когда оно отображает арифметические или алгебраические статические процессы. И это изменение качества может прослеживаться даже на простейших операциях математического сложения. Особенно наглядно и быстро изменения качества наблюдается в последовательном сложении пар чисел обнаруженных Фибоначчи еще 800 лет тому назад и названных рядами его имени. Этот вопрос будет рассмотрен в третьей главе, а сейчас вернемся к свойствам фигур классической геометрии.

1.8. Свойства фигур евклидовой геометрии

Основу статической метричности в геометрии составляют жесткие измерительные инструменты конечного размера, сохраняющие его в любой области пространства. Неизменность мерного инструмента, незримо наличествует, при определении основных свойств евклидова пространства, к которым в настоящее время относят:

– однородность и изотропность. Любые точки и области этого пространства эквивалентны, а потому и неразличимы;

– вневременность. Свойство времени не отражается на изображениях геометрических фигур (элементов) и не учитывается при перемещениях и вращении (статичность). Время как качественный фактор в статических геометриях отсутствует;

– равновеликость геометрически переносимых, вращаемых или преобразуемых фигур. Процесс преобразования, перемещения, движения – только мысленный. В геометрии всякое механическое движение отсутствует;

– координатность в ортогональных направлениях. Бесконечность во вне. Глобальность координатных систем;

– отсутствие качественных взаимосвязей между различными свойствами и метричностью;

– независимость и отграниченность от физических тел. Геометрия имеет дело только с неподвижными фигурными отображениями тел, с их «тенями».

Таким образом, статическая геометрия Евклида автономна и от окружающего пространства, и от физических тел, изучением которых она занимается, и определяется только логической взаимосвязью заложенных в ее основу аксиом. Что касается пространства, на котором базируется геометрия, то оно не определено, и, как видно из приведенного набора, определяется постулативно в виде отдельных взаимно не связанных формальных свойств.

Особо подчеркнем отсутствие механического движения в пространстве геометрии и вневременность всех ее фигур. Свойство времени не имеет никакой связи с метричностью. И если вводится, как например, в геометрии Минковского, то формально-постулативно, не отображающим физического времени и не обладающим качеством, равнозначным остальным геометрическим свойствам без всякой связи с пространством, и главное – не вносит в статическую геометрию нового качества. Статичность и вневременность структурных преобразований предполагают в качестве первого условия корректного формулирования основных аксиом геометрии определение их в терминах, исключающих всякое упоминание о движении и пространстве.

Сами геометрические построения являются, по определению, схематическим, а потому идеализированным отображением предметов и тел реального мира. Отображаемые фигуры не имеют ни свойств, ни размерности и представляют собой условные абстракции, призванные человеческим сознанием в качестве метода описания отношений между телами внешнего мира. Описание производится путем перенесения качественного отображения тел на абстрактные понятия «точки», «прямой», «плоскости», «угла» и т.д. Данные понятия, заменяя естественные тела, с ними никоим образом не связаны и являются внешним признаком их существования. Особо отметим, что понятия эти не возникают при абстрагировании от реальных объектов, а определяются аксиомами вне прямой связи с реальным пространством или телами. Это самая важная особенность геометрии, как, по-видимому, и всей математики. Абстрагирование производится не от реальных физических предметов, а от некоторого отображения их в головах исследователей. Образовавшиеся аксиомы, так же как и фигуры и теоремы, следующие из аксиом, не имеют отношения к тем законам природы, для математического описания которых они создавались.

Основное отличие статических построений евклидовой геометрии от отображаемых ими физических тел-систем заключается в том, что любая общность геометрических фигур в своей совокупности и количественном выражении остается схемой внешних объектов и не обладает качествами системы. Отдельные элементы общности (линии, точки, углы и т.д.) вместе или порознь ничем, кроме аксиоматической зависимости, между собой не связаны, друг другом не обусловлены и своим сосуществованием как вместе, так и порознь не изменяют своих качеств. Исчезновение геометрических элементов некоторой общности фигур ничего не изменяет в их отношениях. Меняется форма геометрических фигур, возможна потеря этими фигурами своей конфигурации и образование новой, или изменение их подобия другим фигурам, распадение фигуры на отдельные элементы и даже их самостоятельное, независимое друг от друга существование.

А потому в основу статической геометрии закладываются отвлеченные представления о некоем однородном бесконечном пространстве, некоторых первичных понятиях, отображающих предметы и тела реального мира, и ряд аксиом, обеспечивающих возможность совместного функционирования их в рамках формальной логики. Однако, как отмечал еще Риман [4], до сих пор остаются невыясненными взаимоотношения между этими понятиями, закономерности связей между ними, и существует ли принципиальная возможность отыскания этой связи.

Именно отсутствие представления о взаимосвязи свойств тел и возможности отображения этих связей в геометрическом описании и придает геометрии статический характер, одновременно порождая иллюзию независимости геометрических построений от свойств реального мира, и о возможности свободного выбора геометрии для описания физического пространства.

Отсутствие связей между геометрией и физикой достаточно наглядно демонстрирует А. Пуанкаре [10] следующим примером:

«*... если бы все тела Вселенной начали одновременно и в одинаковой пропорции расширяться, то у нас не было бы никаких средств заметить это, потому, что все наши измерительные инструменты увеличивались бы вместе с самими предметами, для измерения которых они служат. После этого расширения мир продолжал бы свой* *ход, и ничего не говорило бы нам, что произошло столь важное событие*»

Данный пример приводится не Пуанкаре физиком, а Пуанкаре – чистым математиком, который, мысля математическими категориями, помнит, что между геометрическими фигурами нет никакой связи, а потому автоматически приписывает отсутствие связей между свойствами тел и телами, ими обладающими так же, как, например и у тел с метрическими инструментами. Что с изменением размеров базисной системы тел линейно изменяются и численные величины всех их свойств, которые, поэтому, не могут быть зафиксированы наукой. Что тела и свойства взаимно не связаны, а сами свойства независимы от тел и от пространства, в котором они образованы. Что геометрия не фиксирует никаких закономерностей между параметрами тел и взаимосвязями их свойств.

В этом утверждении (к нему мы еще вернемся), хотя оно как бы не имеет отношения к математике, явно выражен характер статической геометрии, отображающий только однозначные, формальные, обособленные свойства образуемой ее элементами (фигурами). А в реальном мире, в мире диалектики, обособленные а, следовательно, взаимно не связанные свойства отсутствуют.

Рассмотрим, так ли однозначны и обособлены эти элементы и их взаимосвязи в геометрии. И как проявляет себя в геометрии диалектика. Иными словами, рассмотрим диалектику элементов статической геометрии.

1.9. Диалектика элементов геометрии

Формулирование первичных понятий и аксиом в различных граничных условиях привели к образованию наряду с геометрией Евклида целого ряда статических неевклидовых метрических и неметрических геометрий. И что самое неожиданное: опорными элементами становления этих, подчастую, взаимно противоречивых, но логически корректных, не сводимых друг к другу геометрий, послужили самые простые, лишенные реального содержания, абстрактные понятия «точка», «прямая», «плоскость» и в некоторой степени «объем» (пространство). И эти понятия – элементы евклидовой геометрии – не изменяются при переходе от одной геометрии к другой. Учитывая основательность и первичность этих элементарных понятий, проанализируем диалектику их образования, взаимосвязи и структуру вытекающих из них аксиом.

Этот анализ важен потому, что аксиоматическое абстрагирование геометрических элементов до первичных взаимно независимых фигур и последующее «воссоздание» из этих же элементов, как бы отображающих реальные явления, «абсолютно верных» геометрий, создают иллюзию того, что …*«положения математики покоятся не на реальных объектах, а исключительно на объектах нашего воображения»*. Иначе говоря: *«Математическая геометрия является теорией логической структуры. Она совершенно независима от естественно научных исследований и имеет дело только с логическими следствиями из данной системы аксиом»* [11]. И возникает вопросы: «Почему возможно такое превосходное соответствие математики с реальными предметами и явлениями, если сама она является только произведением человеческой мысли, не связанной ни с каким опытом? Может ли человеческий разум без всякого опыта, путем одного размышления понять свойства реальных вещей?» [11].

Эти вопросы Эйнштейна с классической прямотой демонстрируют значимость понятий, которые кажутся сами по себе априорно очевидными без всякой связи с природными объектами и структурами. Проследуем по цепочке этих очевидностей. Начнем с «точки».

Существует множество геометрических определений понятия «точка». Вот некоторые из них: точка – геометрический объект (?) лишенный протяженности. След линии, входящей в плоскость. Геометрически не пересекающаяся сингулярность линий. Вырожденное состояние кривой. Плоскость, площадь которой устремлена к нулю и т.д. Таким образом, точка – это геометрическая фигура, не имеющая измерений и, следовательно, не имеющая ни геометрических, ни физических качеств и являющая собой неопределенное и неподвижное место на какой-то геометрической фигуре, а подчастую и сама являясь фигурой. Абстракция, призванная заменить физическое представление об очень малых или несопоставимых с параметрами объектах, своеобразным математическим аналогом тел.

Но вот что существенно. Определение понятия абстракции «точка», как понятия статического, оказывается невозможным без привлечения, в явном или скрытом виде, некоторой операции движения. Отметим эту особенность и как проявление дуализма в определении понятия «точка», и как отображение характера совершаемого действия над определенным и явно не геометрическим предметом.

Линия – множество точек на плоскости, слившееся в длину и не имеющее ширины. След траектории движущейся точки. Объект, характеризуемый длиной, но лишенный ширины. Геометрическая фигура, обладающая только одним качеством – протяженностью. След пересечения двух плоскостей и т.д.

И в этих определениях неявно нарушается статичность геометрии, поскольку присутствует двойственность покоя и движения. Линия неподвижна, а для ее распознавания приходится предполагать некоторое движение, либо приводить в движение точку, которая в свою очередь может быть выражена через линию. Да и сама прямая есть кривая, радиус кривизны которой устремляется (опять же движется) в бесконечность.

Понятие «плоскость», если не считать определением такую тавтологию, как «плоскость – след линии, движущейся на плоскости», определяется, чуть ли не единственным образом: Плоскость есть след линии, движущейся параллельно самой себе. Тут уже для явного движения привлекается понятие, которое само по себе определяется через движение. То есть наличествует двойная двойственность.

Таким образом, основные как бы априорные статические понятия геометрии включают в себя противоречивые противоположные качества: с одной стороны, покоя, а с другой – движения.

Противоречивая двойственность в определении первичных элементарных понятий постоянно вызывала головную боль лучших математических умов, вынуждая их бороться с этой двойственностью различными способами: от снятия противоречий соглашениями по Пуанкаре [10] до отбрасывания их по Гильберту. Приведем четкую, абсолютно абстрактную, логически однозначную формулировку первичных понятий, данную Гильбертом: «Мы мыслим три различные системы вещей: вещи первой системы называем точками и обозначаем *A*, *B*, *C*; вещи второй системы мы называем прямыми и обозначаем *a*, *b*, *c*: вещи третьей системы мы называем плоскостями и обозначаем α, β, γ…».

Эта формализация качественных понятий геометрии как вещей (т.е. как тел) – классическое творение свободного ума, отвергающего всякую связь первичных понятий с внешней реальностью. В ней присутствует логическая четкость и однозначная априорность математической абстракции, превращающая всякую форму геометрического движения в неподвижность, покой, статичность. Движение и самодвижение реальных тел как атрибут, присущий всей материи, отвергается, и постулируется возможность существования отдельного самостоятельного покоя тел, который и призвана описывать геометрия. Постулируемая статичность первичных понятий и вызывает появление статических геометрий, обусловливая возможность механического (внесистемного) взаимно независимого соединения элементов геометрии в различные статические фигуры.

Постулируя существование абстрактных неподвижных «вещей», Гильберт автоматически отбрасывает единство связанной двойственности, которая отображает диалектику покоя и движения. Убрав двойственность, он одной операцией лишает геометрию движения, а следовательно и диалектики. Это достаточно небрежное обращение с диалектикой, немедленно отражается на математике, обеспечивая неопределенность ее основанию, превращая все создаваемые геометрические структуры из динамических в статические (превратив не абстрагированием, а постулированием) и рикошетом поражает физику, обеспечив ей в качестве математической основы описания природных явлений заведомо односторонние, а, следовательно, и недвижимые геометрические построения.

В «абстрагированных» Гильбертом понятиях все связи и свойства геометрических элементов растеряны. Неизвестны свойства пространства и неизвестно, осталось ли оно вообще и в каких параметрах соотносится с образуемыми геометрическими фигурам. Отсутствуют даже намеки на движение (но это не мешает геометрам совершать движения в виде математического преобразования в отсутствующем пространстве), и потому последующая интеграция геометрических элементов в новые системы и фигуры может осуществляться любым мыслимым или немыслимым образом только на основе аксиоматики и логики, но не диалектики. Это соединение не может происходить без постулирования способов взаимосвязи геометрических элементов между собой, без «соглашений» использования элементов в применении к природным явлениям.

К тому же полная статичность (самонеподвижность) гильбертова пространства и фигур, находящихся в нем, запрещает последним, какое бы то ни было движение (перемещение) и самих фигур, и их элементов как относительно друг друга, так и относительно пространства. Последний запрет – движение относительно пространства − обусловлен его пустотой, и потому не может быть связей, создающих ориентацию фигур в пустом пространстве. Пространство Гильберта – бескачественное формально – логическое образование, в котором недопустимо образование фигур и которое не имеет отношения к геометрическому пространству и тем более к движению, поскольку в нем протяженность в трех направлениях связана аксиоматически. Можно сказать, что пространство в аксиоматизации Гильберта отсутствует, поскольку не имеет никакой связи с фигурами, заключенными в нем.

Возможность полного абстрагирования первичных элементов от реальных объектов с потерей движения и связей, простым постулированием, создает впечатление независимости, априорности геометрических элементов и математических аксиом. Последующее воссоздание некоей новой неевклидовой или иной геометрии из априорных понятий, как бы из ничего становится «теоретическим» подтверждением этой априорности. К тому же многообразие геометрий требует ответа на возникающие вопросы: Содержит ли статическая геометрия в качестве своего основания некое геометрическое пространство? Существует ли единое для всех геометрий пространство? Или каждая из геометрий «обладает» своим пространством? И если последнее верно, то в чем различие между свойствами этих пространств? И т.д.

Природа и в макрокосме, и в микрокосме имеет одну, единую геометрию, нам неизвестную. И мы как бы свободны в выборе первичных элементов геометрии, т.е. в переходе, например, от конкретных тел к абстракции-точке (однако, чаще бывает по другому, сначала определяют понятие «точка», а уж от нее «абстрагируются» к телу или другим фигурам), но абстрагируясь одним из способов, мы либо сохраняем, либо аннулируем двойственность. А с ликвидацией двойственности разрывается и связь эмпирики с содержанием понятий и аксиом. Создав термин-понятие, имеющий односторонний смысл, мы фиксируем чистую и вроде бы не зависящую от внешнего мира абстракцию, которая уже по этой причине противоречива. Отсутствие двойственных связей или движения в формулировке аксиом и понятий приводит к проявлению двойственного в структуре создаваемых геометрий (например, геометрии Лобачевского и Римана). И хотя аксиоматизация и законы логики способствуют созданию достаточно обоснованных и логически корректных комбинаций из первичных элементов, они не только не гарантируют корректность их взаимосвязи между собой, но и вызывают структурный антагонизм. В результате единая физическая геометрия отграничивается от физики и разделяется на взаимно противоречивые, не сводимые друг к другу геометрии.

И не случайно М. Клайн констатирует [3]: «*Математики с досадой и огорчением обнаружили, что* ***несколько различных геометрий*** (п/ж курсив наш – *Авт.*) *одинаково хорошо согласуются с наблюдательными данными о структуре пространства. Но эти геометрии противоречили одна другой, – следовательно, все они не могли быть одновременно истинными*».

Отметим: геометрии не противоречат и не могут противоречить одна другой. В природе отсутствуют противоречия между свойствами. Аксиомы же, постулаты и граничные условия взаимосвязи элементов геометрий противоречить друг другу могут. Они-то и обусловливают противоречивость и образованным, на их основе геометриям. Добавим, априорно истинность формулируемых аксиом, в понимании адекватности природе, выяснить логически не представляется возможным.

Трудно предположить, что в определениях, максимально абстрагированных от природных процессов, но не порывающих с ними, наличие двойственности случайно. Скорее наоборот. Первичным геометрическим понятиям, следствием обобщения многовекового измерительного опыта присуща двойственность как отображение реальности. И эта двойственность не прихоть логики, не игра воображения и даже не мыслительные издержки, а требование диалектического закона единства противоположностей, по которому покой неотделим от движения (это и есть основа возникновения двойственности). Покой и движение, – внутренние атрибуты всех тел и, следовательно, пространства. Усекновение покоя или движения, ликвидация двойственности в определениях первичных понятий равнозначна умерщвлению природы геометрии. Позже мы покажем, куда завело геометрию абстрактное, удобное для применения, свободное от двойственности порождение чистой математической мысли.

Заканчивая изложение раздела, отметим еще раз, что исходным основанием для математики являются не числа, не аксиомы и постулаты, и не понятия, а те качественные свойства реального вещественного пространства (природы), которые изучаются конкретными науками, в первую очередь физикой и обобщаются диалектической философией. К сожалению физики и математики, постигая природу, опирались на философию механицизма, совершенно игнорируя диалектику. Это способствовало разделению современной физики на множество взаимно обособленных разделов, каждый из которых занимается изучением отдельных совокупностей природных свойств, при отсутствии связи между этими совокупностями. И природа видится сквозь такую физику в виде лоскутного одеяла, разделенной на целый ряд самостоятельных направлений, а по-крупному на макро– и микро миры, имеющие свои законы, свои принципы построения, свою математику, и ничего такого, что бы объединяло их. Уже по причине отсутствия диалектики в современной математике и физике сложившееся физическое мировоззрение более чем сомнительно. И потому следует вкратце познакомиться с материальным миром, от которого абстрагируется математика [2].

Глава II

Динамические свойства геометрии

2.1. Тело и его свойства

Поскольку основой математики является материальный мир, то необходимо определиться с исходными понятиями этого мира и в первую очередь с понятиями «тело» и «материя». По современным представлениям внешний мир *постулируется материальным*, т.е. телесным, и его образует материя. Однако такое представление, по меньшей мере, одностороннe, поскольку отрицает наличие мира духовного, мира, образованного Богом, а вместе с ним и телесность духовного мира. Тела вещественные, представляют собой субстанцию, сущность материи, существование которой определяется миром духовным. В настоящей работе рассматривается только тела материального мира.

Субстанция «*тело*» – важнейшее материальное понятие механики, да и всех естественных наук изучающих материальную природу. И, тем не менее, его понятийное значение оказывается наименее отработанным среди других основных понятий. Отсутствие однозначного толкования понятия «тело» и характеристики его свойств приводит к тому, что тело в естествознании постоянно отождествляют с понятиями «материя», «вещество», «энергия», «масса» и т.д. Т.е. и с субстанцией и со свойствами. Причем, свойство – «масса» в физике, повсеместно подменяет субстанцию «тело». Но если *«тело» есть совокупность взаимосвязанных свойств, образующих в данной количественной пропорции определенный природный объект, то «масса» – рядовое свойство любого тела*. И подмена субстанции «тело» на свойство «масса», с одной стороны, создает иллюзию естественного описания физических явлений, с другой, образует предпосылки некорректного понимания природных процессов. Поэтому основным для понимания данных процессов становится определение признака, отграничивающего субстанцию «тело» от свойств, его образующих. И такой признак существует – это размерность.

Отсюда ***тело – совокупность свойств, не имеющая размерности***. *Единственное «самостоятельное»* (*в смысле* ***отграниченное*** *от других*) *природное образование, тождественные аналоги которого в природе отсутствуют. Система, взаимодействующая своими свойствами со всеми окружающими телами и вещественным пространством. Безразмерностность и обусловливает телу свойства субстанции. И как* ***субстанция тело есть целое***.

Подчеркнем еще раз. *Размерность есть главное отличие свойства от субстанции.* А потому *все физические параметры, имеющие размерность, являются свойствами и не обладают самостоятельностью от тел.* Они – их атрибуты, взаимосвязанные составляющие определенного тела, которое зачастую мы даже не фиксируем как тело. Например, пространство окружающего нас космоса - свойство нашей Галактики, образованное четырьмя неравнозначными размерностными составляющими: «длиной», «шириной», «высотой», «глубиной». Иначе говоря: *Галактика – тело. Она безразмерностна и по своему естественному положению в природе, будучи субстанцией, равнозначна всем телам (включая элементарные частицы) и Вселенной в целом.* Таким же образом, и пространство, которое образует Солнечная система, тоже есть ее свойство. А *свойство – "пространство" быть безразмерностным не может*, следовательно, ***не существует пространства как самостоятельной субстанции, как некоего отдельного вместилища для материи (тел)***. *И каждое тело образует свое пространство (объем).*

Свойство – категория, характеризующая определенную, качественную сторону тела (объем, масса, сила, скорость... и т.д.), *взаимосвязанная с другими свойствами того же тела, взаимодействующая с аналогичными свойствами других тел и имеющая размерность.* Размерность может обозначаться отдельными элементами (например: г, с, см. ... и т.д.) или соотношениями качественных элементов (г/см, см/с...). Свойство, отображенное численной величиной, может называться параметром.

Подчеркнем, ***свойство это то, что самостоятельно не существует в природе. То, что невозможно отделить от тела, и, следовательно, то, что физически не может быть отдельным. То, что входит только в понятийный аппарат мыслящего существа, но отсутствует в природе как отдельность, являясь для природы***

ничем. Это полное ничто. В природе бесчисленное количество свойств (ничего). И это бесчисленное количество ничего (свойств) – «образует» тела. То есть «образует» то, что является всем, то, что является целым. Ничто не отделимо от всего. Гносеологически – ничто является всем. Без представления о свойствах как о понятиях, не существующих в реальном мире, но отражающих качественную составляющую тел, мыслящим существам понимать природу невозможно.

Все тела – целое*, поскольку все они образуются одними и теми же бесчисленными свойствами. Каждое из них – отдельное целое. Их совокупность – единое многоуровневое целое. Как целое они равнозначны и, в совокупности, составляют единый абсолютный мир. Мир Господа, бесконечный как внутрь, так и наружу. Мир, состоящий из духовных (изначально и вечно живых) и материальных (неживых) тел.* Отсюда: ***Жизнь есть способ существования духовных тел в материальном мире.*** И хотя свойства всех тел одни и те же, но количественные величины этих свойств (их числовые параметры) различны, что обусловливает качественную несопоставимость духовных и материальных тел, их принципиальное различие.

Все свойства тел являются имманентными, равнозначными, и мыслимое отсутствие любого из них у тела эквивалентно отсутствию тела, а потому в физических уравнениях, описывающих взаимосвязи свойств, не может быть параметров равных 0 или ∞. Таким образом, можно сформулировать абстрактное определение понятия «тело». ***Тело есть целое, – совокупность бесчисленного количества взаимосвязанных свойств***. И, исходя из понятий физического мира, *в материальной природе нет ничего, кроме тел, состоящих из совокупности свойств.* (Здесь и далее, как уже упоминалось, не затрагиваются аспекты духовного мира.)

Способность материального тела и вещественного пространства отображать количественное изменение одного параметра системы соответствующим изменением остальных называется связью.

Одновременно тело есть система и как таковая ***имеет свое пространство*** *и входит в систему других тел вещественного пространства, образуя с ними единую взаимосвязанную и взаимодействующую суперсистему.* Всякое изменение положения тела в этом пространстве сопровождается изменением количественных параметров всех его свойств.

Из взаимосвязи параметров (свойств) следует, что *количественное* *изменение одного параметра системы неизбежно вызывает линейные и нелинейные изменения всех остальных параметров данной системы.*

Физическая система − материальное образование, внутренние и внешние параметры которого взаимосвязаны и взаимно уравновешены. Эти взаимосвязи свойств, при формализации, отображаются уравнениями.

Все окружающие нас тела – системы.

Все они обладают одними и теми же свойствами, которые имеют одни и те же связи, но ***количественная величина каждого свойства индивидуальна****, и это обусловливает различие тел.*

Поскольку понятие «тело» является первичным и основным для понимания физических процессов (и основой перехода к его математическому отображению), его следует определять, ориентируясь на реально существующий предмет, обобщая определение на все предметы.

За эталон тела может быть принят стальной шарик радиусом 1 см, образованный бесчисленным количеством свойств, к которым относятся: масса, объем, время, духовность, сила, скорость, ускорение, энергия, движение, отражение, «постоянная» тяготения... и т.д.

Все свойства абсолютны, анизотропны, качественно взаимосвязаны, для системы равнозначимы, количественно изменяемы, имеют определенную размерность и всегда принадлежат телу вне зависимости от того, обнаружили мы их или нет.

Сами по себе ***тела-субстанции размерности и размеров не имеют*** *и соотносятся между собой сообразно взаимосвязям и количественной величине своих свойств.*

Одинаковые (тождественные) тела (включая элементарные частицы) в природе отсутствуют. Их существование отрицается диалектическим принципом бесконечности материи.

Другие тела имеют то же бесчисленное количество свойств, отличающихся от параметров стального шарика только численными величинами. *Совокупность численного отличия свойств и обусловливает качественное различие тел. Качественные зависимости и взаимосвязи свойств одинаковы у всех тел. Они-то и могут быть формализованы в виде физических законов, описывающих бескачественную инвариантную взаимосогласованность между ними.*

Не может быть свойств, которые присутствовали бы у одних тел и отсутствовали у других, оставались всегда постоянными (например, «постоянная» тяготения, заряд и масса электрона и т.д.) *или существовали самостоятельно* (время, пространство...). *Нет также отдельных, не связанных с другими конечных свойств* (энергия, одон, хронон...), *как и первичных неразложимых частиц* (монады, ноль-частицы, кварки, глюоны, фридмоны...). *Не существует одинаковых свойств одной размерности* (например, нет двух масс, массы инертной и гравитационной) *или различной размерности,* как, например, постулируется в работе [12]:

«*…масса m и энергия E, по существу, одно и тоже; они представляют собой не что иное, как две различные формы существования материи*».

Здесь в одной фразе не только утверждается взаимная адекватность двух различных свойств, с разной размерностью, но и оба свойства объявляются одной безразмерностной субстанцией.

Количественная величина свойств по объему тела меняется (следствие анизотропности), а с ними меняется само тело. Однако ***система взаимосвязи свойств остается инвариантной****. Нарушение системы взаимосвязи внутренними или внешними силами приводит к различному изменению численной величины свойств, к перераспределению связей между ними – до разрушения одних тел и образования других с тем же набором свойств, но с иной численной величиной каждого свойства.* ***Свойства – атрибут тела****,* и к ним неприменим «принцип дополнительности».

На основании вышеизложенного можно расширить определение понятия «тело». Тело – целое, конечная по объему, отграниченная эквипотенциальной поверхностью часть природы, обладающая бесчисленной совокупностью качественных свойств, образующих систему.

Аналогом понятия «тело» являются: вещь, предмет, иногда (в физике) объект, корпускула, частица, (включая элементарные частицы).

Понятие, абстрагированное от отдельных тел и обусловливающее представление о совокупности тел и их свойств, носит название вещество (среда), и изучается физикой.

Вся окружающая нас природа (включая космическое пространство, являющееся подвижным эфиром) – вещественна. И можно сказать, что *вещество образует пространство или, гносеологически,* ***материя образует пространство*** *материального мира****.***

Вещество, а, следовательно, и всякое тело, имеет структурную иерархию и бесконечно вглубь и наружу.

Под бесконечностью вглубь понимается возможность бесконечного дробления (деления на части) тела, которое, хотя и будет вызывать численное изменение параметров свойств получаемых тел (частиц), сопровождаемое качественными изменениями самих тел, никогда не приведет к получению неделимых далее остатков и никогда не закончится. Отсюда возникает парадоксальное на первый взгляд следствие: *конечные по объему тела образуются частицами с бесконечными радиусами* (например, физический радиус Земли $R = \infty$).

Под бесконечностью наружу понимается бесконечность движения из любой области пространства в любую сторону, которое всегда будет происходить в веществе, меняющем свою структуру и количественную величину свойств (т.е. качество), но никогда не кончится. И не выйдет за пределы вещества в так называемую «полную» пустоту А. Эйнштейна (знаменитая древнегреческая аналогия − «полет копья»).

Похожая аналогия, порождающая геометрию, «*в значительной степени отличную от нашей*», приведена в работе А. Пуанкаре [10]:

«Вообразим, например, мир, заключенный внутри большой сферы и подчиненный следующим законам. Температура здесь неравномерна; она имеет наибольшее значение в центре и понижается по мере удаления от него, делаясь равной абсолютному нулю на шаровой поверхности, которая является границей этого мира.

Я определяю в точности даже закон, по которому изменяется эта температура. Пусть R будет радиус граничной поверхности, z − расстояние от центра сферы. Абсолютная температура пусть будет пропорциональна R + z.

Я предположу далее, что в этом мире все тела имеют один и тот же коэффициент расширения, именно такой, что длина какой-нибудь линейки пропорциональна абсолютной температуре.

Наконец я предположу, что ***предмет, принесенный из одной точки в другую, где температура иная, тотчас же приходит в состояние равновесия с новой средой****. В этих допущениях нет ничего ни противоречивого, ни немыслимого.*

В таком случае ***движущийся предмет будет уменьшаться по мере приближения к граничной сфере****. Теперь заметим, что хотя этот мир ограничен с точки зрения нашей обычной геометрии, тем не менее, он будет казаться бесконечным для его обитателей (рис.*

17, а).

В самом деле, когда они пожелали бы приблизиться к граничной сфере, они охлаждались бы и становились все меньше и меньше. Поэтому ***шаги их постоянно укорачивались бы, и они никогда не смогли бы достигнуть граничной сферы.***

Если для нас геометрия есть не что иное, как изучение законов, по которым движутся неизменные твердые тела (п /ж курсив везде наш − *Авт.*), *то для этих воображаемых существ она была бы изучением законов, по которым движутся твердые тела,* ***изменяющиеся вследствие тех различий в температуре*** (курсив *А. Пуанкаре), о которых я только что говорил»..*

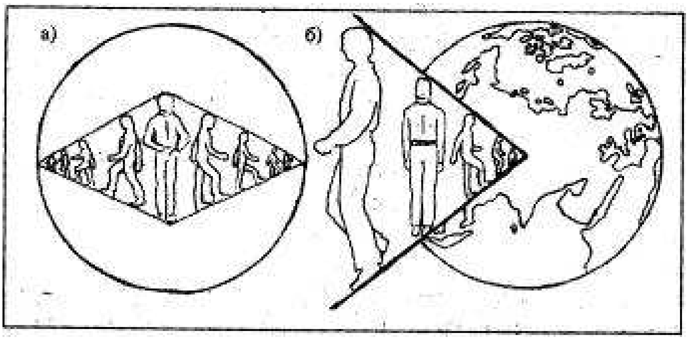


Рис. 17

Переходя в рассуждениях Пуанкаре от мыслимой сферы на окрестности Земли, можно по аналогии показать иное. Если бы обитатели сферы, жили на ее поверхности *и вместо температурного изменения твердых тел имели бы аналогичные изменения* ***как следствие изменения,*** *например****, напряженности гравитационного поля****, то их движение к центру сферы-шара сопровождалось бы их уменьшением и никогда бы не кончилось* (рис.17, *б*), − *т.е.* ***было бы бесконечным внутрь****. Такое же движение от центра наружу сопровождалось бы увеличением линейных размеров и тоже никогда бы не кончилось, − было бы* ***бесконечным наружу****,* т. е. оставалось полностью в рамках диалектики. Именно эти условия и обеспечивают существование человечества на планете Земля.

Наиболее широкое гносеологическое понятие, включающее все виды вещества, все движения и все свойства, полностью абстрагированное от вещественных объектов и отображающее реальную природу как таковую, как данную нам в ощущениях, как субстанцию, *есть понятие **«материя».***

Это понятие, общее для нашего уровня, и его атрибуты изучаются философией. *Разновидностей материи нет. Вид материи всегда вещество. И материя составной элемент всеобщей духовной субстанции.*

Попытки подвести под понятие вида материи различные физические поля, предпринимаемые в физической и философской литературе, бессодержательны, поскольку одновременно отрицается вещественность полей. *Материя кроме вещественности, ничего не представляет.* Поскольку *физические поля – это состояния вещества* (материи) и отображают они свойства движения – в частности, эфира, то *абстрагирование от свойств к фиктивной субстанции, не являющейся материей, логически некорректно.*

Вернемся к движению как к свойству тела. В соответствии с гносеологическим определением материи, формой ее бытия является движение. *Материи, а значит и вещества, без движения не существует и наоборот.* Отходя от абстракции (материя) к объективной реальности (тело), следует предположить, что ***каждое тело, а с ним и вещество, имеет свойство постоянного движения. И это движение происходит относительно самого тела, т.е. является абсолютным самодвижением****, не зависящим от движения других тел, но связанным с ними.* При таком подходе к самодвижению каждого тела задачей становится отыскать движение, описываемое диалектическими законами. Им оказывается *наиболее распространенное колебательное движение – пульсация.*

Пульсация − единственное в природе движение тел относительно самих себя, пространства и других тел, их прирожденное свойство. *Это третий и определяющий вид движения.*

Известно, что в механике Ньютона утверждается существование лишь двух видов движения: линейного перемещения и поворота. Третье, обусловливающее существование двух первых на всех уровнях материи, не воспринимается, и как основное свойство самодвижения материи, вызывающее взаимодействие всех тел и все виды их перемещений, на сегодня не рассматривается.

Отметим, что *явление «самопульсация» (самодвижение) - важнейшее понятие для представления сущности движения тела.* Оно наблюдается у всех тел (галактик, звезд, молекул, атомов, элементарных частиц и т. д.). Но, тем не менее, в классической механике отрицается возможность существования этого явления у таких тел, как планеты, их спутники, небесные камни (кометы, астероиды, метеориты и т.д.), да и у тел на поверхности Земли. Отрицается по той простой причине, что люди никогда ни визуально, ни эмпирически не фиксировали аналогичного процесса на поверхности Земли.

К тому же систематическая самопульсация тел как бы требует для своего поддержания такой же систематической «подпитки» энергией. Поскольку подпитка еще не фиксируется современными методами и не отмечается даже намека на ее существовании (уже потому, что не предполагается), то в соответствии с физической логикой, не может быть и речи ни о какой самопульсации на макроуровне. Тем более, что самопульсацию звезд можно объяснить термоядерными процессами, якобы происходящими в них. Да и в существовании самопульсации элементарных частиц до сих пор физические науки не определились. Господствует мнение об их самонеподвижности, хотя и квантовая физика, и все теории элементарных частиц базируются на волновых процессах. *Это привычно, а потому как бы понятно*, хотя ответ на вопрос, откуда берется (и немалая по отношению к частицам) энергия для поддержания волновых процессов в микромире, тоже отсутствует.

Рассмотрение тела всегда начинается с изучения его свойств. Сколько их – нам неизвестно, но предполагаем, что очень много. Какие они? Как физически проявляются? Как свойства связаны между собою? – знаем достаточно неопределенно. И, естественно, что только малая часть из них нам известна и более или менее изучена (таких свойств около 200, и многие из них еще не удается связать друг с другом). И потому не спрашиваем о том, существуют ли, например, масса или объем у тела. Мы уверены, что существуют, мы с ними сталкиваемся постоянно, имея дело с тяжестью или набивая о внешние тела шишки. Но вот о пульсацию шишки не набьешь, и в соответствии с такой логикой она должна отсутствовать.

Само по себе понятие «пульсация» – тоже абстракция, включающая множество так называемых волновых свойств: частота, длина волны, волновой вектор, период колебания, амплитуда и др.

Взаимодействие всех тел происходит одинаково – либо путем прямого контакта, либо посредством передачи колебания вещественным пространством – эфиром (практически, тоже контактом, но на другом уровне). *Колебания и воспринимаются нами как различного рода полевые взаимодействия.*

Отметим еще раз, ***что всякое линейное движение (включая***

движение элементарных частиц), как и вращение, вызывается взаимодействием пульсирующего тела с пульсирующим пространством, более того, сама пульсация сопровождается спиновым вращением гравитационного поля каждого тела.

Перейдем к рассмотрению физического пространства. Известно, что *в классической механике пространство есть абсолютное, неподвижное, однокачественное, независимое, самотождественное вместилище всего сущего, не взаимодействующее само с собой и с телами, в него помещенными.*

В русской механике *анизотропное, эфирное вещественное пространство есть интегральная сумма различных подвижных индивидуальных мест-тел (почти по Аристотелю), обладающих бесчисленным многообразием взаимообусловленных и взаимосвязанных качеств, взаимодействующее со всеми окружающими телами, входящими в данное пространство и равнозначными пространству.* (Отсюда – объем тел является их пространством.)

Эфир как телесное пространство присутствовал в гипотезах о природе со времен Древней Греции. Однако с появлением общей теории относительности (ОТО) *наука постулативно отказалась от эфира как от вещественной среды, превратив пространство в пустую емкость, не имеющую свойств.* В мыслимую пустоту, свободную от любых материальных объектов. Однако в начале пятидесятых годов эксперименты начали фиксировать наличие у пустого пространства свойств физической среды. И вместо признания вещественного эфира было принято соломоново решение ввести понятие *«пустой физический вакуум», − мыслимое пустое пространство, обладающее некоторыми телесными свойствами, но не являющееся вещественной средой.* И хотя это понятие, сохраняя честь физического мундира, до сих пор остается в науке, все больше и больше исследователей уходят от него к различным вариантам вещественного эфира. Автор согласен с ними и предлагает свою версию эфирного пространства.

Эфир – изначальное состояние любой материи, самодвижущаяся (пульсирующая) анизотропная дисперсная среда, обладающая свойствами веществ, переносчик всех физических взаимодействий, включая гравитационные. В пределах поверхности Земли и в ее окрестностях эфир содержит состоящие из амеров самодвижущиеся частицы.

Собственные колебания атомов эфира – его самодвижение - и *составляют нулевые колебания так называемого вакуума* (последние сейчас отвергаются как колебания вещественные). *Атомы эфира имеют, как и обычные тела, бесконечный набор взаимосвязанных свойств,* т.е. одинаковую качественную зависимость свойств, но количественная величина каждого свойства у частичек эфира отличается от всех веществ.

Отличие самого эфира от весомого вещества состоит в том, что *атом вещества имеет центральное ядро, соразмерное с ним в пределах пяти-восьми порядков и реагирующее на электромагнитные излучения. Центральное сгущение атома эфира и его ядро, по сопоставимой величине, на много порядков меньшее ядра атома. Последнее и обусловливает его прозрачность для всех видов известных науке излучений.*

Притяжение между частицами и их взаимодействия друг с другом передаются как пульсирующее вещественное (эфирное) приталкивание от нейтральных зон каждого структурного уровня (о нейтральных зонах далее) *внецентренно к сгущениям и фиксируются физически как виды полей*, различные для каждой структуры.

Структура вещественного эфира, образующего все пространство, включая космическое, представляет собой иерархию взаимопульсирующих материальных образований ячеистого типа различного уровня. Каждый структурный уровень состоит из аналогичных по физическим параметрам ячеек и различается в такой последовательности: ...Вселенная, ...группа галактик, ...галактика, ...созвездие, ...звездные (солнечные) системы, небесные тела, молекулы, ...амеры, и т.д. с бесконечностью в обе стороны и с нейтральными слоями между ними.

Совокупность ячеек одного структурного уровня на большом, несопоставимом с их размерами расстоянии создает впечатление изотропности образуемого ими пространства. Это особенно заметно по расположению галактик и групп галактик, где каждая из них по отношению друг к другу представляет как бы ячейку.

Некоторая относительная соизмеримость элементов пространства может проявляться только в геометрической форме и только в нейтральной зоне. Всякое движение из нейтральной зоны внутрь ячейки или наружу деформирует геометрическую соизмеримость соседних ячеек, и сам измерительный инструмент.

Поскольку небесные тела − звезды мы отчетливо наблюдаем в основном в пределах нашей галактики, создается впечатление, что структура расположения этих звезд не соответствует структуре расположения галактик, во-первых, потому, что расстояния между звездами, как и их размеры, отличаются большим разнообразием, а во-вторых, якобы из-за отсутствия отграниченности звезд друг от друга. Это *отсутствие отграниченности кажущееся, оно обусловлено только нашим субъективным восприятием межзвездных взаимодействий*. Мы не видим в ближайшем окружении Солнца никаких границ между ним и планетами, и потому нам представляется, что переход в пространстве от одной звезды к другой или от звезды к планете не имеет никаких границ и происходит в невещественном пространстве.

На самом деле все небесные *тела «обволакиваются» эфирным уплотнением – эфирной «шубой», пропорциональной вещественной плотности окружающего пространства и напряженности электрических и гравитационных полей. И между любыми небесными телами существует пограничная нейтральная зона из одинаковой плотности и напряженности смежных гравитационных полей. Это четко выраженная граница между небесными телами, которая определяет возможность гравитационного (волнового) воздействия поля одного тела на другое*.

Размеры нейтральной зоны формируются параметрами каждого из тел и также обусловливают относительную неизменность и пропорциональность расстояния между телами. Если количественные величины параметров каждого приграничного тела сопоставимы физически, то для изменения расстояния между такими телами необходимо приложить внешнюю силу. Под действием собственной энергии они этого сделать не могут. Не позволяет нейтральная зона.

Следует особо подчеркнуть, что ***вещественность космического пространства предполагает существование общего для всех тел и в то же время индивидуального по количественной величине в любом месте свойства – удельной, плотности вещества – эфира, образующего данный объем.*** Изучать небесные тела, их параметры, движение или излучение без представления об эфирной плотности пространства, в котором они находятся, и без учета взаимодействия с этим пространством просто невозможно. Все полученные результаты окажутся некорректными.

Эфир как разновидность духовной телесности обладает бесконечным набором свойств, которым обладают все вещественные те-

ла. Различие между ними состоит в том, что у атомов эфира количественные величины свойств значительно отличаются от аналогичных величин тел еще и тем, что они представляют по отношению к «осязаемой» нами и нашими приборами телам (материи) *сплошную среду других рангов*. Такую среду, в которой, например, практически плавают молекулы воздуха, почти не соприкасаясь друг с другом у поверхности Земли и испытывая взаимное прижатие только вследствие давления вышележащих молекул того же воздуха (атмосферное давление). Да и молекулы воды находятся достаточно далеко друг от друга.

Именно признак «сплошности» относительно молекулярного уровня и обусловливает эфиру, с одной стороны жесткое «образование» околоземного пространства, а с другой, необычайные свойства упругости, способствующие передаче поперечных колебаний в пространстве.

Сами атомы эфира в своем большинстве практически «неподвижны» (т.е. не меняют положение относительно пространства), создавая почти монолитную для себя структуру, отличающуюся тем, что элементы ее являются одновременно и элементами вещественной молекулярной структуры, образуя на ней (на электронах, протонах, фотонах и других элементарных частицах) «утолщения» − «шубы». Именно границы шубы оказываются тем «смазочным» материалом, который «ликвидирует» трение между физическими телами и обеспечивает им возможность «свободного» перемещения в эфире, так же как и эфиру «свободно» проникать в эти тела.

Другим важнейшим свойством эфира, как и всех вещественных тел, является его постоянная самопульсация, способность передавать на полевом уровне и практически без потерь множество колебательных (вибрационных) воздействий, воспринимаемых от самых разных осцилляторов. Самопульсация и вынужденная пульсация «монолитной» эфирной среды - основа передачи всех гравитационных и электромагнитных взаимодействий и одновременно та структура, которая обусловливает существование всех полей и возможность движения любых тел, от элементарных частиц до групп галактик и Вселенной.

Самопульсация и ее следствие − волновое распространение взаимодействий (сгущение и разряжение) в эфирной среде − основа давления и приталкивания тел, основа всех видов притяжения.

Вещественность эфирного пространства предполагает, как уже *говорилось, в первую очередь подобие этого пространства любому вещественному телу. Ибо только подобие свойств эфирного пространства свойствам вещественных тел обусловливает возможность взаимодействия их друг с другом*. В то же время количественная величина свойств эфирного пространства отличается от аналогичных свойств тел на такое количество порядков, которое приводит к невидимости (прозрачности) молекул «невесомого» эфира и полной видимости молекул весомых веществ. И эта невидимость – следствие того обстоятельства, что ядра молекул эфира на 5-8 порядков меньше ядер весомых веществ. Оно-то и определяет основные особенности эфирного пространства и движение в нем весомых тел.

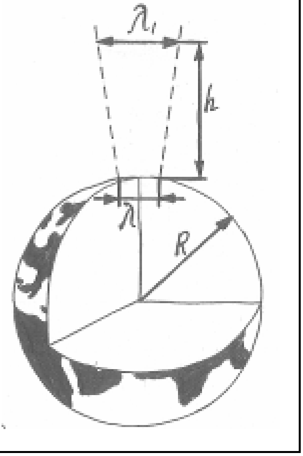
Другое обстоятельство, способствующее прозрачности эфирных молекул, заключается в том, что нейтральные зоны напряженности эфирных межмолекулярных полей не влияют существенно на деформацию элементарных частиц (электронов, фотонов, протонов и т.д.) при прохождении ими нейтральных межмолекулярных зон. И прежде чем знакомиться с механикой движения в эфирном пространстве этих частиц, рассмотрим в самой общей форме структуру и назначение нейтральной зоны на примере гравитационной нейтральной зоны между Землей и Солнцем (которые аналогичны молекулярным нейтральным зонам), исходя из того, что количественные величины параметров, которыми обладают эти тела, действительно соответствуют ныне принятым величинам.

Прежде всего, отметим, что все околосолнечное пространство формируется удельной плотностью каждого элементарного объема (тела) и гравитационным полем Солнца, а все тела, двигаясь в этом пространстве, взаимодействуют с данным гравиполем. Напряженность гравиполя Солнца на его поверхности равна g = 27400 см/с^2 и изменяется к периферии по закону $gR^2 - const$, где R – расстояние от центра Солнца до той области пространства, в которой определяется g. При определении напряженности на поверхности вместо R подставляется радиус Солнца. (Принятая на сегодня величина радиуса Солнца − 695990±10 км [13] сомнительна. Известно, что траектория луча света от звезд, проходящая у Солнца, под действием его гравитационного поля искривляется на 1-2″. Если это так, то лучи света, идущие от края солнечного диска к Земле, тоже искривляются на те же ~ 2″. И результатом гравитационной рефракции становится уменьшение величины реального радиуса на ~ 1,5-2 тыс. км. Истинный радиус Солнца оказывается на те же 1,5-2 тыс. км больше. Т.е. находится в пределах 697-698 тыс. км.)

Отметим, что индивидуальные параметры имеют все небесные тела. И хотя величина поверхностной напряженности этих тел не совпадает с аналогичной напряженностью Солнца, должна существовать такая граница, где напряженность гравиполя тела, в частности планеты Земли и гравиполя Солнца, совпадают. Это совпадение напряженностей, на некотором удалении от поверхности, вокруг всего меньшего тела образует нейтральную зону между телом и Солнцем, а объем эфира от поверхности планеты до ее нейтральной зоны составляет «макропланету», своего рода макромолекулу, в которой планета является «солнечным электроном» или по аналогии для уровня элементарных частиц – эфирную «шубу» электрона.

Рассмотрим в качестве примера геометрические параметры нейтральной зоны между Солнцем и Землей [14]. Отметим, что *с изменением напряженности гравитационного поля находящиеся в нем тела деформируются, а свойства их меняются пропорционально этой деформации.*

Рис. 18

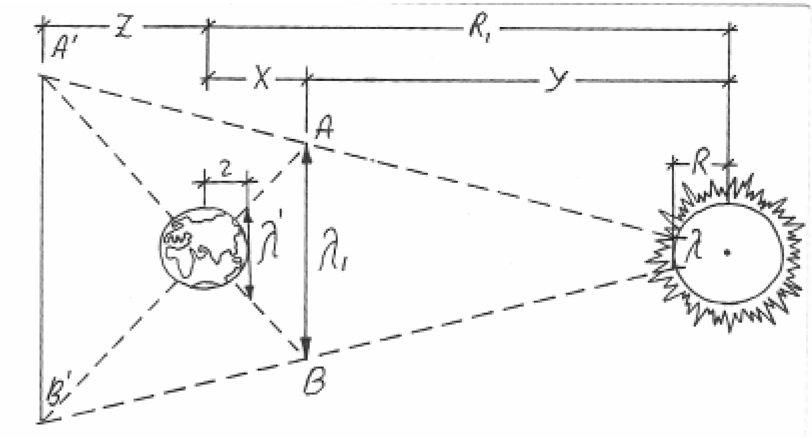


Подобный процесс сопровождает движение фотона в гравитационном поле, который изменяет не только свои размеры, но и частоту. Например, фотон или волна имеет на поверхности Земли длину λ (рис. 18). При перемещении на высоту h длина волны изменится и станет равной λ'. Это изменение длины волны на величину $\Delta\lambda$, ($\Delta\lambda = \lambda - \lambda'$) и фиксируется на высоте h как гравитационное красное смещение. Аналогично фотон или волна, идущая из космоса к Земле, имеет на высоте h длину волны λ', и к поверхности она уменьшается по линейной зависимости до величины λ. Спектроскоп же зафиксирует у этой волны фиолетовый сдвиг.

Получается примерно следующая качественная картина: световая волна, сжимаясь, как бы немного деформирует гравиполя эфирных молекул, обусловливая их суперпозицию, вызывая изменение энергии волны, и внешне проявляясь как ее преломление. Суперпозиция обеспечивает проникновение волны через поле. Параметры движения волны зависят от плотности окружающего пространства.

Используя линейную зависимость длины волны от напряженности гравитационного поля, рассмотрим движение светового луча с длиной волны A = 4000 $A°$ от Солнца к поверхности Земли. Поскольку излучение движется в пространстве с изменяемой напряженностью гравитационного поля, то длина волны возрастает до той нейтральной зоны AB (рис. 19), в которой напряженность гравиполя Солнца – g_o сравнивается с напряженностью гравиполя Земли – g; $g_o = g$.

Рис. 19.



В районе AB длина волны λ', а следовательно, и красное смещение, достигают максимальной на расстоянии между Солнцем и Землей величины, и при дальнейшем движении под воздействием возрастающей напряженности гравиполя волна начинает сжиматься таким образом, что ее длина на поверхности Земли становится равной λ' = 4,000003 x 10^{-5} см [15]. Зная длину исходящей λ и получаемой λ' волны, находим расстояние от Земли X и Солнца Y до нейтральной зоны AB:

$$\lambda'/R = \lambda_1/X; \quad \lambda/R = \lambda_1/Y; \qquad (2.1)$$

$$X + Y = R_1, \qquad (2.2)$$

где r – радиус Земли; R – радиус Солнца; R_1 – расстояние от Земли до Солнца.

Решая уравнение (2.1) и подставляя результат в (2.2) определяем расстояние от Земли до нейтральной зоны:

$X = 1{,}356 \cdot 10^{11}$ см и $Y = 1{,}4824 \cdot 10^{13}$ см.

Нейтральная зона образует вокруг Земли некую сферу единой напряженности, строго пропорциональную радиусам Земли и Солнца. Так, на расстоянии X откладывается ~ 213 радиусов Земли, а на расстоянии Y ~ 213 радиусов Солнца. Со стороны, противоположной Солнцу, расстояние от Земли до нейтральной зоны $A'B'$, $Z = 1{,}382 \times 10^{11}$ см и на нем укладывается 217 радиусов Земли, а на суммарном расстоянии $Z + R_1 = 1{,}5098 \times 10^{13}$ см укладывается также 217 радиусов Солнца. Если же рассчитать расстояние до нейтральной зоны вдоль орбиты по движению планеты и против него, то оно в обоих направлениях составит около $1{,}37 \times 10^{11}$ см.

Нейтральная зона образует на значительном расстоянии от Земли своего рода большую несколько деформированную сферу – супермолекулу, центр которой, находясь в постоянном движении, располагается в среднем на 200-300 км под поверхностью Земли с противоположной от Солнца стороны. Земная супермолекула плотно «сидит» в сфере притяжения Солнца, а внешнее воздействие поля Солнца (приталкивание), «сплачивает» ее молекулы, образуя для каждого элемента Земли свою твердость и прочность. Эфир, образующий супермолекулу, «сопровождает» в движении по орбите свое ядро − Землю.

Таким образом, ***нейтральная зона тела в каждом структурном эфирном образовании (от амера до вселенной) обусловливает его существование как отграниченной взаимосвязанной системы того пространства, в котором оно находится***.

Супермолекула – очень характерное образование. Эту структуру повторяют молекулы всех без исключения тел вселенной (как макромира, начиная с галактик, так и микромира). В нейтральной зоне, где удельная плотность единицы пространства от планеты и Солнца одинакова, напряженность гравиполя Солнца «плавно» переходит в напряженность гравиполя Земли. Обеспечивая ей, как и всем остальным планетам и телам, жесткое закрепление в данной области солнечного пространства и, следовательно, отпадает вопрос об «устойчивости» как Солнечной системы, так и ее планетарных образований.

Само же расстояние от центрального тела до нейтральной зоны обусловливается его энергетическими возможностями. И потому изменение расстояния от Солнца до Земли возможно только при изменении собственной энергии одной из них (например, Земли) или обоих. Изменение напряженности гравиполя Земли будет сопровождаться «расширением» или «сужением» расстояния от центра тела до его нейтральной зоны.

Нейтральная зона − основной конструктивный элемент любого тела. Именно она образует молекулы конкретного индивидуального вещества − тела. Именно она «выстраивает» структуру и определяет свойства и область нахождения молекул в теле, планет, звезд, галактик и т.д. Именно она противодействует возможности "схлопывания" вещества и «запрещает» существование так называемых «черных» дыр. Именно от ее плотности зависят химические и физические свойства всех веществ. И повторимся − структура элементов этих веществ, например молекул тел, или галактик, аналогична структуре супермолекулы планеты Земля. Тогда как *основой сплошных весомых тел на поверхностях планет становится именно отсутствие за границами тел собственных нейтральных зон*.

Самопульсация ядра (например, Земли) передается молекулам эфира, образующим пространство в форме эфирных волн от ее поверхности к сферической, нейтральной зоне, в том числе и в направлении Солнца. С другой стороны, от пульсирующего Солнца к той же нейтральной зоне приходят аналогичные волны. Самопульсация и другие движения тел обусловлены также вращением относительно объемов их гравитационных полей и собственной гравитационной деформации от внешних гравиполей. Вращающееся поле тела поляризует его объем и «укладывает» все насыщающие его тела в свой объем в соответствии со сложившейся поляризацией. Похоже, что поляризация достаточно заметна и на Земле, например, по структуре она – поляризованный кристалл.

Чем ближе такая супермолекула к нейтральной зоне между Солнцем и окружающими звездами, тем неопределеннее ее движение, тем более она подвержена воздействию различных сил, тем больше она напоминает молекулу.

Весомые тела, находящиеся, например, на поверхности Земли, образуются молекулами, имеющими ту же структуру, что и супермолекула. Но в отличие от нее такие молекулы не вращаются по орбите, а соприкасаются своими нейтральными зонами (как, например, и «молекулы» образующие околозвездное пространство), что и обусловливает существование твердого тела. Молекулы газообразных тел в естественных условиях не соприкасаются нейтральными зонами, а жидкие, как, например, вода имеют подвижное соприкосновение - эфирную прослойку в нейтральной зоне. Соприкосновение молекул нейтральными зонами лишает их возможности достаточно быстрого пространственного перемещения относительно друг друга, и оставляют им одну форму внутреннего движения – самопульсацию. *Все молекулы объема тела пульсируют синхронно, обусловливая синтезирующим взаимодействием определенную ритмику пульсации всему телу, которое вследствие этого тоже пульсирует, но на другом уровне.* И потому нейтральная зона не есть жесткое неподвижное образование, а своего рода подвижная сферическая мембрана, отграничивающая, но не отторгающая молекулы друг от друга.

Между обособленными телами на поверхности Земли нейтральная зона отсутствует, поскольку их собственная энергия так мала, что силовое воздействие гравиполя Земли «загоняет» нейтральную гравитационную зону вглубь объема самого тела, тем самым, ослабляя его структуру, и позволяя различным телам соединяться своими поверхностями. И только значительная гравидеформация тела, вызванная, например, его движением над поверхностью Земли с первой орбитальной скоростью или опусканием его вглубь Земли, приводит к возрастанию энергии тела, к перемещению нейтральной зоны к его поверхности и, наконец, к «отрыву» от поверхности и образованию общей нейтральной зоны с Землей. Именно образование общей нейтральной зоны приводит к «всплыванию» тела над поверхностью Земли. Тело обретает новое качество и становится спутником или, если их много на орбите, образует кольцо (например, кольца Сатурна).

Соприкасаясь своими нейтральными зонами, молекулы на границе создают электромагнитные эквипотенциальные поверхности, те самые, которые «обволакивают» граничные молекулы тела, образуя эквипотенциальную зону, сжимающую, за счет внешнего приталкивания, внутренние поверхности молекул, не позволяя им «оторваться» от тела. *Твердость тела всегда обусловлена приталкиванием его молекул друг к другу внешним, по отношению к ним, эфиром.* Таким образом, тело из молекул получает над внешней нейтральной поверхностью пульсирующую эквипотенциальную сферу стоячих волн, в узлах которой и могут вращаться электроны, «выдавленные» из тела. Некоторые выводы из вышеизложенного:

- вещественное пространство анизотропно во всех направлениях;

– пространство образуется частицами эфира (или другими телами определенной структуры), отграниченными нейтральными зонами и обладающими самодвижением – пульсацией;

– основным структурообразующим фактором пространства является самопульсация тел и спиновое вращение их гравиполя;

– пульсация частиц передается до нейтральной зоны и либрационных точек на орбите, где может происходить ее фазовая компенсация. Нейтральные зоны отграничивают элементы пространства, квантуя его на ячейки;

– структурные свойства данной области пространства сохраняются либо за счет самоотталкивания тех из ее тел, которые имеют параметры колебания, не совпадающие по фазе, либо притяжением при совпадении фазы с пульсацией пространства;

– плотностность каждой области пространства определяется пульсацией ее центрального тела и другими окрестными телами, пульсирующими в унисон с центральным телом.

− Каждая область пространства (тела) имеет многоплотностную структуру.

2.2. Геометрическое понятие – «пространство»

Ранее, при кратком обзоре элементов геометрий отмечалось отсутствие пространства в статической геометрии. И хотя понятие «пространство», на интуитивном уровне, очевидно не только математикам, но и каждому человеку, гносеологически оно достаточно неопределенно, поскольку предполагает несколько вариантов его обоснования. Неопределенность эта обусловливает геометрам возможность различного подхода к формулированию понятия «геометрическое пространство».

Для любого жителя Земли пространство – реальный (существующий вне нас и наших ощущений, хотя и в них тоже), телесный объем или протяженность – «длина, ширина, высота и глубина» [16]. Причем, во всех направлениях, этому объему нет конца, то есть он бесконечен вдаль и вглубь. Различие же заключается в том, что большая часть людей полагает пространство очень большим пустым вместилищем («ящиком без стенок»), в котором на значительном расстоянии друг от друга «плавают» тела различного размера. Т.е. пространство является самодостаточной субстанцией, равнозначной материи (в этом представлении присутствует противоречие; раз в пространстве наличествуют тела, оно не является пустым). Значительно меньше людей придерживается мнения Аристотеля о том, что пространство является свойством природных тел-вещей – протяженностью, и потому не может быть пустым.

Геометрическое понятие «пространство» в евклидовой геометрии явно не выражено, но неявно предполагается как размеры тех линий и фигур, которые образуются аксиоматически, и расстояний между ними, а, следовательно, как протяженность отсутствует. Неявность понятия пространства у Евклида также обусловливает возможность его различного толкования и более того не исключает предположения об отсутствии пространства в статической геометрии, что получается из определения. Однако математики психологически не могли допустить отсутствия пространства в геометрии и потому искусственно наделяли несуществующее в статике пространство теми качествами, которые им казались соответствующими реальному пространству. Поскольку само понятие «пространство» является важнейшим понятием математической дисциплины – геометрии и потому должно обладать единым определением, кажется естественным, что именно с него и должно начинаться первое знакомство с предметом «Геометрия». Однако на практике это далеко не так.

Геометрию начинают изучать еще в средней школе. И естественно, что там же ученики знакомятся с искусственным геометрическим пространством. Потому у нас и возник вопрос: А как же формулируется определение понятия «пространство» в учебниках (кстати, имеющих немалую толщину). В учебниках семидесятых – восьмидесятых годов авторского коллектива А. Колмогорова [17] изучение геометрии начиналось с понятий «фигура» (предполагается, что с точкой ученики уже знакомы). От фигуры переходят к следующей формулировке понятия пространство:

«В геометрии множество всех точек называется пространством» и далее – «Каждая фигура есть подмножество пространства»

Мы так и не сумели, по этой формулировке, понять как из множества точек, из одного качества, не имеющих длины и объема, т.е. не обладающих свойством протяженности и не связанных между собой можно получить пространство − другое качество, «ящик без стенок», обладающий протяженностью. На «счастье» учеников в девяностых годах и сейчас в школах учат уже не по учебнику А. Колмогорова, а по учебнику А. Погорелова [18], занявшего призовое место на конкурсе учебников по математике, и мы с удивлением обнаружили, что в нем вообще отсутствует понятие «пространство», так же, как и понятие «свойство». А изложение начинается с определения науки «Геометрия»: «Геометрия – это наука о свойствах геометрических фигур». И далее следует изложение свойств этих самых фигур. Похоже, учителя полагают, что понятия «пространство» и «свойство» ученикам хорошо известны.

В справочнике М. Выгодского [19] предмет геометрии определяется следующим образом: «Геометрия изучает пространственные свойства предметов, оставляя в стороне все остальные их признаки». Отдельное определение понятия «пространство» отсутствует и далее оказывается выраженным в неявной форме: «Предмет, от которого мысленно отняты все его свойства кроме пространственных, называется геометрическим телом».

Здесь четко фиксируется исходный признак начала геометрии – предмет (конечно, если под предметом понимать тело, имеющее объем, а под свойствами – свойства тел), а, следовательно, и объем (пространство), которое это тело образует. (Пояснение, что объем тела есть пространство – отсутствует. Справочник М. Выгодского, похоже, единственный справочник, из известных нам, в котором объем тела является пространством.).

Но существует и другой подход к пониманию пространства. Этот подход предполагает возможность «извлечения» свойств пространства в виде продукта собственного ума. Таким образом, понятие «пространство» вводили многие геометры: и Б. Риман, и В. Клиффорд, и А. Пуанкаре, и Д. Гильберт, и др. Особое мнение из корифеев математики имели, похоже, только К. Гаусс, Н. Лобачевский и И. Вейль. Вот как высказывал свои убеждения Гаусс в письме к Бесселю [3]: «*Мы должны смиренно признать, что, хотя число и есть продукт нашего ума* (эта констатация более чем сомнительна. – *Авт.*), *пространство есть реальность и вне нашего ума, которой мы не можем всецело приписать закона a priori*».

Именно с понятия “пространство” начинает свой знаменитый формуляр, “О гипотезах лежащих в основаниях геометрии”, выдающийся немецкий математик Б. Риман [4]:

*«Общеизвестно**, что геометрия предполагает заданными заранее как понятие пространства, так и первые основные понятия, которые нужны для выполнения пространственных построений***

(п/ж курсив везде наш. – *Авт.*). *Она дает номинальное определение понятий, тогда как существенные свойства определяемых объектов входят в форме аксиом.* ***При этом взаимоотношение между этими предпосылками остается невыясненным: не видно, является ли, и в какой степени, связь между ними необходимой; не видно также a priori, возможна ли такая связь…***

Причина этому обстоятельству, как я полагаю, заключается в том, что ***общая концепция многократно протяженных величин, к которым относятся пространственные величины, оставалась вовсе не разработанной****. В связи с этим я поставил перед собой задачу, – исходя из общего понятия о величине, сконструировать понятие многократно протяженной величины. Мы придем к заключению, что в многократно протяженной величине возможны различные мероопределения и что* ***пространство есть не что иное, как частный случай трижды протяженной величины.*** *Необходимым следствием отсюда явится то, что* ***предложения геометрии не выводятся из общих свойств протяженных величин*** *и что, напротив,* ***те свойства, которые выделяют пространство из других мыслимых трижды протяженных величин, могут быть почерпнуты не иначе как из опыта. В таком случае возникает задача установить, из каких простейших допущений вытекают метрические свойства пространства…****»*.

Из этого отрывка следует, что протяженность не является основанием для выявлении сути понятия «пространство». Пространство существует как одно из рядовых свойств, не отображающих конструкцию пространства, и остается неявным геометрическим свойством (просим читателя обратить на это особое внимание), не влияющим на фигуры в ней, к тому же не зависящую качественно от того, сколько и в каких направлениях этих протяженностей находится. Именно *постулируемая независимость протяженностей от пространства по разным направлениям и становится основой метричности римановой геометрии*. Метричность, в свою очередь, оказывается формальным геометрическим обстоятельством, призванным искусственно объединить эти направления в пространство. А поскольку протяженность признавалась второстепенным понятием, становилось возможным обойтись при «конструировании» пространства n – кратно протяженной величины простой заменой протяженности длиной (направлением перемещения).

Если исходная посылка Римана предполагает заданным заранее (кем или чем?) понятие пространства и «*предложения геометрии не выводятся из общих свойств протяженных величин*» (т.е. из свойств тел*). А* «*пространство есть не что иное, как частный случай трижды протяженной величины*», то никакой связи математического предмета «геометрия» с реальным окружающим нас пространством не просматривается. (Это становится особенно заметно при рассмотрении пространства Пуанкаре). Ибо из всех геометрических свойств, которые сами по себе в природе отсутствуют и действительно формализуются в голове исследователя природы, только протяженность является свойством, характеризующим параметры природы, отображающим основное пространственное качество физических тел. Все остальные фигуры геометрии есть форма осмысления исследователем тех предметов опыта, которые поставляют ему его ощущения.

Протяженность в ее общеупотребительном понимании не есть длина, а только может употребляться в значении длины. Протяженность это понятие многофакторное, могущее, в зависимости от смысла, выражать соответственно и длину, и высоту, и ширину и даже пространственную плотность. То есть отображать в едином понятии телесность и размеры определяемого предмета. Предмет, имеющий протяженность, вне зависимости от того упоминается об одной или трех из них, – телесен, а значит, сам по себе имеет их более трех. И эта *телесность есть первичное, главное свойство протяженности, отображаемое в научных исследованиях размерностью, не зависящей от метричности*. Метричность может обозначаться в метрах, футах, локтях или лаптях, что второстепенно и отразится только на изменении наименований понятия определенной размерности. Размерность же есть качество (свойство) предмета и потому за любой размерностью всегда стоит определенный объект-тело. Первичное, – то с чего должно начинаться изучение геометрии. Но Риман изложил свое представление о протяженности, как о второстепенном, несущественном свойстве, и последователи незамедлительно довели его мысль до конца. Следующим логическим шагом стало избавления от протяженности, как от основного качества пространства и формальной замены его длинами геометрических фигур. (Основанием для «избавления» стала евклидова геометрия, в которой отсутствует понятие «протяженность».) И, похоже, первым на это обстоятельство риманова формуляра обратил внимание В. Клиффорд. В небольшой статье-резюме

«О пространственной теории материи» он пишет [20], уже не упоминая о протяженности:

«*Риман показал, что,* ***как существуют разного рода линии и поверхности, так существуют и разного рода пространства трех измерений*** *и что мы можем лишь опытным путем установить, какого рода то пространство, в котором мы живем. В частности в рамках опытов на поверхности листа бумаги верны аксиомы геометрии на плоскости, но мы знаем, что в действительности лист испещрен множеством малых рубчиков и бороздок, на которых (поскольку полная кривизна не равна нулю) эти аксиомы несправедливы*».

И хотя в названии статьи звучит слово «материя», в содержании ее материя уже отсутствует (если не считать не имеющие отношения к геометрии и сбивающие с толку «малые рубчики и бороздки»), поскольку обсуждаются только соотношения элементов геометрических фигур, не имеющих никакого отношения к материи, а не принципы их построения. А само понятие «протяженность», основное геометрическое свойство материи, уже благополучно выпало из набора геометрических свойств. И выпало не случайно.

Великий французский математик начала XX века А. Пуанкаре немало времени посвятил обоснованию гносеологических основ математических наук и изложению их в достаточно популярной форме. Его работа «Наука и гипотеза» специально посвящена рассмотрению философских оснований математики, а один из разделов книги так и называется «Пространство» [10]. Поскольку выводы, изложенные в данном разделе, наиболее полно отображают математические представления пространства и остаются достаточно актуальными для современного понимания этой проблемы, познакомимся с набором свойств, определяющих понятие «геометрическое пространство».

Начнем с того, что математика для А. Пуанкаре «*продукт свободной деятельности нашего ума*», который, при описании мира, «*налагает на него два граничных понятия*»:

– первое – понятие математической величины;

– второе – понятие пространства».

Отсюда следует, что понятие «пространство» – основное понятие математики. И далее он задается вопросами о происхождении геометрии и отвечает на них. Коротко процитируем это место:

«Откуда происходят первоначальные принципы геометрии? Предписываются ли они логикой? Лобачевский, создав неевклидовы геометрии, показал, что нет. Не открываем ли мы пространство

при помощи наших чувств? Тоже нет, так как то пространство, которому могут научить нас наши чувства, абсолютно отлично от пространства геометра. ***Проистекает ли вообще геометрия из опыта? Глубокое исследование показывает нам, что нет.*** (?? – *Авт.*) *Мы заключаем отсюда,* ***что принципы суть положения условные: но они не произвольны, и если бы мы были перенесены в другой мир*** (*я называю его неевклидовым миром и стараюсь изобразить его), то* ***мы остановились бы на других положениях****».* (п/ж курсив наш. – *Авт.*).

Отметим, что опыт у Пуанкаре (как и у Римана и у Клиффорда) есть ощущения и потому реальное пространство для него отсутствует, но существует «чисто визуальное пространство» и образуемое человеческими ощущениями «пространство представления». Опустив из рассмотрения математические величины и «пространство представлений», остановимся на понимании им свойств геометрического пространства, тем более, что это понимание, в общем, сохраняется в математике до настоящего времени.

Вот некоторые из наиболее существенных его свойств:

– Оно непрерывно.

– Оно бесконечно.

– Оно имеет три измерения. (Добавим. Независимые измерения, по Риману это не протяженности, а длины, основа метричности. – *Авт.*)

– Оно однородно, т.е. все его точки тождественны между собой.

– Оно изотропно, т.е. все прямые, которые проходят через одну и ту же точку, тождественны между собой.

(Известно, что тела не обладают однородностью и изотропностью. Эти свойства можно примыслить только пустоте и, следовательно, пространство не телесно, а потому пусто. Последнее, по-видимому, для Пуанкаре было неприемлемо. Уйти от пустоты можно только в релятивизм, и, как будет показано далее, он это и делает. – *Авт.*). Все перечисленные свойства (кроме третьего), предписываемые пространству, отсутствуют у физических тел, и потому их объемы не считаются некоторыми пространствами.

Пуанкаре не доводит определение свойств до качественного вывода видимо потому, что вывод этот противоречит набору указанных свойств и отрицает наличие аналогичного геометрического пространства. Приведем и его:

– Оно пусто, невещественно, поскольку не является телом, а потому не имеет протяженности (бескачественно) и, следовательно, его аналоги отсутствуют в природе.

Само же противоречивое, пустое геометрическое пространство Пуанкаре становится, по этим свойствам, субстанцией, равной материи по своей значимости, но не подобной ей, ничем с ней не связанной, не зависящей от нее и не отображающей ни одно (кроме формальной геометрической длины – бескачественной бесконечности) из ее свойств. То есть таким пространством, которое ни в природе, ни в геометрии не существует.

Но и это не все. Следует добавить, что три независимых измерения обусловливают отсутствие взаимосвязи между элементами фигур, измышляемых в данной геометрии, определяют статический характер всего пространства, отсутствие в нем общей метричности, времени, невозможность никакого движения, никаких перемещений. Они запрещены статичностью образовавшегося «пространства» и отсутствием времени.

Поскольку А. Пуанкаре постулирует, что эти пять плюс одно свойств принадлежат именно евклидовой геометрии, а математики убеждены (Пуанкаре же это прямо утверждает), что люди проживают именно в евклидовом пространстве, то, зная данные свойства, мы должны усомниться не только в возможности проживания в нем, или в возможности простого перемещения тел или фигур в этом пространстве, но даже в существовании такого пространства.

Противоречивость геометрического пространства Пуанкаре на этом не заканчивается. Мир его ощущений играет с ним злую шутку, превращая реальное вещественное и, следовательно, абсолютное пространство – абсолютный мир, в мир относительный, в мир несуществующий, в мир теней собственных ощущений. (Напомним, что для И. Ньютона пространство абсолютно и для него вопрос об относительном или абсолютном пространстве есть не частный математический или механический вопрос, а принципиальный вопрос, определяющий базу всей механики и геометрии как наук о свойствах природы.) И что удивительно, совершая при этом недопустимые даже для школьника, физические ошибки. Еще более удивительно то, что ни один математик (это понятно), и ни один физик (а это уже непонятно), даже в почтительнейшей форме (во всяком случае, нам не встречались), не отметил их наличие у мэтра. (Последнее свидетельствует о том, что сказанное им, для физиков, истина, не подлежащая обсуждению. В конце работы [10] три известных советских физика разбирают идеалистические ошибки, допущенные автором, но даже не заикаются о, вызванных философской позицией Пуанкаре, физических ошибках, а, следовательно, и они разделяют с ним эти ошибки. Для них он тоже мэтр.)

Работа Пуанкаре «Наука и метод» появилась в 1908 году, в том же году, когда была опубликована книга В.И. Ленина [21] критикующая этот метод. И следует отметить, что эта критика полностью справедлива, разве что полемически резковата. Ничего лучшего по гносеологическому обоснованию физических явлений до сего времени ни у одного философа или физика нам не встречалось. А теперь вернемся к Пуанкаре:

Глава I книги II работы [10] озаглавлена «Относительность пространства». Приведем из нее достаточно большую цитату:

«Совершенно невозможно представить себе пространство пустым. (Понятно. Пространство вещественно, поскольку не пусто. Не пустое пространство абсолютно. Перед нами чистейший материализм, если, конечно, ограничиться рассмотрением одной этой фразы. Но далее, через одно предложение следует совершенно иное. – *Авт.*) *Все наши усилия представить себе чистое пространство, из которого были бы исключены изменчивые образы материальных предметов, могут заканчиваться только тем, что мы составляем себе, например, представление, в котором сильно окрашенные поверхности заменены линиями со слабой окраской; и идти в этом направлении до конца нет возможности без того, чтобы все не уничтожалось, не свелось на нет.* ***Отсюда и возникает неустранимая относительность пространства****.* (А это уже идеализм. Материя сведена на нет. Осталась одна пустота. Пространство стало относительным. Мы пришли к релятивизму. Но продолжим цитату. – *Авт.*)

Если кто говорит об абсолютном пространстве, то он употребляет слово, лишенное смысла. Эту истину высказывали уже давно все, кто размышлял по этому вопросу, но ее слишком часто забывают и по сей день.

Я нахожусь в определенной точке Парижа, скажем на площади Пантеона, и говорю: «я возвращусь сюда завтра». Если меня спросить: «разумеете ли вы, что возвратитесь в ту же точку пространства», то я буду, склонен ответить «да!»; и все же я буду не прав, ибо в течение этого времени Земля будет двигаться, унося с собой и площадь Пантеона, которая пробежит, таким образом, свыше двух миллионов километров. Если же я пожелал бы учесть это обстоя-

тельство и выразиться точнее, то это все-таки ни к чему бы не привело; в самом деле, эти два миллиона километров Земля пробежала относительно Солнца (и здесь можно уточнить: не относительно Солнца, а по орбите вокруг Солнца, но эти уточнения нюансы, не играющие роли в главном. – *Авт.*)*; но Солнце перемещается относительно Млечного Пути, а Млечный Путь в свою очередь, несомненно, имеет движение, скорости которого мы можем и не знать.*

Таким образом, мы совершенно не знаем, и не будем знать никогда, на какое собственно расстояние перемещалась площадь Пантеона в течение суток. Все, что я хотел сказать, сводится, таким образом, к следующему: «завтра я снова увижу купол и фасад Пантеона», и если бы не было Пантеона, то моя фраза потеряла бы всякий смысл – пространство свелось бы на нет.

Это одна из наиболее тривиальных форм идеи относительности пространства; но есть и другая точка зрения, которую особенно отстаивал Дельбеф. Вообразим себе, что ***за одну ночь все размеры во Вселенной возросли в тысячу раз. Мир остался бы подобен самому себе,*** *если разуметь под подобием то, что указано в третьей книге «Геометрии».* ***Все сведется к тому, что предмет, имевший миллиметр, возрастет до метра****. Постель, на которой я лежал, и само мое тело возрастут в одной и той же пропорции* (надо быть релятивистом, чтобы в это поверить – *Авт.*). *Что же почувствую я на следующее утро, проснувшись после такого поразительного превращения? Я попросту ничего не замечу. Самые точные измерения не будут в состоянии ни в малейшей мере обнаружить этот поразительный переворот, ибо метры, которыми я буду пользоваться, изменятся в совершенно том же отношении, что и предметы, которые я буду измерять. В действительности переворот существует только для тех, которые рассуждают так, как будто пространство было абсолютным. Если бы я стал на минуту рассуждать, как они, то лишь для того, чтобы обнаружить, что их точка зрения содержит противоречие. В действительности было бы лучше сказать, что* ***ввиду относительности пространства не произошло, собственно говоря, ничего, и именно поэтому мы ничего не заметили».***

Рассмотрим поочередно оба примера.

Пуанкаре, стоя на площади Пантеона, принимает за пространство не площадь – пространство тела Земли, не пространство собственного тела. (Он не относит их к пространству. Если посчитать относительными их объемы–пространства, получим абсурд – их несуществование.) За пространство он принимает точку на орбите Земли, в которой в данный момент находится площадь Пантеона, и утверждает, что именно она, эта точка, остается на месте, на следующий день и именно от нее площадь удалится на два миллиона км. Утверждение это достаточно спорное и исходит из предположения о том, что пространство пусто и отсутствующая в таком пространстве точка (повторимся, – в пустоте нет точек, как нет и пространства) не меняет своего положения относительно удаленных звезд. А Земля и его собственное тело не обладают пространством. Но в [2] (как и в предыдущем разделе настоящей работы) показано, что пространство телесно и, следовательно, – абсолютно, и все точки данного пространства на расстоянии 149,6 млн. км движутся по орбите вместе с абсолютным пространством Земли. Таким образом, утверждение Пуанкаре об относительности всякого пространства более чем сомнительны.

Теперь о втором мысленном эксперименте – возрастании размеров Вселенной в тысячу раз. Можно только поразиться той легкости, с которой многоопытный физик – теоретик Пуанкаре поверил на слово (не проверив) утверждению некоего Дельфеба о том, что «Самые точные измерения …» (и см. выше), тем более, что на проверку этого утверждения достаточно было потратить пять минут. Потратим их и убедимся, что и в этом примере Пуанкаре неубедителен.

Прежде всего, вспомним, что тела имеют не одно свойство – длину, а множество и их качественные взаимосвязи не являются линейными. Нелинейность же взаимосвязей приводит к тому, что изменение количественной величины одного из свойств (например, по Пуанкаре, – длины) вызывает различные количественные изменения других *качественных* свойств и, следовательно, надо ожидать, что часть из количественных величин-свойств изменится линейно, а другая часть нелинейно, и определить эту рассогласованность приборно и расчетами, конечно, не составит труда. Покажем это на примере изменения веса человека на новой Земле. Предположим, что его вес равен F = 80 кг, а масс m = 82 г. Параметры Земли: $M = 5{,}98 \cdot 10^{27}$г., $R = 6{,}378 \cdot 10^{8}$см, $g = 9{,}81 \cdot 10^{2}$ см/сек. Если предположить, что эти параметры возросли всего в 10 раз, имеем: $R_1 = 6{,}378 \cdot 10^{9}$ см, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-8}$ см^3/гс^2 не изменятся, $M = 5{,}98 \cdot 10^{30}$ г, и зная их, определим, чему равны, g_1 и вес F_1:

$GM_1 = R_1^{\,2} g_1$

$g_1 = GM_1 / R_1^{\,2} = 9{,}81 \cdot 10^{3}$ см/сек$^{2.}$

$F_1 = mg_1 = 800$ кг.

Результаты достаточно красноречивы и потому не будем продолжать и комментировать их. Таким образом, утверждения Пуанкаре об относительности пространства не совсем корректны. Отсюда также возникают сомнения в корректности тех пяти свойств, которые приписываются им пространству.

Возможно, нам возразят: – Пуанкаре описывает не реальное пространство, в котором мы проживаем, а абстракцию от реального пространства. (Тогда зачем же утверждать во всей математической и физической литературе, включая учебники, что люди проживают в пространстве Евклида? – *Авт.*) Абстракцию, у которой сохранена только та часть свойств (противоречивая? – *Авт.*), которая и указана у Пуанкаре. Но, «образуя» геометрическое пространство, Пуанкаре как раз и отталкивался не от некоторой реальности, а от тех отдельных ощущений, которые регистрируются нашими органами чувств в пространстве внешних восприятий, от которых абстрагироваться просто невозможно. Из них можно что-то «сконструировать». И отталкиваясь от ощущений, Пуанкаре и конструирует пространство.

Опираясь на ощущения Пуанкаре, а вместе с ним и другие математики, не замечают, что их собственные тела, как и все физические объекты, образуют свое собственное пространство (обычно называемое объемом), по своим свойствам ничем не напоминающее вышеописанное геометрическое пространство (по-видимому, поэтому его и не считают собственным пространством тел.). Для изучения вне нас существующего пространства вовсе не было необходимости указывать пальцем на предметы во внешнем пространстве или проводить аккомодацию глазного яблока для их отчетливого восприятия. Надо было просто понять, что объемы всех тел образуют собой собственное пространство каждого тела, а другое, внешнее, пространство есть просто расстояние между плотными телами, образованное телами другой плотности.

И нельзя сказать, чтобы тот же Пуанкаре не замечал объема своего тела. Оно фигурирует у него почти по всем работам входящим в сборник «О науке» [10], но фигурирует как твердое тело, как носитель координат, наконец, как физический объем, но никоим образом, не как пространство. Достаточно было разобраться с тем пространством, которое образует наше тело и уже от него, явного вещественного пространства, абстрагироваться к получению геометрического пространства. (Поскольку, похоже, ни один идеалист, ни один человек, ни один математик не сомневаются в существовании своего тела, и, следовательно, в реальном существовании пространства, образуемого его телом, так же как и в том, что от его тела начинается другое, внешнее пространство. То, которое Пуанкаре называет «пространство представления», или «полное визуальное пространство».)

Но нет, такой путь не нашел проявления в обосновании пространства у Пуанкаре. По какой-то странной, молчаливой договоренности (конвенционализм Пуанкаре?) предполагается, что физическое пустое пространство существует само по себе, а вещественные тела занимают, своим объемом, место в этом пространстве, как бы не имея своего собственного пространства. И не имея именно потому, что их собственные реальные свойства не соответствуют постулируемым, перечисленным выше, общепринятым свойствам геометрического пространства.

Это очень удивительное обстоятельство приводит к не менее поразительным результатам. Исходя из него, космос в околоземной области – физическое пространство, поскольку как бы отвечает перечисленным свойствам, приписываемым пространству. (Хотя четвертое и пятое свойства только постулируются. Однородность, и изотропность космического пространства не доказана. Да и первые два свойства – сомнительны.) А вот объемы Солнца, (как и звезд и галактик), Земли, а вместе с ними и объемы любого тела, например, глыб гранита, булыжника, животного, растения… и далее молекул, атомов, электронов… и, конечно же, человека – пространствами не считаются. Нигде нет очевидных запретов для определения объема любого тела его пространством, но объем таковым пространством не считается и потому получается некая физическая несуразица. Тела–пространства заполняют другое пустое пространство, не являющееся телом по определению. И по тому же определению пространство не является целым и может быть только одним, внешним по отношению ко всем заключенным в него телам, не связанным с ними. Тем, из которого построено мнимое, геометрическое пространство, т.е. пустым всеобщим объемом. Тем, которое само не является телом, но обладает функцией субстанции отличной от тел-субстанций, и заполняется другими телами, не взаимодействующими с данным пространством и не зависящими от него. Тем, которое бесконечно во всех направлениях. Неявно подразумевается так же, что в одном месте не могут быть два пространства. И потому получается, что тела не обладают свойствами пространства, а геометрическое пространство не имеет никаких свойств, включая свойство телесности – протяженности. Мы получили тот же вывод, к которому сводились и свойства пространства Пуанкаре. Но без протяженности не может быть представлено никакое пространства. И потому круг замкнулся. Пространство непрерывно, бесконечно, пусто и не протяженно (именно то, которое абсолютизировал Ньютон). В результате имеем нонсенс под названием – «геометрическое пространство».

Но ведь не пустое пространство, а именно вещественные тела обладают единственным свойством, характеризующим пространство – протяженностью. Тем свойством, которое отсутствует (но всегда неявно подразумевается) в геометрическом пространстве и которого уже достаточно как для понимания, так и для «построения» пространства.

То, что качество «протяженность» – первое, на что обращает внимание человек при взгляде на любое тело, – несомненно. То, что это качество невозможно отнять у предмета (тела) тоже понятно, поскольку если нет протяженности, нет и предмета. Не случайно одно из некорректных определений точки гласит: «Точка – тело, не имеющее протяженности» – т.е. тело, не имеющее свойств тела. Но то, что может существовать геометрическое пространство, не имеющее свойства протяженности – математический факт, присутствующий в современной интерпретации и геометрии Евклида, и геометрии Лобачевского, и геометрии Римана, да и в других геометриях.

Отсутствие протяженности как качественной категории пространства привело к тому, что ее место было «занято» приписываемыми пространству метрическими свойствами, а вместе с ним разнообразным математическим многообразием. К тому же отсутствие внефигурного пространства в статических геометриях является естественным следствием их статичности. Реальное, вне нас существующее пространство, есть то, что обеспечивает механическое перемещение тел в любом направлении при обязательном взаимодействии с пространством. Невозможность механического перемещения, а вместе с ним и взаимодействия с реальным пространством, это тот фактор, который обусловливает отсутствие геометрического пространства. Нет, взаимодействие тел в движении – нет и пространства.

Однако отсутствие пространства как отображения телесности в статических геометриях еще не значит, что они не содержат в себе формализованных абстрактных пространств. Перечень таких пространств достаточно велик и опирается в основном на координатную систему и числовые многообразия. Да и движение как формальное, вневременное математическое преобразование, в этих геометриях присутствует. Но мы эти факторы рассматривать не будем, поскольку они обеспечивают только формальные связи между элементами геометрических фигур.

2.3. Телесное геометрическое пространство

Итак, у нас имеется некоторое представление об окружающем реальном пространстве, как о множестве тел различной плотности, обладающих бесчисленным количеством равнозначных, качественных свойств. Причем все свойства-качества – обязательная принадлежность каждого тела, его атрибуты, и сознание человека отличает их по определению, а при научном рассмотрении только по размерности. Сама по себе реальность внешнего мира есть целое и не имеет ни частей, ни свойств, ни размеров (длины и объема), ни цветовой гаммы, ни тем более геометрии. Она просто единая, телесная субстанция – целое. Для науки это и есть «*вне нас существующая физическая реальность, данная нам в ощущениях*» [21]. Геометрия же – схематическое отображение одного из качеств физической реальности. Форма отображения реальности полученная посредством абстрагирование от всех (кроме двух) свойств окружающего мира и от вещественного пространства как от свойства мира.

Однако человек как живой субъект природы, чтобы ориентироваться в реальном пространстве и выжить, должен различать как отдельные предметы (тела), так и их части-доли и качества, и расстояния, и объемы и т.д., выделяя их из реальности и вводя для каждого из них определения и понятия. Без этого бытие человека просто невозможно. Это на первой стадии развития.

На второй стадии развития человек начинает абстрагироваться от реальных свойств и тел природы. Вычленяет их и разделяет на виды, классы, формы и т.д., рассматривая последние как группы идеальных объектов, сопоставляя и сравнивая их между собой, определяя возможности использования с целью приспособления их и себя к более удобному сосуществованию. Эта потребность приспособления к сосуществованию с природой на определенном этапе обусловливает появление науки и как следствие дальнейшего «расчленение» природных объектов и абстрагирование их свойств от реальности.

Но само абстрагирование, поскольку отсутствует методология процесса, носит случайный характер и зависит от того, какие свойства и качества определяются субъектом как основные для отображения предмета, от которого он абстрагируется. Предмет абстрагирования по разному будет восприматься людьми особенно в том случае, когда различие самого понятия «свойство» для тел и фигур однозначно не определено.

Так абстрагирование от тел к геометрическим фигурам можно проводить, основываясь на их первичности, и производить мысленным отвлечением от конкретных свойств и признаков объектов, несущественных для определяемой фигуры. При этом для образуемого идеала оставляются те свойства, которые соответствуют представлению о нем, до конца сохраняя за ним самое существенное (естественно, с точки зрения субъекта производящего абстрагирование) для определяемого предмета природное свойство. А можно этот процесс проводить по-другому. Абстрагироваться от предмета в идеальную точку, лишив данный предмет сразу всех физических свойств. И из этой уже идеальной точки, не обладающей ни одним качеством, той же аксиоматизацией возвращаться к построению идеала тела, основанному не на качественных природных, а на идеальных геометрических свойствах. Кажется, что оба эти процесса приведут к одному и тому же результату, и в том и в другом случае мы имеем одинаковые по форме фигуры. Но это впечатление обманчиво.

В первом случае мы в результате абстрагирования получили идеал с сохранением как минимум одного, самого необходимого для определения данного предмета физического (качественного) свойства и, возвращаясь к предмету от идеала, идем по пути «нанизывания» тех свойств, от которых отвлекались в процессе абстрагирования.

Во втором случае мы не знаем, от каких свойств абстрагировались (хотя понятно, что и второй случай тоже является абстрагированием), но нам неизвестно какие свойства мы «растеряли» при этом абстрагировании, ибо у нас в полученном идеале не осталось ни одного физического свойства. И хотя мы, в самом предмете их определяем, нам неизвестно, сохранилось ли хоть одно из них в полученной фигуре и какое? В частности такая идеальная фигура, как точка, при некоторых определениях не сохраняет ни одного физического свойства и аксиоматизируясь в другие фигуры переносит на них бескачественные формальные свойства. И «возвращаясь» от точки к аксиоматическому, как нам кажется, отображению тела геометрической фигурой, мы автоматически лишаем эту фигуру того физического свойства, которое отражает сущность изображаемого идеала. Тем не менее, остается впечатление, что геометрическая фигура обладает, хотя бы внешне, некоторыми свойствами того тела, которое изображает. Но это впечатление иллюзорно, а поскольку при аксиоматическом абстрагировании ни одно из физических свойств не было выделено основным, то возникает проблема с определением, какое же природное свойство присуще именно этой фигуре? Если, например, спросить у математика, какие природные свойства сохранили при абстрагировании такие фигуры, как круг или квадрат, то не всякий из них сможет сразу ответить на этот вопрос. Более того, не исключено, что найдутся меж ними и такие специалисты, которые вообще на такой вопрос ответа не найдут.

Но это цветочки. Ягодки, похоже, надо искать в тех же школьных учебниках. Вернемся к уже упомянутому определению пространства из учебника геометрии А. Колмогорова – «*множество всех точек называют пространством*» и зададимся вопросами: А какое пространство образует введенное аксиоматически понятие множество точек? Как множество не связанных между собой точек (одно качество) может образовать новую систему – пространство (другое качество)? И какое физическое свойство сохраняет это пространство? Опираясь на вышеуказанное определение, нам на эти вопросы ответить, не удалось. Интересно, а смогут ли ответить на них авторы учебника? Трудно сказать, но вряд ли, а все потому, что абстрагирование к пространству проводилось не от предмета, а от точки, не являющейся предметом.

Существенное влияние на результаты абстрагирования оказывает и понимание самих свойств, отнесение их к реальному или идеальному объекту. Обычно разделение на геометрические и физические свойства происходит на интуитивном уровне. Логически обоснованное разделение их в математической литературе нам не встречалось. Представление же о том, что любая геометрическая фигура должна обладать, и обладает даже тогда, когда это не определяется никакими геометрическими символами, хотя бы одним физическим свойством, еще не устоялось. А то, что природные и формальные геометрические свойства качественно различаются между собой, похоже, не отображено ни в математике, ни в физике. И по этой причине они на равных основаниях фигурируют в естественных науках. Но разве можно уравнять, например, свойства камня, лежащего на поверхности и точки, отображающей его на листе бумаги.

И потому, для корректного определения тел и абстракций от них, необходимо различать свойства телесные и геометрические и понимать, что появление в геометрии, в дополнение к изображенным статическим фигурам, только одного качественного физического свойства, например, времени, сразу же (как это будет показано далее) превращает статическую геометрию в динамический раздел механики.

Основные различия между физическими свойствами и свойствами статических геометрий заключаются в том, что все физические свойства характеризуют определенные особенности природных тел, их качественную сторону, которая в физике закрепляется размерностью. Геометрические (формальные) свойства не являются качественными и потому не имеют «самостоятельной» размерности оставаясь формальными представлениями фигур. И как бескачественные (безразмерностные) элементы последних так же формально напоминают какое-то идеализированное отображение бескачественных тел. Они могут сопровождаться одним искусственным качеством – метричностью, которая как размерное свойство обусловливает им значимость параметра и численную определенность, но тоже, только искусственной величины – метра. К тому же свойством метричности может обладать только один геометрический элемент – длина. Метричность это отображение пропорционирования протяженности, но не протяженность. Сама по себе метричность не является качественной характеристикой и образуется как эталон длины, «отталкиваясь» либо от естественного измерителя (парижский меридиан), либо от измерителя случайного (длина башмака короля, например, или царский локоть, но не российский). И по этой причине геометрическая единица измерения длины не может являться отображением качества и во всех процессах измерения не имеет размерности. Длина же, как и другие геометрические фигуры, образованные аксиоматически, считается в математике понятием неопределяемым.

Здесь следует остановиться несколько подробнее на неопределяемых понятиях. Впервые вопрос о том, что среди понятий, которые человек давал предметам и явлениям реального мира, должны находиться и такие, которые всегда остаются неопределяемыми, как уже это упоминалось, был поставлен Аристотелем. И неопределяемые понятия являются теми исходными пунктами – понятиями, опираясь на которые и может развиваться процесс познания. Греки полагали, что такими исходными понятиями должны быть математические понятия: число, точка, прямая, плоскость и т.д. Именно они не являются природной данностью, требуют определения, находят применение за пределами своей данности и становятся основой математики. И эти определения даются аксиомами.

Но Евклид, зная учение Аристотеля и его логику, «требующую» описания определения через известные понятия, где в качестве исходных понятий приходится брать неопределяемые, тем не менее, дал определение всем геометрическим понятиям. Можно полагать, что на интуитивном уровне он чувствовал, что неопределяемые понятия не имеют отношения к математике. Очень важно и то обстоятельство, что на протяжении двух тысячелетий после Аристотеля никто из математиков, следующих за Евклидом, не почувствовал необходимости в неопределяемых понятиях в математике и, в частности, в геометрии. Только в XIX веке математики, похоже, спохватились опираясь на того же Аристотеля, предположили необходимость обоснования в науке неопределяемых понятий и, заблуждаясь, «потянули одеяло на себя», посчитали, что неопределяемые понятия лежат в основе математики.

Мы полагаем, что это предположение математиков, пришедшее от греков, было ошибочным потому, что в древности произошла незаметная подмена истинно неопределяемых понятий на математические понятия, определяемые абстрагированием от тел и их качеств. Это и естественно, ведь древние греки не имели представления о том, что все качества тел являются размерностными величинами и потому свойства делятся по своему качеству на размерностные и безразмерностные. Похоже, что все математические понятия получаются как однозначное следствие абстрагирования от понятий физических, от понятий принадлежащих природным объектам. Если это так, то *под вопросом оказывается вообще необходимость введение в математике аксиоматических методов.*

Однако не все физические понятия можно однозначно определить в применении к природным явлениям или телам. И полностью неопределяемыми из них являются качественные понятия, те самые понятия, которые и составляют размерность физических величин. (Нельзя исключить, что именно их интуитивно чувствовал Аристотель, обосновывая необходимость существования неопределяемых понятий.) Это, например, протяженность, объем, масса, энергия и т.д. Каждое из этих понятий может определяться только через другие аналогичные понятия-свойства, также не имеющие независимого определения. И у этой цепочки нет такого логического конца, который бы выводил нас наружу, позволяя получить внешнее определение хотя бы одного свойства.

Не случайно, в физике со времен Аристотеля и до сих пор не имеет точного определения ни одно качественное свойство. И среди них даже такие общеупотребимые и вроде бы не единожды определяемые понятия, как масса, энергия, время, сила и т.д., дискуссии о физическом значении которых и попытки их определения не прекращаются по нескольку веков. Поэтому природные свойства – качества и являются неопределяемыми понятиями. Мы просто даем им название и находим их размерность, а уже от них и тел переходим к свойствам как физическим, так и математическим, которые и становятся свойствами формальными, вполне определяемыми свойствами. И потому, сами по себе формальные математические свойства не могут быть неопределяемыми. Они всегда определяются исходя из качественных свойств тел. Они – формальные отображения качеств тел

Формальные математические, как и геометрические свойства и числа вроде бы не «претендуют» на «обладание» качеством до тех пор, пока не возникает вопрос «Сколько?». Тот самый вопрос, для ответа, на который, и существует математика. Этот вопрос сразу же требует дополнения; «Сколько – чего?» А за этим «чего» стоит тот не менее формальный измеритель-эталон, который и влечет за собою появление количества какого-то качества, например, размерной протяженности длиною в королевский башмак. Именно размерность башмака и привносит, в данном случае, безразмерностному, т.е. не природному, формальному математическому свойству «длина» качество протяженности вне зависимости от того, согласен ли с этим математик или он категорически против качественной составляющей. Без этой явной или неявной составляющей ответа на вопрос «Сколько?» добиться невозможно. (Особое положение занимает градуировка круга, которая, хотя и не имеет общепризнанной размерности, все же при определенных взаимозависимостях выступает как размерностная величина. [6]) Сами же по себе (без вопроса «Сколько?»), геометрические свойства являются формальными структурными отображениями очертаний реальных физических объектов или их конфигураций, а последние, в конечном случае, опять же сводятся к протяженности и метричности.

И хотя метричность формально есть геометрический измеритель длины, а протяженность не характеризует длину расстояния, хотя и употребляется в понимании длины, она, (метричность), используется при измерении расстояния как качественное отображение физического свойства протяженности. И вот в этом случае возникает вопрос, а одно ли свойство многофакторной протяженности проявляет себя в длине?

Многофакторность протяженности включает в неявной форме следующие качественные свойства:

1. протяженность по высоте,
2. протяженность по ширине,
3. протяженность по длине,
4. протяженность, аналог плоскости,
5. протяженность, аналог объема,

формальные геометрические свойства

1. протяженность как отображение плотности,
2. протяженность как отображение телесности

качественные свойства.

Каждое из этих свойств, одно из качественных характеристик тела, но часть из них 1÷5 могут рассматриваться и как бескачественные (не имеющие физической размерности) геометрические свойства. При рассмотрении природы протяженности следует особо отметить плотностную и телесную характеристику двойственности пространства *1÷2*. Однако сама протяженность воспринимается субъектом не столько как качество телесности, сколько как геометрическое свойство длины. И вот эта двойственность восприятия протяженности, интуитивно ощущаемая каждым человеком, и повергала математиков к стремлению освободиться от использования протяженности как двойственности в определениях геометрических свойств.

Особому «преследованию» подвергалось неявное понимание протяженности как телесности и совокупность объем-плотность. Эта совокупность, при использовании в геометрии в качестве элемента пространства как бы отображала телесность пространства. Но телесность пространства, исходя из логики бытия, должна препятствовать перемещению тел. А эмпирика многовековых наблюдений показывала, что никакого препятствия перемещению в открытом пространстве, например, в космосе – не наблюдается. Да и логика бытия требовала, чтобы пространство не препятствовало движению тел. И этому бытийному требованию удовлетворяло только односвойственное понятие пустого, невещественного пространства, не имеющего никаких качественных свойств, если не считать свойство пустоты. Именно это обстоятельство, наряду с многофакторностью и привело к явному удалению понятия протяженность из геометрии. Но удалось ли удалить его полностью?

Наиболее воспринимаемым свойством протяженности есть отображение им свойства геометрической длины. Длина то свойство, которое отсутствует в природе как бескачественная длительность линии, но наличествует при описании природы как качественное отображение протяженности. И в теории размерности качество протяженности отображаемая геометрическим свойством длины, например, R (радиус), имея единичную размерность (метр), тем не менее, есть произведение двух качеств-размерностей – скорости v на время $T_{пр}$, n – безразмерностный коэффициент равный 1:

$$R = nv\,T_{пр}. \qquad (2.3)$$

Это настолько удивительное уравнение (2.3), что в публикациях тщательно избегаются упоминания о нем и его невозможно встретить практически ни в одном учебнике, ни в одном научном труде. Можно сказать, что в физике это простое уравнение отсутствует, хотя аналогичное уравнению (2.3)

$$R = v/\omega, \qquad (2.4)$$

имеется почти во всех учебниках по физике. В этом уравнении:

$$\omega = 1/\,T_{пр}. \qquad (2.5)$$

Заменив в (2.4) ω ее значением из (2.5), получаем необъяснимое уравнение (2.3). Однако данная подстановка находится под неявным запретом. Запрет же обусловливается отсутствием понимания физической сути расстояния, а, следовательно, и пространства. И потому пространство в физике неявно строится с опорой и на геометрическую длину, и, неопределенно, на протяженность. Переходя к статической геометрии и строя на основе формального свойства длины геометрическое пространство математики, отказавшись от свойства протяженности, сохранили в качестве единицы измерения ту же самую величину метр, в котором в неявном виде заложены не только протяженность с ее телесностью и объемностью, но и движение и время. Таким образом, в геометрии в неявном виде остались те физические качества, которые формально были удалены из нее постулативно. И наиболее заметное из них – протяженность. И пока в геометрии существует метричность, там наличествует и протяженность, а вместе с ней и телесность (т.е. отсутствие пустоты). Даже в тех проективных геометриях, в которых как бы отсутствует качественное свойство метричности – протяженность, а с ней и телесность, поскольку эти геометрии основываются на пропорционировании неметрических отрезков, от неявного присутствия протяженности избавиться не удается, так как они, эти геометрии, базируются на пропорционировании длин, а, следовательно, на неявном пропорционировании протяженностей.

Следует обратить внимание и на то, что в геометрии Римана под протяженностью понимается именно длина и ее используют как элемент образования пространства (исходя, по-видимому, из того, что куб длины становится объемом). Протяженности «образуют» трехмерное геометрическое пространство «*как частный случай трижды протяженной величины*». Эти «*трижды протяженные величины*» мыслятся как пространственная координатная система, причем каждая из бесконечных координатных осей как бы является самостоятельной протяженностью, не связанной с другими осями - протяженностями. И только единая для всех осей метричность обеспечивает их взаимосвязь. И потому предполагается, что именно координатно-плоскостная система отображает объем мыслимого пустого физического пространства, и на ее основе можно строить геометрические фигуры, символизирующие не только идеальные объемы, но и объемы реального пространства.

Если в одном направлении одна протяженность, в другом направлении другая протяженность в третьем – третья и т.д. сами друг с другом не связаны, и качественно не отличаются друг от друга, оставаясь независимыми (по Риману), то они и не образуют пространства и не имеют к нему вообще никакого отношения. Они только определяют некоторое направление для субъекта, изучающего пространство в том объеме, в котором находится субъект или которое изучается им. Связь между плотностными качествами объема осуществляется не направлениями протяженности, не координатными осями и даже не измерительными инструментами, а степенной последовательностью пространственных образований. *Пространство, а, следовательно, и тело, образуется многостепенной связностью телесных качеств. Только степень протяженности (определенная некоторой качественной метрической формой и составляющая размерность) изменяет качество и плотностной вид пространства.*

Сама по себе протяженность в любом направлении не отображает пространства. Она просто свидетельствует о его постоянном плотностном существовании. Но и само пространство не есть протяженность, хотя в сознании и отображается последней. Пространство это телесность, это внешние габариты тела определенной, количественно бесчисленной совокупности свойств (телесность даже устремленная в бесконечность по нашему представлению, поскольку бесконечность как качество в природе отсутствует). Она – форма отображения очень длинной протяженности, включающей в себя суммарную протяженность многих тел. С возрастанием количественной протяженности в любом направлении следует ожидать изменение качественной совокупности свойств, а вместе с ними и эквипотенциальных границ существования одной пространственной плотности тела и перехода к другой плотности, к другому пространству тела иного качества. И этот переход происходит скачком, полностью меняя свойства вновь образовавшего пространства, создавая тем самым эффект квантованности пространства. Впрочем, этот эффект «присутствует» только в реальном пространстве и не имеет отношения к статической геометрии, в которой наличие плотностного пространства может подразумеваться только за размерностью протяженности и постулируется однородность и изотропность телесности до тех пор, пока геометрия остается статичной.

Однако протяженность как физическое качество, отображаемая метричностью, не есть длина в трех направлениях. Она – самостоятельное (в понимании – отличное от остальных), единственное свойство природы так же как единственными являются все природные свойства. Протяженность в различном направлении отображается различными качествами. И поэтому протяженность как отображение площади в природе есть не площадь, а свойство-качество имеющее свою размерность $м^2$, и трехмерный объем – $м^3$ – свойство, и последующие; четырехмерный объем − $м^4$, пятимерный $м^5$ … n-мерный объем − $м^n$ протяженности, каждый остается единственным и телесным свойством пространства. Естественно, что такое понимание пространственности и объемности отличается от принятых на сегодня пониманий бестелесного пространства и не включает в себя координатную составляющую, так же, как и природа не имеет координат и выделенных направлений, однако это не значит, что в природе отсутствуют выделенные объемы. Можно полагать, что каждая точка пространства принадлежит выделенному объему, является целым, ибо обладает своей количественной величиной каждого из бесчисленных качеств.

Теперь, имея представления о том, какие качественные свойства отображают окружающее нас реальное пространство, попробуем абстрагироваться от него к геометрическому пространству, но прежде отметим одно очень важное обстоятельство, которое оказывает большое влияние на понимание самого реального внешнего пространства. Оно заключается в том, что и *реальное пространство (природа), существование которого не вызовет сомнения, само ощущается нашими органами чувств не как объективная реальность во всей совокупности принадлежащих ей качественных свойств, а как самая настоящая абстракция*. Телесная субстанция для себя (то есть не изучаемая субъектом и находящаяся вне его) абстракцией не является и в каждом своем теле обладает всей совокупностью бесчисленных природных свойств. Но человек, как живой организм, имеет ограниченное число органов чувств (имеется всего шесть органов чувств, включая и такое неопределенное, как интуиция), воспринимающих часть свойств внешних, телесных объектов. И чувства доносят до его сознания совокупность ограниченного количества свойств и качеств вещественного мира, воспринимаемых ощущениями. И потому *человек своими ощущениями воспринимает абстрактный вещественный мир*.

Конечно человек как физическое тело обладает тем же бесчисленным набором свойств, что и природа, и этими свойствами в той или иной степени взаимодействует со свойствами окружающих тел и не исключено, что в какой-то мере воспринимает от них воздействия. И возможно, что-то и ощущает в виде интуитивных отображений, но эти взаимодействия как осмысленные отображения в своей большей части не ощущаются. Невоспринимаемые свойства не фиксируются в мышлении, явно не анализируются и, следовательно, отсекаются нашими чувствами, превращая тем самым в ощущениях человека окружающую реальность в некоторую абстракцию с неопределенным количеством отсекаемых свойств. Физические, химические и другие эксперименты, выявляют в природе многие из тех свойств, которые не ощущаются и не отображаются человеческими органами. Они-то, вместе с ощущаемыми свойствами, становятся той эмпирической основой, которую называют внешней реальностью. А выявленные качественные свойства, в существовании которых уже нет никаких сомнений, – становятся носителями теперь уже физической, реальности.

Вот от этой, уже однажды неявно абстрагированной нашими ощущениями динамической, физической реальности и следует перейти, путем дальнейшего абстрагирования, к геометрическому пространству. К такому пространству, которое обладает только одним природным качеством, отображающим всю телесность внешней реальности. И таким качеством является протяженность. Абстрагируясь от пространства тела к пространству геометрической протяженности, мы должны мысленно отстранить (убрать из рассмотрения) от тела как целого все известные нам физические свойства, полагая к тому же, что неизвестные свойства не отображаются на геометрическом пространстве.

Мысленно убирая отдельные свойства или «превращая» некоторые из них в идеальные, мы получаем геометрическую протяженность с одной стороны как отображение формального (бескачественного) геометрического свойства длины в трех направлениях, за которой в неявной форме просматривается качественная протяженность, а с другой в той же протяженности безразмерная телесность как истинный идеал физического пространства. То есть в геометрическом пространстве, как отображении физического пространства, неявно присутствует одно размерностное качество – протяженность и безразмерностной свойство – телесность. И потому, безразмерностной геометрическое пространство включает в себя все образуемые в различных геометриях фигуры и является единственным геометрическим пространством, поскольку только одно геометрическое пространство можно получить, абстрагируясь от реального телесного пространства. Это обстоятельство подсказывает, что в идеальном телесном геометрическом пространстве может образовываться только одна геометрия – динамическая (о которой далее), а остальные, включая евклидову, неевклидовы и проективные геометрии, есть прямое следствие независимого аксиоматического индуктивного абстрагирования и становятся, при «замораживании» тех или иных следов движения тел-точек, «производными» от динамической геометрии. И хотя все они кажутся отличными друг от друга, взаимно противоречивыми и даже противоречащими евклидовой геометрии, тем не менее, они являются различными группами преобразований одной и той же статической евклидовой геометрии.

Вернемся еще раз к отдельному, отметив, что отдельное обладает всем тем комплексом свойств, которым обладает целое (тело). И, как об этом уже говорилось, из всего комплекса свойств в результате абстрагирования в геометрии остается только одно свойство – «протяженность». Оно-то и приобретает качество формального отдельного. Это отдельное имеет размерность в динамической геометрии, не имеет ее в статических геометриях, и оба качества могут присутствовать в полудинамических геометриях. Во всех трех случаях протяженность сохраняет за собой два основных качества:

– протяженность как отображение самого пространства – расстояние между фигурами и длина фигур;

– протяженность как отображение вещественности (очертания фигур и их раскраска).

Таким образом, в различных геометриях протяженность выступает как формальное отдельное (геометрическое целое), как элемент, образующий геометрическое пространство и обусловливающий геометриям возможность идеального фигурного отображения структуры и количественных отношений предметов окружающего мира.

Теперь рассмотрим основную аксиому статической геометрии – аксиому о параллельных в формулировке Евклида.

2.4. Статика и динамика пятой аксиомы Евклида

Созданные в III веке до нашей эры сочинения Евклида под названием «Начала» до XIX-го века составляли основу всех геометрических знаний. В них геометрия излагалась как небольшое количество априорных аксиом, из которых логическим путем выводятся все теоремы геометрии. Аксиомы в количестве девяти составляют ее основу, а пять первых, определяют метод аксиоматизации и сформулированы Евклидом в следующем виде [22]:

«Чтобы от каждой точке к каждой точке можно провести прямую линию.

И чтобы ограниченную прямую можно было непрерывно продолжать до прямой.

И чтобы из любого центра любым радиусом можно было описать окружность.

И чтобы прямые углы были друг другу равны.

И чтобы всякий раз, как прямая, пересекая две прямые, образует с ними внутренние, односторонние углы, составляющие меньше двух прямых, эти прямые при неограниченном продолжении пересекались с той стороны, с которой эти углы составляют меньше двух прямых.»

(Дословный перевод пятого постулата Евклида; *«Если прямая, падающая на две прямые, образует внутренние и по одну сторону углы, меньшие двух прямых, то продолженные эти две прямые неограниченно, встретятся с той стороны, где углы меньше двух прямых* [3].)

Из определения сразу следует, что пятая аксиома в формулировке Евклида по содержанию статична, но динамику в нее вносит возможность их неограниченного продолжения до пересечения. Она резко отличается от первых четырех. Можно было полагать, что это не аксиома, а теорема. Однако многочисленные попытки представить ее теоремой оказались безуспешными. Достаточно четкое логическое обоснование теоремы отыскать не удавалось. К тому же это логическое обоснование и не очень-то требовалось в рамках евклидовой геометрии. Не требовалось потому, что в основу ее была положена многовековая эмпирика многочисленных поколений древних геометров и единая метричность всех геометрических фигур. И в геометрических доказательствах главенствующая роль принадлежала очертанию и измерению. Слабость логического обоснования отсутствия пересечения параллельных на значительных расстояниях (на бесконечности), компенсировалось просто и доказательно параллельным переносом на бесконечность мерного отрезка, равного расстоянию между прямыми. Наглядным образом параллельного переноса могли служить следы колес прямолинейно движущейся колесницы. Иное было непредставимо для греков. Отметим, что образующий луч «соединяющий» точки двух параллельных прямых, функцию которого выполняет ось колесницы, имеет очень большое значение для теории. Его отсутствие в евклидовой геометрии способствовало, по-видимому, появлению противоречивых «неевклидовых» геометрий.

Да и сейчас мы не сможем логически доказать древним грекам, что колеса тепловоза, движущегося миллионы-миллиарды лет по рельсам бесконечной протяженности, где-то там на бесконечности поменяются местами и правое колесо побежит по левому рельсу, а левое – по правому. Однако именно такое понимание и следует из логики геометрических представлений пересечения параллельных на бесконечности. То есть там, где мы не наблюдаем условий движения и не представляем, в каком пространстве оно происходит. Но можно ли полагать, что данное представление истинно?

Проанализируем граничные условия существования первых пяти аксиом исходя из того, что геометрия Евклида отображает актуальную бесконечность, по своей природе статична, и существует как данность. *Статичность геометрии предполагает, что в определении первичных элементов и аксиом некорректно использовать механическое движение точек, линий или фигур в пространстве,* это понимал еще Евклид. И, потому, *недопустимо использование движения этих же элементов на бесконечности*.

Статичность актуальной геометрии предполагает также, что все ее элементы как бы уже имеются в скрытом виде (как бы виртуальном) в любом месте пространства и их не нужно проводить. При построении или рассмотрении геометрических фигур и их взаимосвязей – эти фигуры как бы обнаруживаются, проявляются или воспроизводятся в количестве и формах необходимых для рассмотрения и снова исчезают из поля зрения после окончания рассмотрения. Все линии проявляются (воспроизводятся), углы обнаруживаются, а точки «движутся» по уже наличествующим невидимым контурам, воспроизводя их, и никакого реального перемещения элементов фигур на плоскости или в пространстве не происходит, так же, как невозможно и механическое перемещение тел в евклидовом пространстве. Поэтому всякое движение в геометрии Евклида безотносительно к сущностям реального мира и происходит вне времени, только мысленно, являясь формальным математическим преобразованием.

Однако формулировки первой, второй и пятой аксиом нарушают это условие. И если в первых двух аксиомах перемещение мыслится как реальное движение в ограниченном пространстве, не выходящее на бесконечность, а потому находящееся в рамках математических преобразований и не приводящее к двойственности (к невозможности движения в статическом пространстве), то движение на бесконечность в пятой аксиоме автоматически вызывает возникновение внутреннего противоречия между статическим характером геометрии Евклида и динамической структурой потенциального бесконечного пространства, в котором только и возможно механическое движение.

Здесь следует еще раз вернуться к потенциальной бесконечности. Как уже говорилось, ее основные свойства – неопределенность и незавершенность на бесконечности. Свойства неопределенность и незавершенность не находят отображения в количественных величинах и потому не могут быть использованы в математике. Будучи свойствами динамическими, связанными с неопределенными формами и количествами движения, они по природе своей неопределенности не могут «входить» в систему математических преобразований, и, следовательно, не могут отображать движение в математике. Математические преобразования недействительны на бесконечности, поскольку производятся только с конечными элементами геометрии. Таким образом, и в этом случае мы сталкиваемся с дихотомией конечного и бесконечного, покоя и движения. И если собственная формулировка аксиомы Евклидом затушевывает эту дихотомию, то сложившаяся в последующем ее дефиниция достаточно определенно выражает ее.

«*Через точку, лежащую на плоскости вне прямой, можно провести одну и только одну прямую, параллельную данной*».

Данная дефиниция в свою очередь не концентрирует внимание на бесконечности, а только неявно предполагает возможность ее существования. Однако именно эта двусмысленность обусловливает логическую возможность различного толкования, как процесса движения, так и обоснования параллельности прямых.

Статический характер евклидовой геометрии требует также однозначного статического определения параллельности в рамках актуальной бесконечности. И эта однозначность может быть отображена следующей формулировкой:

Две бесконечные прямые на плоскости, не пересекающиеся в одной точке всегда параллельны.

В этой формулировке задействована актуальная бесконечность, отсутствует движение и потому не имеет места логическая неопределенность. В ней четко фиксируется *основной признак параллельности – отсутствие точки пересечения прямых на бесконечной плоскости.*

Неопределенная формулировка пятой аксиомы Евклида включает неявным образом несколько факторов, связанных с потенциальной бесконечностью и противоречащих бесконечности актуальной:

– она постулирует существование на поверхности одной бесконечной линии и точки (статика) и движение вдоль нее другой линии, проходящей через точку (динамика);

– условия движения линии и качественные параметры пространства на бесконечности (например, существование плотности пространства) не определены, так же как отношение точки и прямой. Поэтому в движении линия может взаимодействовать с пространством или не взаимодействовать (если мысленно допускается такой нонсенс, как наличие пустого пространства). А если существует взаимодействие, то оно будет проявляться в изменении прямизны линии (что и наблюдается в геометриях Лобачевского и Римана).

– она постулирует возможность существования плоскости (а при переходе к объему – пространства) с различной метрикой в ортогональных направлениях. Следствие анизотропии напряженности потенциальной бесконечности.

– она постулирует возможность длительного периода движения линии. То есть постулирует существование времени, которое отсутствует в статической геометрии по определению, и наличие потенциальной бесконечности.

Все четыре неявных постулата относятся не к актуальной бесконечности, а к бесконечности потенциальной. Их наличие показывает, что плоскость, на которую нанесены геометрические элементы (в частности точки и линии), имеет неоднородную напряженность поверхности (независимо от того, понимаем ли мы это или нет, но *в структуре уравнений существует память числа, фигуры и состояния пространства, которые проявляются в результатах решения*). И эта неоднородность обусловливает искривление прямой, движущейся вдоль существующей (?) линии как в одну сторону от точки, так и в другую сторону от нее. (Кстати, постулируемая в аксиоме прямая на плоскости может оказаться только в нашем воображении, а движутся, оставляя следы, точки.)   Характер же искривления зависит от того, какие граничные условия и в каком направлении пространства определяют движение точки.

Изменение напряженности пространства искривляет прямую движущуюся на бесконечность. Движение же на бесконечности обусловливает возможность формулировки нескольких вариантов пятой аксиомы Евклида. Эти формулировки могут задействовать как свойства статики, так и динамики, что и проявилось в определениях Лобачевского и Римана при рассмотрении пятой аксиомы Евклида. Новые определения стали основами так называемых «неевклидовых» геометрий.

2.5. Краткий анализ основ геометрий Лобачевского и Римана

В начале, XIX века Н. Лобачевский, пытаясь доказать параллельность прямых методом от противного, предположил:

«Через точку, лежащую вне прямой, можно провести бесконечное множество прямых, параллельных первой».

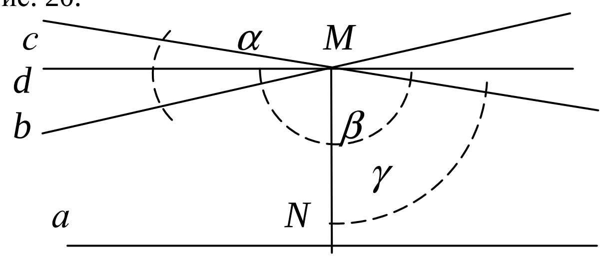
Основываясь на этом определении, он вывел десятки логически корректных теорем, базирующихся на свойствах актуальной и потенциальной бесконечности, которые в своем развитии и обусловили появление первой неевклидовой (??-*Авт.*) геометрии.

Рассмотрим некоторые особенности геометрии Лобачевского. У него, как и у Евклида, имеется точка *M* и прямая *a*, актуальной бесконечности. Но граничные условия изменены: существует множество «прямых» *b, c, d,*…проходящих через точку *M* параллельно прямой *a* (рис. 20). Лобачевский постулирует, что к прямой *a*, через точку *M* можно провести две прямые *b* и *c* так, что они не пересекаются с прямой *a*. Понятно, что прямые, располагающиеся между предельными *b* и *c*, в $<\alpha$ тем более не пересекут *a*. Угол γ между отрезком *MN* и прямой *c* Лобачевский называет углом параллельности $\gamma < \pi$.

Геометрия Лобачевского обладает следующими особенностями:

– в отличие от Евклида расстояние между параллельными непостоянно. В одном направлении асимптотически уменьшается, в другом – возрастает до бесконечности;

Рис. 20.



– движущаяся прямая таковой не является, и потому названа Лобачевским эквидистантой. И это основное отклонение от евклидова пространства, не получающее геометрического объяснения. Нарушение прямолинейности можно объяснить только анизотропией пространства (плоскости), в которой прямая движется;

– угол параллельности γ меняется в зависимости от расстояния точки *M* до прямой *a*. При удалении от прямой он уменьшается, и в пределе, когда *M* находится на бесконечности, $<\gamma \rightarrow 0$. Прямая как бы может проходить через *M* под прямым углом к *a*, но при движении искривляется и, сближаясь с прямой *a*, «уходит» на параллельность и в бесконечности нигде *с* ней не пересекается. А это – показатель взаимного отталкивания точки и прямой, т.е. показатель свойства потенциальной бесконечности;

– если вокруг асимптоты *a*, как оси, вращать эквидистанту *b* или *c*, то получающаяся фигура называется псевдосферой отрицательной кривизны (??- *Авт.*), а эквидистанта становится геодезической на ней.

Наиболее известное свойство псевдосферы и отличительная особенность геометрии Лобачевского в том, что сумма углов треугольника на поверхности псевдосферы всегда $< 2\pi$ и по мере увеличения треугольника – уменьшается. Поэтому, при неизменной метрике, существует однозначная зависимость между сторонами и углами треугольника (в метрике Евклида). И как не существует сколь угодно больших треугольников, так и не существует подобия и равенства треугольников по всей площади псевдосферы.

Все особенности геометрии Лобачевского проявляются вследствие отступления от статичности актуальной бесконечности и использования в качестве граничных условий свойств потенциальной бесконечности и в первую очередь движения. Поскольку эти свойства вводятся неявным образом, характер их воздействия на статическую геометрию оказывается не раскрытым и особенности геометрии Лобачевского не объяснены, а сама геометрия была сформирована в рамках статики и потому не может быть названа неевклидовой геометрией. *Евклидова геометрия – это статическая геометрия. Неевклидова – противоположная статической, динамическая (физическая) геометрия.*

Аналогичное произошло и с геометрией Римана. Поскольку эта геометрия является базисом наиболее популярной гравитационной теории, остановимся на ней несколько подробнее.

Прежде всего отметим, что она состоит из двух неравнозначных качественно и искусственно соединенных (соглашение) частей. Одна – строение сферической (эллиптической) геометрии с использованием многомерных многообразий, вторая – математический аппарат описания геометрии двумерных кривых поверхностей. Последний был разработан Гауссом для евклидовых поверхностей и предусматривал изучение их двумя способами:

– задавая уравнение поверхности в трехмерном пространстве (взаимоотношения между поверхностными точками относительно некоторой пространственной системы координат);

– используя свойства поверхности в двумерной системе координат с осями на ней.

Изучая геометрические свойства сферы, каждую точку на поверхности определяют двумя координатами – долготой и широтой. Совокупность измеренных на поверхности и характеризующих ее соотношений и называется внутренней геометрией поверхности.

К этим соотношениям относятся: длина отрезков или линий между некоторыми парами точек, угол между линиями, уравнение геодезических, площадь поверхности или ее кривизна в различных точках. Отображение бесконечно малого отрезка через разность координат дает метрику поверхности и в общей форме имеет вид:

$dS^2 = \sum_{ik} g_{ik} dx_i dx_k$; $i = k = 1, 2$.

В этой формуле

ds – бесконечно малый отрезок между точками x_i , $x_i + dx_i$,

dx_i, dx_k – дифференциалы координат,

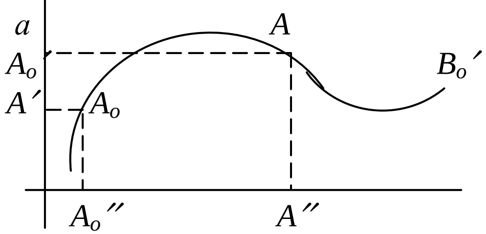
g_{ik} – коэффициенты связи ds с dx_i; dx_k. Они, в общем случае зависящие от координат, переменные. Зная эту зависимость можно определить длину отрезков, углы между линиями, площади, ограниченные контурами на поверхностях. По трем функциям коэффициентов определяется инвариантная характеристика поверхности – ее кривизна в каждой точке. (Она инвариантна, поскольку изменяется при изгибах без растяжения).

Мерой кривизны поверхности становится степень ее отклонения в некоторой точке от касательной плоскости. В пределах поверхности устанавливаются лишь определенные зависимости между метрическими коэффициентами g_{ik} и их производными по координатам. Они-то и определяют отклонение от плоскости или кривизну.

Считается, что римановы плоскости также имеют евклидову мерность. А поэтому на них кривизна, зависящая от g_{ik} и их производных, равна нулю. Искривленная поверхность имеет относительно евклидовой плоскости метрику неевклидову (рис.21).

Неевклидова метрика определяется именно соотнесением с положением поверхности, а потому является субъективной оценкой кривизны. Например, длина отрезка A_oA, определенная относительно линии a, будет равна A'_oA', что значительно меньше A_oA, ($A'_oA' < A_oA$). А его же длина, отнесенная к линии b, будет ненамного меньше A_oA и значительно больше A'_oA'. ($A_oA > A''_oA'' > A'_oA'$). И поэтому всегда следует оговариваться, относительно какой плоскости определяется кривизна.

Рис. 21.



Главное, однако, в том, что процедура соизмерения кривизны поверхности (или объема) производится на относительно не родственную себе поверхность и оторвана от процесса образования самой кривизны. А потому не может считаться корректной.

Гауссова теория кривизны была дополнена Риманом обобщенными понятиями многомерных многообразий. (Многократно протяженных величин, неким аналогом n-мерного геометрического пространства, поскольку понятие «протяженность» у Римана отображает длину). Так, например, если поверхность – двукратно протяженная величина, то пространство – трехкратно протяженная величина и т.д. То есть *поверхность, и пространство у Римана качественно не различаются*. Таким образом, свойства мерности оказываются однокачественными, а сами мерности между собой тождественными, а потому получается, что связи между единичными мерностями отсутствуют и только количество протяженностей (? − *Авт.*) определяет кратность геометрического пространства. Постулирование многомерных однокачественных многообразий позволило однозначно перенести на «искривленное» трехмерное пространство методы описания двумерных поверхностей с их метрикой, узаконив тем самым отсутствие связи между мерностями. Это еще одна большая некорректность геометрии Римана.

Хотя этот подход к описанию пространства обусловливает построение частных неевклидовых пространств, и создание теории произвольно искривленных поверхностей. Его некорректности привели к выделению трех, *не существующих в природе*, типов пространств постоянной кривизны (все римановы пространства): пространства Лобачевского – отрицательной кривизны (сумма углов треугольника в нем $< 2\pi$), евклидова пространства нулевой кривизны (сумма углов треугольника в нем равна 2π) и риманова пространства положительной кривизны (сумма углов треугольника в нем $> 2\pi$). Все пространства математически не сводимы друг к другу и имеют основанием различные определения одной и той же пятой аксиомы Евклида. В геометрии Римана она сформулирована как отрицание постулата Лобачевского:

“*Через точку, лежащую вне прямой, невозможно провести ни одной прямой, параллельной первой*”.

Формулировки аксиомы о параллельных Лобачевского и Римана, хотя и приводят к построению различных геометрий, имеют следующие общие особенности:

– они постулируют равнозначность прямой и точки;

– они постулируют наличие изотропного и однородного пространства как в районе точки, так и на бесконечности;

– они неявно постулируют наличие отрезка второй прямой, бесконечной в сторону, противоположную движению и, следовательно, уже параллельную существующей;

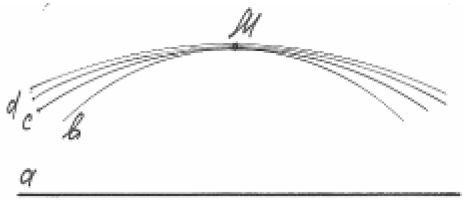
– они постулируют возможность прямолинейного движения линии на бесконечность, которое, тем не менее, по непонятной причине, оказывается не прямолинейным;

– они переносят математическое движение как преобразование конечных количественных величин на движение бесконечное, не имеющее количественного отображения и вследствие этого – неопределенное, невозможное для математических преобразований;

– перенос математического преобразования на движение на бесконечность в формальных граничных условиях и вызывает искривление “прямых”;

– невозможность математического преобразования движения прямой линии через точку на бесконечность свидетельствует о том, что аксиомы Лобачевского и Римана описывают механическое движение точки, а образованные на их основе геометрии не являются статическими.

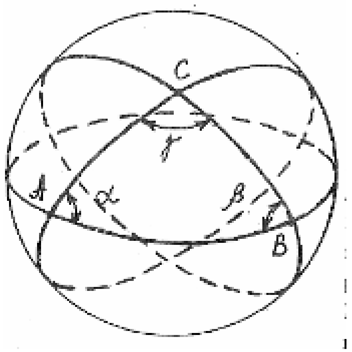
Рис. 22.



На рис. 22 схематично изображены римановы “прямые”, не параллельные прямой *a*. Причем точка *M*, принадлежащая кривым, не выделена и равнозначна всем точкам на этих кривых. То есть *M* является точкой не римановой, а евклидовой геометрии (не образует напряженности пространства). Но если прямая в движении вдоль другой прямой, искривилась, то это может произойти только в том случае, когда она движется в пространстве изменяемой напряженности и потому никогда не пересечется с прямой, подходя к ней все ближе и ближе, вдоль которой она движется. Поэтому, если любую из кривых *b*, *c*, или *d* вращать вокруг прямой, *a* риманова пространства, то образуется незамкнутая эллиптическая поверхность (у полюсов вдоль *a* останутся "дыры"). Она как бы замыкает в себе некоторый объем, отделяя риманово пространство от внешнего не "пространства" и создавая "дырявую" сферу-пространство, поверхность конечной площади *отграниченную "дырами" от прямой a*. Такая фигура хотя и является римановой поверхностью, но имеет внутреннюю плотность и не является ни эллипсом, ни сферой и не имеет постоянного объема.

Рассмотрим, например, основанное на получении вращением римановых кривых утверждение о том, что все прямые на римановой поверхности пересекаются. Оно основывается не на исследовании поведения "прямых" при образовании римановой сферы, а на гауссовой теории кривизны. При этом забывается, что образовавшаяся при вращении "сфера" не замкнута, имеет внутри себя ось с двумя полюсами и неоднородное пространство. Причем прямая является атрибутами образовавшего пространства. Ее невозможно «выдернуть» никакими преобразованиями, ибо это сразу изменит («уберет») напряженность, да и форму пространства. (У Евклида одна ли прямая, обе ли параллельные или образуемая ими при вращении цилиндрическая поверхность никак не изменяют состояние пространства, а потому возможно вольное обращение с каждым элементом фигуры.)

Рис. 23

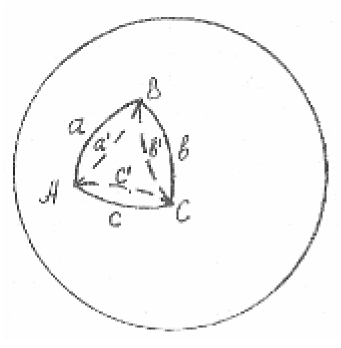


Незамкнутость римановой сферы (как и псевдосферы Лобачевского) показывает, что обе геометрии геометриями как таковыми не являются. При их формировании смешаны евклидовы и неевклидовы свойства. Они есть только некоторая часть более общей геометрии и потому на их основе невозможно построить (не нарушая законов статической геометрии) ни одной пространственной фигуры, даже такой простой, как сфера.

Для римановой сферы базисной прямой всех параллельных относительно ее линий является ось-прямая *a* (см. рис. 20.). А параллельные, геодезические римановой геометрии, проходят от одной оси к другой и нигде не пересекаются друг с другом. Утверждение типа: «*…понятие параллельных линий в сферической* (римановой – *Авт.*) *геометрии вообще теряет смысл, ибо любая дуга большого круга, проходящая через точку C, лежащую на линии AB, обязательно пересекает AB, причем в двух точках. Из рис.* 23 *также видно, что сумма углов треугольника ABC, образованного пересечением трех дуг большого круга, всегда больше 180°*» [22] – не обосновано и базируется на путанице свойств евклидовой и римановой геометрий.

Выше упоминалось, что построить сферу в римановой геометрии невозможно, что сфера строится только в геометрии Евклида и перенесение свойств одной геометрии на другую некорректно. Например, дуги большого круга не наличествуют в геометрии Римана и потому не пересекаются на ней. Другой пример. На сфере Евклида метричность неизменна, а на сфере Римана меняется в зависимости от напряженности пространства (конечно по сравнению со статичностью), а потому ориентация на сумму углов треугольника некорректна и сравнение этой суммы со 180° вообще приводит к парадоксу. Покажем его.

Рис. 24.



Предположим, что из тонкой прозрачной резиновой пленки склеена и надута сфера-шар (рис. 24.). На поверхности шара нанесены три точки *A*, *B*, и *C*, соединенные прямыми *a*, *b*, *c*. Образовавшийся треугольник *ABC* на сфере положительной кривизны имеет, согласно геометрии Римана, сумму углов $> 2\pi$.

Теперь, если мы окажемся внутри шара, в сфере отрицательной кривизны то, в соответствии с той же теорией кривизны и геометрией Лобачевского, сумма углов треугольника со сторонами a', b', c' (изображенного на рис. 24 пунктиром.) будет составлять $< 2\pi$.

Возникают вопросы: Какой из этих треугольников отображает реальное искривление сферы? И почему:

$[(> 2\pi) + (< 2\pi)]/2 = 2\pi$?

Дальнейшее раздувание шара будет увеличивать сумму углов наружного треугольника, и уменьшать ту же сумму внутреннего, оставляя результат решения формулы неизменным.

Этот парадокс возникает потому, что риманова кривизна пространства не характеризует именно пространство. Эта кривизна вызвана произвольным переносом двумерного измерения – плоскости, на трехмерное измерение – объем. Перенос осуществлялся исходя из предположения, что мерности пространства не имеют качеств, и некорректен уже потому, что плоскость характеризуется квадратом протяженности, а объем пространства – кубом.

2.6. Что скрывают неевклидовы геометрии?

Хотя первыми авторами неевклидовых геометрий были Лобачевский, Больяйя, идеологию этих геометрий высказал и стал автором одной из них (эллиптической) Риман. Приступая к рассмотрению статических геометрий, вернемся к идеям, изложенным в его знаменитом формуляре [4]. Отметим, что Риман исходил из того, что существуют какие-то условия или данные, априорно заложенные в понятие пространство. Он использовал, в качестве опоры, понятие «протяженность», полагая его аналогом только геометрического понятия длины и не замечая заложенных в протяженность телесности и качественности. К тому же заложенных не априорно, а как обобщенные характеристики множества реальных вещественных предметов. То есть понятия, сформировавшегося многовековым опытом человечества. Именно игнорирование телесности и качественности понятия «протяженность» и обусловило авторам «неевклидовых» геометрий непонимание истинного значения проделанной ими работы и того результата, который получил название «неевклидовы геометрии».

Поскольку исходным неевклидовых геометрий является постулат о параллельных, рассмотрим те трансформации, которые изменяют смысл аксиомы Евклида. В качестве примера будем ориентироваться на краткое доказательство истинности аксиомы Лобачевского, изложенное М. Клайном в работе [3], с тем, чтобы показать, как неявным образом, отражается на понимании этой аксиомы пропущенные качественность и телесность протяженности:

«Пусть задана прямая АВ и точка вне ее Р (рис. 25). *Тогда все прямые, проходящие через точку Р, распадаются по отношению к прямой АВ на два класса: класс прямых, пересекающих АВ, и класс прямых, которые АВ не пересекают. К числу последних принадлежат две прямые р и q, разделяющие наши два класса прямых. Сказанному можно придать более точный смысл. Если Р – точка, находящаяся от прямой АВ на расстоянии Л (Л – длина перпендикуляра PD, опущенного из точки Р на прямую АВ), то существует острый угол α, такой, что все прямые, составляющие с перпендикуляром PD угол, меньший α, пересекаются с прямой АВ, а все прямые, составляющие с PD угол, больший или равный α, не пересекаются с АВ. Две прямые р и q, образующие с PD угол α, называются параллельными по Лобачевскому прямой АВ, а угол $\alpha = (\alpha(Л))$ называется углом параллельности (отвечающим отрезку PD = Л). Прямые, проходящие через точку Р (отличные от параллельных прямых р и q) и не пересекающиеся с прямой АВ, называются расходящимися с АВ прямыми (или сверхпараллельными ей; в евклидовой геометрии они были параллельны прямой АВ). Если понимать параллелизм по Евклиду, т.е. называть параллельными любые две прямые, которые лежат в одной плоскости и не пересекаются между собой, то в геометрии Лобачевского через точку Р проходит* ***бесконечно много*** *прямых, параллельных АВ.*

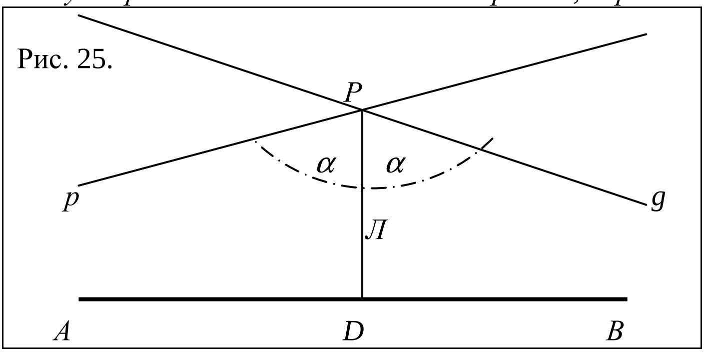


Рис. 25.

Затем Лобачевский доказывает несколько ключевых теорем. Если угол α равен $\pi/2$, то мы приходим к евклидовой аксиоме о параллельных. Если угол α острый, то при неограниченном росте Л, **,** *он монотонно убывает и стремится к нулю. Сумма углов треугольника* *всегда меньше 180^o и стремится к 180^o, когда площадь треугольника неограниченно убывает* (п/ж курсив наш – *Авт.*). *Два подобных треугольника, имеющих одинаковые углы, всегда конгруэнтны"*.

Здесь очень важно представить поведение "прямых" когда при движении прямой в одном из направлений прямая-луч *Л*, начинает неограниченно возрастать, и угол α монотонно убывает в стремлении к нулю. Оно, это возрастание, свидетельствует о повороте "прямых" (изгибании) p или q в стремлении оказаться перпендикуляром к *АВ*. Однако, по логике вещей, при удлинении, *Л*, «прямая» p должна передвигаться оставаясь параллельной сама себе. И если она поворачивается (изгибается), то возникает вопрос: Какой же механизм обеспечивает этот поворот? Нам нигде не встречалось объяснение этого механизма и возникающих из стремления к повороту вопросов: Какая математическая операция заставляет, при удлинении прямой искривляться и выставлять p в оппозицию прямой *АВ*? А при движении в противоположную сторону к *А* – убывании, искривляясь уходить на параллельность? Полагать, что это происходит случайно, не приходится, поскольку такая же процедура с точностью наоборот повторяется и в римановой геометрии. Или за ним кроется не геометрическая, а физическая составляющая? Та составляющая, которая еще не замечается, и которую обеспечивает телесность понятия «протяженность», заложенная в математических формулах и проявляющая себя помимо воли не подозревающих об этом ученых. И, как говорил Герц, формулы оказываются умнее своих разработчиков. Попробуем разобраться в этом качественно.

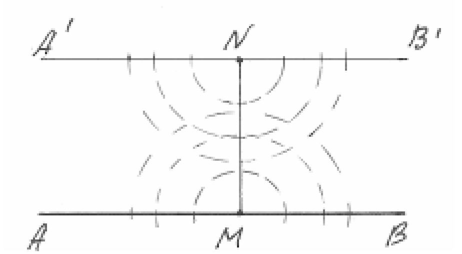
В неевклидовых полудинамических геометриях центр плотности как бы отсутствует (о возможности его существования не имеется явной информации) хотя пространство обладает изменяемой плотностью, и его плотностные функции неявно приобретают ближайшая к *N* равнозначная по рангу точка *М* на «бесконечной» линии. Точка же *N* превращается, таким образом, в точку «падающую» на *М*. Между ними «создается» скрытое в математической формализации анизотропное поле напряженности, посредством которого они взаимодействуют между собой. Для *N* как бы отсутствует прямая, на которой находится точка *М*. Эта анизотропия (изображена штрихами на рис. 26.), обусловливает точке *N*, движущейся совместно с *М* в пространстве изменяемой плотности, возможность образовывать фигуры геометрий Лобачевского, либо геометрии Римана. Это *важнейшая особенность аксиом о параллельных «неевклидовых» статических гео-*

метрий – одновременное неявное движение двух взаимодействующих точек одинакового ранга в анизотропном пространстве на бесконечность.

(Для описания движения точки в бесконечности применяют предлог «в», предполагая прямую направленность движения. Однако заранее невозможно знать в каком пространстве оно будет происходить. И потому, неизвестно останется ли направление движения прямолинейным или искривится в неопределенном направлении. Поэтому, для описания бесконечного движения нами используется выражение «на бесконечность».)

Именно анизотропия пространства и обусловливает точкам-пилотам искривление траектории, проявляющееся как искривление линии. А так как возможности искривления траектории движения точки *M* ограничены "бесконечной" статической прямой, вдоль которой она движется, то точка *N* и выписывает фигуры «неевклидовых» геометрий в рамках заданных граничных условий. Поскольку "взаимодействие" точек *M* и *N* имеет характер притяжения или отталкивания, то это взаимодействие может быть отображено на рисунке посредством соединения точек *M* и *N* линией-лучом *MN* (рис. 26).

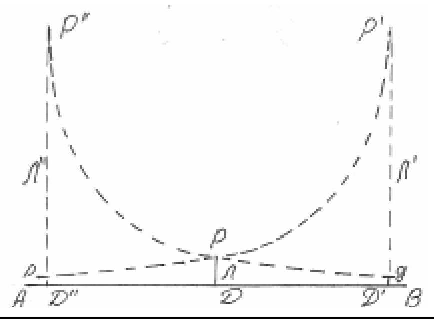
Рис.26.



Изменение "длины" луча, обусловленное движением одной или обеих точек, и вызывает возникновение фигур той или другой геометрий. Поэтому линия-луч *MN* может быть названа образующей и обозначена буквой *Л*. *Линия (условная), соединяющая две движущиеся определенным образом плотностные точки, называется образующим лучом Л или образующим*. Так, если одна из точек неподвижна на плоскости, а другая, не меняя расстояния до первой, описывает в движении правильный круг, то образующий луч с такими свойствами в геометрии называется радиусом. А геометрии, в которых движение одних фигур ограничены статическими конструктами других, могут быть названы полудинамическими неевклидовыми геометриями.

Вернемся к рис. 25 и отметим, что в математических уравнениях для точки *P* прямая *AB* не «существует». Она взаимодействует только с точкой D, движение которой по условиям задачи, происходит по прямой AB. Рассмотрим как двигаются в противоположных направлениях “прямые” p и q при движении вдоль прямой AB. Отметим штрихами траекторию их движения на бесконечность. И увидим, что, например, точка P при движении (считаем, что движется сама точка P, оставляя за собой след-кривую линию p) в направлении B монотонно возрастает удаляясь от AB и на бесконечности касательная от следа в точке P' на AB опускается практически под углом в 90° к AB, т.е перпендикулярно, а сама траектория PP' по своей кривизне оказывается правой ветвью полуэллипса (рис. 27). Касательная к ней, – перпендикуляр к AB становится лучом $Л'$ соединяющим крайнюю точку кривой PP' с передвинувшейся к этому месту точкой D', поскольку сама точка P движется не относительно прямой AB, а в оппозиции с точкой D, движущейся вместе с P вдоль прямой AB. И в процессе совместного движения луч-перпендикуляр $P'D'$ – $Л'$, либо удлиняется при движении в одном направлении либо укорачивается при движении в противоположном направлении. И, следовательно, поведение прямой p определяется направлением ее движения. *Этот момент, обусловленный скрытым взаимодействием точек P и D, и является решающим для понимания сути «неевклидовых» геометрий.*

Рис. 27.



При движении P в направлении A с тем же изменением скорости появляется другой след-кривая PP'', образуя левую ветвь полуэллипса. И если их рассматривать совместно, то можно отметить, что обе полуветви, соединенные точкой P, образуют полуэллипс $P''PP'$ с неявным центром O между ними. К тому же, например, в точке D', луч $Л'$ превращается в перпендикуляр оставаясь касательной $P'D'$, и прямая AB для правой полуоси фактически прерывается (поскольку прямая AB не “существует” для правой полуветви PP'), оказываясь фактически не бесконечной, а неопределенной, и зависящей от кривизны траектории PP', ограниченной в сторону B. И потому длина ее правой ветви определяется подъемом точки P, а, следовательно, и направлением, в котором она движется. Но для субъекта, начертившего линию AB, она в направлении B продолжается бесконечно.

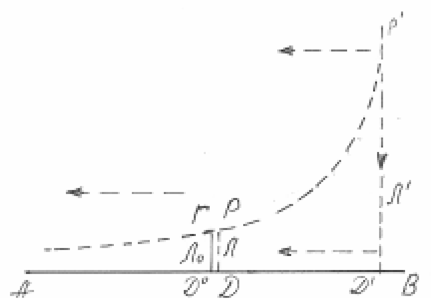
Если же теперь линию-след Pp двигать от точки P в направлении A, то образуемая ею кривая будет бесконечна по длине и на бесконечности выходит как бы на параллельную к AB, образуя гиперболическую полуветвь, которая и послужила основанием для названия геометрии Лобачевского. От P в сторону A прямая AB имеет бесконечную длину, но для получения единой траектории pPP' точка P должна двигаться сразу в двух противоположных направлениях иначе ей необходимо возвращаться из p в P, а уже из P двигаться к P', и заранее, если убрать граничные условия, невозможно сказать будет ли она возвращаться по той же кривой, по которой двигалась в сторону A (скорее всего возвращаться она будет как ветвь полуэллипса).

А это означает, что *в точке P существует разрыв кривой линии pPP′ обусловленный изменением качества взаимодействия точки с окружающим пространством при движении в одном и противоположном направлении*, о котором в геометрии похоже не упоминается. Это первая неприятность в интерпретации движения линии параллельной AB через точку P. Вторая вытекает из первой, поскольку предполагается, что правая ветвь гиперболической кривой Pq на бесконечности стремится к параллельности с AB. Но как показано выше, реальная прямая AB не может быть бесконечной в обе стороны, если существует кривая $p'P$. И потому точка P может двигаться на бесконечность только в направлении B. Естественно, что и для линии $q'Pq$ в точке P имеет разрыв и, следовательно, данная линия тоже не может считаться цельной. И мы уперлись в парадокс, “запрещающий” существование параллельного движения (в смысле Евклида) через точку в статической геометрии. И, если полагать что существуют неевклидовы геометрии, то они просто не могут быть статичными. Они должны быть полудинамическими, поскольку допускают существование как движущихся, так и неподвижных фигур. Попробуем поступить наоборот и начать движение не из точки P, а из бесконечности от P'.

Пусть точка-тело P' (или P'') неподвижна и находится на бесконечном расстоянии над прямой AB (т.е. выполняется условие нахождения ее в бесконечности по рис. 27) над точкой-телом D' через которую проходит прямая AB. Соединим их линией-лучом $Л'$ (рис. 28). Из неподвижности точка P' начинает “падать” на данную прямую, оставляя за собой след. Возникает вопрос: будет ли она падать в направлении A или в противоположном направлении? Естественно, что она будет падать по вертикали $P'D'$ и для нее нет никаких “побудительных” мотивов отклоняться в падении влево или вправо. То есть точка-тело, при свободном падении на другую плотностную точку-тело, сама по себе никогда не отклонится от вертикали. И чтобы это произошло, необходимо в начале движения дать ей небольшой внешний импульс в сторону, допустим, A. Тогда направление падения определится. Но будет ли точка падать по траектории эллипса? Нет, не будет. Она будет двигаться вдоль прямой AB (на рис. 28 направление обозначено стрелками), естественно при условии одновременного движения точки D' в сторону A. Последнее для нее обеспечивается направляющей прямой AB.

И чтобы точка “падала” по ветви эллипса, скорость ее падения должна изменяться и в горизонтальном и в вертикальном направлении и изменяться нелинейно. То есть так же, как меняется, например, траектория комет, движущихся в направлении Солнца. Это свидетельствует о том, что пространство плоскости в котором “движется” точка не пусто, имеет неявную переменную напряженность, изменяющуюся по высоте так же, как изменяется напряженность гравитационного поля Солнца в Солнечной системе.

Рис. 28.



Эта изменяющаяся напряженность обусловливает искривление траектории падающей точке P'. А виртуальная точка O в этом случае символизирует собой то место, где должен находиться один из центров притяжения эллипса. Но его там нет. Роль центра в данном движении фиктивно выполняет прямая AB. Фиктивно потому, что прямая AB, наличествуя в фигуре на бумаге и в головах исследователей, но в уравнениях и в пространстве точки P' отсутствует. Она, точка P', «чувствует» (память формы) только точку D' и как бы взаимодействует с ней по лучу $Л'$ (в общем символизирующем центральное притяжение тел). И граничные условия формулы, соединяющей концы луча, обусловливают обеим точкам при начале движения точки P' совместное движение в направлении точки P, где горизонтальная скорость движения по эллиптической кривой будет максимальной. И прямая *AB*, проявляется в этом случае в виде следа от движения точки *D*. Точка *P* – место перехода от ветви эллиптической к ветви гиперболической (т.е. меняется качество движения) и в ней напряженность нейтральной зоны между точками *P* и *D* сравнивается, а после прохождения ее притяжение заменяется отталкиванием, характер движения меняется. Точку *P* приходится «силой» подгонять к *D*, а вместе с изменением характера движения меняется и траектория с эллиптической на гиперболическую. При отсутствии нейтральной точки *P* уравнение просто не будет давать гиперболического решения.

"Принудительное" движение по гиперболической ветви *Pp* (рис. 28) будет сопровождаться замедлением как горизонтальной, так и вертикальной скорости, но никогда не приведет к "соединению" точек *P* и *D* потому, что "ранг" напряженности этих точек-тел сравнялся в точке *P* и только граничные условия уравнения обусловливают их все замедляющееся сближение. Возрастающая плотность нейтральной зоны между ними может привести к тому, что в какой-то момент (этот момент в настоящее время в уравнении движения точек, похоже, отсутствует за ненадобностью), который может быть обозначен, например, буквой *Г*, сжатие сменится отталкиванием и ситуация начнет зеркально повторяться. В точке P_1 появится восходящая в направлении А ветвь гиперболы, а далее эллиптическая полуветвь аналогичная полуветви qPq' рис. 27 (только таким образом могут одновременно проявлять себя кривые *p* и *q*, и, следовательно, представление об их пересечение в одной точке возможно лишь в статике, т.е. без движения). Все это в том случае, если мы требуем бесконечного движения *P* во времени вдоль прямой *AB*. Естественно также, что при отсутствии точки *Г* точки *P* и *D* будут бесконечно сближаться, но никогда не сольются (не пересекутся). То есть оказываются параллельными.

Таким образом, «параллельные» Лобачевского есть следы траектории движения двух взаимодействующих в различных условиях и направлениях тел, «состыкованные» в точке *P* (рис. 27) в области равенства их напряженностей и образовавшие эквидистанту. Если же *P* – ближайшая к прямой *AB* точка следа траектории и после нее траектория начинает удаляться от прямой *AB*, образуя «седловину», то данная кривая не имеет разрыва в точке *P*. И полуэллипсы $P''P$ и PP' образуют основную фигуру статической геометрии Лобачевского.

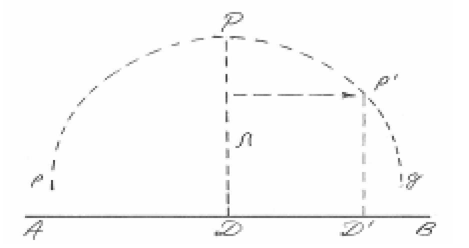
Ситуация с движением "прямых"− следов движущихся точек-тел *p* и *q* через *P* в эллиптической римановой геометрии практически аналогична предыдущей и отличается только тем, что точка *P* является наиболее удаленной от *AB* точкой образующихся следов, а “прямые” по обе стороны от нее по уравнению не имеют возможности “подниматься” над точкой *P* и потому расходятся в разные стороны с медленным приближением к *AB*, сразу демонстрируя таким образом, что точка *P* является точкой разрыва, поскольку для получения двух полудуг приходится двигаться в противоположных направлениях. Т.е. совершать качественно различные движения. Коротко опишем получаемые фигуры.

Предположим, что точка *P* находится на некотором расстоянии от точки *Д*. Ранг обоих точек одинаков и они движутся в одном направлении но граничные условия уравнения “заставляют” их сближаться таким образом, что одна из них *Д* перемещается вдоль прямой *AB*, а другая приближается к ней (рис. 29). Разница между рис. 27 и рис. 29 в том, что граничные условия движения точки p':

в первом случае (на рис. 27) обусловливают точке прохождение одной части траектории $p'P$ как бы повторяя естественное падение тела на другое (точнее вдоль другого, фиктивно отображенного прямой *AB*) с возрастающей горизонтальной скоростью из бесконечности к точке *P*, а второй части *Pp* по искусственной траектории, когда граничные условия “заставляют” точку (тело) *P* двигаться приближаясь к точке (телу) *Д* по гиперболической траектории.

во втором случае (рис. 29) точка *P* является наиболее удаленной от точки *Д* и принудительное движение в любом направлении приближает ее к точке *Д*.

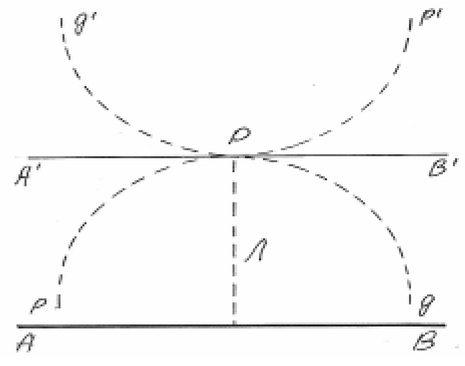
Рис. 29.



Поэтому длина линии *AB* в обоих направления неопределенно конечна. Однако для точки *P* она с обеих сторон как бы устремлена в бесконечность, поскольку точки *Д* и *P* в своем движении никогда не пересекутся и не сольются. Это естественное следствие одноранговости тел-точек не было замечено в римановой геометрии и потому предполагается, что обе точки пересекаются, замыкая прямую *AB* с обеих сторон, и образуя, тем самым, полуэллипс с большой осью. Однако это заблуждение. Ни слияние точек *P* и *Д*, ни их пересечения не происходит. И образуемый двумя разорванными дугами полуэллипс так же параллелен прямой *AB*, как параллельны ему эквидистанта Лобачевского и вторая прямая Евклида, поскольку о параллельности можно судить только по одному признаку – пересекаются ли две прямые между собой или нет (слияние их друг с другом в одну, то же пересечение).

Поэтому в движении $P \to A$ и в движении $P \to B$ конфигурация следа точки будет оставаться эллиптической, а коэффициент эллиптичности определяться скоростью принудительного движения. Но поскольку точка *P* и точка *Д* никогда не сольются то будет проявляться только контур полуэллипса не доходящий до прямой *AB*. Иначе говоря полуконтур с разрывами по главной оси и в точке *P*, к тому же внутри его остается, как неотъемлемый элемент фигуры, прямая-ось *AB*, и как уже говорилось, выдернуть эту ось математическими методами невозможно. По этой причине ни полный круг, ни полный эллипс вращением вокруг оси *AB* траектории полуэллипса, в римановой геометрии построить невозможно, не говоря уже о том, чтобы построить сферу или эллипсоид. А, следовательно, для названия римановой геометрии геометрией эллиптической было не больше оснований, чем для названия геометрии Лобачевского геометрией гиперболической.

Рис. 30.



Теперь построим на одном рисунке фигуру, вмещающую все три параллельных, проходящих через одну точку *P* (рис. 30) и отметим, что все они в такой конфигурации не сводимы друг с другом, но “гиперболический” след, образованный траекториями *qP* и *Pp* справа и слева над точкой *P*, точками-телами в относительно свободном падении, по форме траектории весьма напоминает фигуру риманово эллипса, находящегося ниже *P* и “опрокинутого” относительно евклидовой параллельной. И на интуитивном уровне становится понятно, что это не просто родственные фигуры, а родственные по взаимодействию в механическом движении с чем-то таким, что определяется структурой плотностного пространства. Именно форма взаимодействия тел в движении и само движение роднит эти фигуры. (Родство их с параллельной Евклида *A`B`* не просматривается даже на интуитивном уровне. Параллельная *A`B`* самодостаточна, изначально статична, в движении не проявляется и потому не родственна движущимся телам.)

Итак, основой, объединяющей геометрии Лобачевского и Римана, является не статическая эллиптичность или гиперболичность, а *механическое движение линии в телесном пространстве*, образующее искривление указанных фигур. Движение, которое ранее не было замечено. Введение в геометрию всего одного качества – ***механического движения***, превращает статическую геометрию Евклида, в полудинамическую неевклидову геометрию. (Противоречивость геометрий Лобачевского и Римана в статической постановке, как уже упоминалось, была обусловлена тем, что кривизна поверхностей статических фигур рассматривалась исходя из римановой теории кривизны, а не как следствие определенных взаимодействий вызываемых движением тел в пространстве, поскольку о возможности движения и взаимодействия с пространством в статической геометрии не может и речи быть).

Полудинамическая геометрия истинно неевклидова геометрия не потому, что ее параллельные гиперболические и эллиптические – это фигурные частности евклидовой геометрии, не имеющие к ней отношения. А потому, что вводит в математику новое качество – ***механическое движение***, которое отсутствует и у Евклида, и у Лобачевского, и у Римана, и во всех статических геометриях. (И, вообще, противопоставление геометрий Лобачевского и Римана геометрии Евклида было очередным математическим заблуждением. Они – раздел геометрии Евклида.). Видимые эллиптические и гиперболические конфигурации, именно как статические фигуры, остаются фигурами евклидовой геометрии, точнее входят в разные группы преобразований евклидовой геометрии. (Преобразование не отображает механического движения. *Механическое движение всегда изменение качества, и отображается инвариантами гомотетии.* Преобразование же не меняет качества, и потому не может полностью «передавать» функции движения. Преобразование – формальная математическая операция, обусловливающая изменение количественных или пространственных пропорций.)

Динамические составляющие статико-динамической геометрии определяют ее неевклидовость. Ее частичную, принадлежность к реальному физическому миру, к миру тел и механических движений. Ее полудинамичность и представляет собой начало перехода от геометрии к физике. Следует помнить, что в неевклидовых полудинамических геометриях всегда имеются две составляющие: движущиеся фигуры–точки, или прямые, и неподвижные фигуры–точки. Исчезновение одной из этих составляющих сразу же меняет качество появившейся геометрии, превращая ее либо в статическую, либо в динамическую. И потому движение в статико-динамических геометриях не равноценно отражает движение тел (точек) реального мира. Оно своего рода гибрид. Гибрид, в котором явно присутствуют две составляющие:

механическое движение, – сопровождаемое деформацией как элемент реальности, как качество, отображающее динамические свойства реального телесного пространства;

статичность как элемент мысленной неподвижности, как элемент фигур евклидовой геометрии в актуальной бесконечности.

Но и сама статичность тоже присутствует в двух видах;

как имеющаяся в неявном виде в пространстве фигура, которая проявляется в своей статичности только на период ее рассмотрения;

как возникающее в результате "замораживания" следы движущихся точек (фигур).

И только после «замораживания» всех проявившихся фигур получившаяся данность относится к статической геометрии Евклида.

Итак, в структуре геометрий начало проявляться некоторое «ранжирование» от статических геометрий, которых много, к геометрии динамической (ибо уже из логики понятно, что за полудинамической геометрией следует ожидать наличие геометрии динамической), которая, похоже, существует в единственном числе. Это ранжирование изменяет представление о самих геометриях, об их элементах и отображениях в них природных явлений. Намечается следующая градация геометрий:

– геометрии статические – Евклида, Лобачевского, Римана, и все другие геометрии, использующие аппарат математического преобразования;

– геометрии полудинамические или неевклидовы геометрии, допускающие существование неподвижных и механически движущихся фигур;

– геометрия динамическая (пока в качестве логического продолжения ранжирования), все объекты которой находятся в движении по инвариантам гомотетии.

Неевклидова геометрия (как было показано, она полудинамическая, или статико-динамическая) это одновременно и механическое движение и статика. Это процесс взаимозависимости подвижных и неподвижных фигур. Процесс движения, переходящий с пространственного перемещения определенной фигуры (фигур) относительно других (с динамики) и заканчивающийся остановкой движущихся фигур (или запечатления следа от них). То есть евклидовой статикой. В результате движения получившаяся следовая комбинация пропорционально деформированных фигур "останавливается" и переходит из полудинамической геометрии в геометрию статическую.

Наличие механического движения и возможность описания его в терминах геометрии вызывает вопрос: А можно ли сформулировать аксиому о параллельных полностью в динамической постановке? Если это возможно, то появляется возможность построения теории динамической геометрии и найденная выше градация геометрий получит математическое обоснование. Попробуем сформулировать такую аксиому.

2.7. Динамика аксиомы о параллельных

Существование евклидовой и неевклидовых геометрий опирается, как уже упоминалось, на три определения аксиомы о параллельных. Все три аксиомы базируются на использовании как свойств актуальной, так и потенциальной бесконечности и предполагают бесконечное движение «прямой» линии через точку параллельно другой бесконечной линии, неявно исходя из того, что движение в этом случае является математическим преобразованием.

Однако имеются аргументы, которые ставят под сомнение возможность проведения математического преобразования на бесконечности:

не доказано, что движение бесконечной с одного конца линии на бесконечность может описываться математическим преобразованием;

при рассмотрении движения прямой через точку (например слева направо) необходимо сначала установить параллельность левого бесконечного, прямолинейного отрезка существующей линии, которая движется через точку (доказать его параллельность слева, т.е. доказать то, что провозглашается аксиомой) и дополнительно доказать, что она пройдет через указанную точку (аксиома это предполагает);

следует доказать, что бесконечную прямую можно двигать в плоскости, не разрывая ее;

также доказать, что бесконечная прямая не изменяет своих размеров по длине (не изменяется количество элементов преобразования);

доказать, что движется прямая, а не точка-пилот (первая правая точка линии). Если движется точка-пилот, то происходит не преобразование, а «наращивание» следа (заполнение новыми точками);

если же отсутствует левый отрезок бесконечной длины или он представлен конечным отрезком, то через точку движется не прямая линия, а сама точка-пилот (конечный отрезок можно представить точкой), которая в своем движении на бесконечность, и образует траекторию, заполняемую новыми точками;

появление новых точек по следу движения точки-пилота будет свидетельствовать о том, что в неевклидовых геометриях наличествует не математическое преобразование, а механическое движение точки в анизотропном пространстве (в пространстве с изменяемой плотностью);

механическое движение точки в анизотропном пространстве, с возникновением новых точек, сопровождается «взаимодействием» ее с пространством, появлением времени и скорости;

взаимодействие движущейся точки-пилота с анизотропным пространством и вызывает ее отклонение от прямолинейного направления, обеспечивая геометриям Лобачевского и Римана искривление «прямых». Угол отклонения свидетельствует о характере взаимодействий и скорости движения точки.

Данные аргументы также вызывают недоверие к однозначно статическому пониманию математической формализации геометрий Лобачевского и Римана. К тому, что эти геометрии описывают движение только как математическое преобразование фигур. Недоверие возникает и потому, что, похоже, отсутствует в неевклидовых статических геометриях возможность определения аксиомы о параллельных в статической постановке. Тогда как для геометрии Евклида, как показано выше, такую формулировку предложить достаточно просто. И возникает вопрос: А возможно ли геометрическое описание бесконечного механического движения? Или иначе: Можно ли сформулировать аксиому о параллельных в динамической постановке?

Динамическая постановка осуществима в том случае, если удастся отобразить математически бесконечность механического движения в пространстве. Именно это качество – *движение, которое остается незавершенным на бесконечности, является основным свойством потенциальной бесконечности.* Это качество и должно быть отражено в динамической постановке. Но как выразить бесконечное движение в бесконечном пространстве, если математика не отличает качественно различные бесконечные пространства без определенных количественных величин и потому не может оперировать с ними. Положение кажется безвыходным. Однако выход из него имеется, и он подсказывается, например, необычной структурой древнерусских соизмерительных инструментов – саженей.

Древнерусские сажени имеют много особенностей, отсутствующих у других измерительных инструментов (подробнее в [23]). Одна из них – способ образования из сажени более мелких частей. Большинство известных инструментов делится при этом на несколько равных долей (метр, например, на десять дециметров или сто сантиметров, фут на двенадцать дюймов и т.д.). Сажени же делились методом раздвоения: сажень пополам – полсажени, полсажени пополам – четверть сажени или локоть, локоть пополам – пол-локтя или пядь и т.д. до вершка, на котором деление заканчивалось. Но могло бы и не заканчиваться, а продолжаться и далее в бесконечность, поскольку это деление невозможно завершить. Оно бесконечно. И получается, что отрезок, вроде бы имеющий конечную длину, оказывается в последовательном делении пополам бесконечным. Бесконечное «вложилось» в конечное. Но вложилось не как длина, а как нескончаемый процесс, переводя который в движение во времени, можно получить необходимую нам математическую модель бесконечного механического движения.

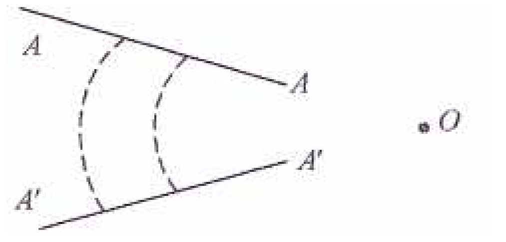
Если предположить, что от одного конца сажени к другому движется с постоянным замедлением точка таким образом, что в первую секунду она проходит полсажени, в следующую секунду – локоть, в третью пядь и т.д., то данная точка в своем движении в бесконечность не сможет достичь другого конца сажени за бесконечный промежуток времени. «Конечное» пространство для движущейся по закону минусового ускорения точки оказывается бесконечным.

Если теперь соединить две сажени одним концом под углом друг к другу и «пустить» с другого конца каждой сажени точки в движении к месту соединения по закону минусового ускорения, то эти точки никогда не сольются в одну. Воспользуемся этим обстоятельством и сформулируем динамическую аксиому о параллельных:

– ***Следы-прямые (АА и А′А′), образованные движущимися к единому центру из разных областей пространства точками и не достигающие этого центра за бесконечный промежуток времени, – параллельны*** (рис. 31)

В этой аксиоме предполагается, что прямые, образуемые движущимися точками, совместно стремятся к единому центру, который может находиться в любой точке пространства, но оставаться недостижимым, поскольку свойства напряженности (анизотропности) пространства изменяются и своим изменением замедляют их движение (точно так же, как это происходит в температурной сфере А. Пуанкаре). Каждый последующий шаг для них оказывается меньше предыдущего, и поэтому расстояние до центра *О* не может быть пройдено даже за бесконечный промежуток времени. То есть *эти движущиеся прямые никогда не встретятся, а значит − не пересекутся и, следовательно, они параллельны* (рис.31). *Геометрия, основанная на данной аксиоме, является неевклидовой динамической геометрией.*

Рис. 31.



Анизотропность пространства (возрастание плотности и напряженности пространства при движении к некоему плотностному центру) отображается в форме невидимых эквипотенциальных плотностных сфер вокруг точки-центра (на рис. 31 изображены пунктиром), и тела (точки) движутся к нему в «падении», оставляя след-траекторию с тождественной плотностной деформацией всех своих точек.

Динамически параллельные следы-прямые от движущихся к единому центру точек, с прекращением движения (с «замораживанием»), становятся двумя линиями в статике. При их продолжении, они пересекаются, и в статической геометрии образуется угол. Так начинается переход от динамической геометрии к статической, а анизотропное пространство превращается, при отсутствии в нем механического движения, в пространство изотропное – мыслимое.

Надо отметить, что до сих пор отсутствует четкое представление и о такой древней фигуре, как угол, о его образовании и измерении. Нам кажется, что наиболее точное представление об угле и его измерении изложено у А. Митрохина [6]. Он констатирует:

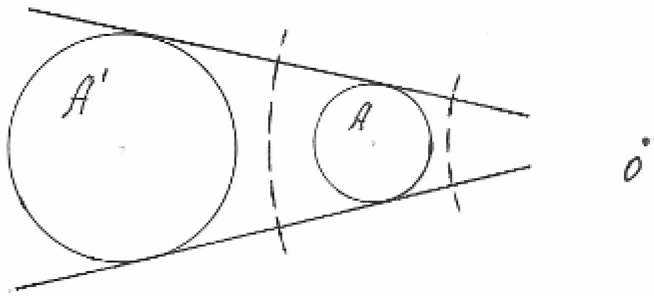
«*...образованию места пересечения предшествует наличие двух непараллельных линий или плоскостей, поэтому правильнее будет говорить не об измерении угла, а об измерении степени непараллельности, величины раскрытия или раствора линий и плоскостей. И далее: Сам угол не подлежит измерению, измерить можно только не параллельность, раскрытие (раствор) двух линий или плоскостей*».

Здесь, похоже, на интуитивном уровне констатируется то обстоятельство, что непараллельные линии, хотя и образуют угол, тем не менее, могут и не пересекаться и, следовательно, точка их «пересечения» может отсутствовать. Но это к слову.

Свойство анизотропии пространства, обусловливающее силовую деформацию падающим к плотностному центру телам-точкам в движение динамической параллельности, проявляет себя в статической геометрии в виде математической гомотетии. В этой геометрии гомотетия есть тождественное преобразование фигуры со сжатием к точке. Однако такое представление ошибочно. Оно постулативно предписывает бесконечному процессу движения фигуры вглубь превращение ее в конечную точку. Гомотетия в статической геометрии не математическое преобразование, а отображение реального механического движения, т.е. является элементом динамики. В динамической геометрии гомотетия предполагает определенное движение тела с минусовым ускорением (или замедлением скорости течения времени) к некоторому отсутствующему центру анизотропного пространства с тождественной плотностной силовой деформацией всех его точек (рис. 32). Отметим, что «силовая» деформация при движении к неявному центру и отображает в статической геометрии наличие формально подобных фигур (на рис. 32 проявление подобия показано окружностями).

Гомотетия же, как тождественное пропорционирование параметров тел при нескончаемом механическом движении, обусловливает существование инвариантного аппарата, который обеспечивает пропорционирование количественных отношений численных величин свойств в процессе перемещения тел по шкале гомотетической бесконечности. В этом случае точкой отсчета является положение тела в той системе, в которой оно сопоставлено плотностному телу.

Рис. 32.



Движение тела в плотностном пространстве с деформацией – основа динамической геометрии. Без деформации движение отсутствует. Деформация есть «выделение» системы из целого и превращение его в отдельное. Выделение может быть частичное и полное. Частичное выделение сопровождается переменой места в одной системе, полное выходом из одной системы и переходом в другую с гомотетической деформацией формы, либо с образованием новой системы и другой формы.

В материальном мире *гомотетия есть постоянное преобразование (самопульсация) всех элементов одной системы.* Самопульсация обусловливает орбитальную гомотетию тела и возвратно-поступательное движение по оси, соединяющей его центр с центром плотностного тела. Траекторию движения определяет как самопульсация, так и вынужденная пульсация (реакция деформации на волны пульсации других тел, планет, Солнца, центра Галактики и т.д.). А поскольку небесные тела движутся по орбитам геометрической формы, то данное возвратно – поступательное движение сопровождается образованием волнообразной траектории их полета [2].

Динамическая геометрия описывает реальные физические процессы и следует предполагать, что явление силовой «гомотетии» может наблюдаться, например, и в деформации планет Солнечной системе. Поскольку планеты движутся не строго по круговым траекториям, а по эллиптическим орбитам, то в афелии и перигелии этих орбит планеты должны иметь различную величину своего радиуса. Так расчетный радиус Земли в афелии должен превышать радиус в перигелии более чем на 200 км. Однако ни люди не ощущают, ни приборы не фиксируют столь значительные колебания размеров земного шара потому, что происходит тождественное сжатие или расширение всех молекул и атомов, образующих планету Земля. И эта тождественная деформация молекул изменяет показания всех приборов пропорционально общей деформации, нейтрализуя возможность их различения (именно так, как это происходит у Пуанкаре при описании температурных изменений). А еще потому, что современные ученые даже не предполагают и потому не верят в возможность столь значительной деформации планет. А раз не предполагают, то и не наблюдают, более того, когда наблюдают, не верят глазам своим, игнорируя даже результаты астрономических наблюдений. Похоже, что именно это обстоятельство отражено в последовательном определении размеров планеты Меркурий.

Меркурий наиболее близкая к Солнцу планета Солнечной системы имеет очень большой эксцентриситет своей орбиты. Поэтому разница в размерах планеты, находящейся в афелии и в перигелии, будет превышать тысячу км, около четверти диаметра. Естественно, что не засечь такую разницу ну просто невозможно, разве что если уж очень постараться. И тут на «помощь» астрономам приходит природа. Расположение Меркурия вблизи Солнца очень неудобно для наблюдения, да и максимальное время наблюдения составляет менее двух часов. К тому же в лучах либо восходящего, либо заходящего Солнца. Немало и других неблагоприятных факторов. Вот и получается, что лучше всего наблюдать планету в период ее нахождения в афелии, то есть в наибольшем удалении от Солнца, тогда, когда она имеет «неизменный» размер. И, похоже, астрономы только там ее и наблюдают. И все же эти наблюдения дают существенный разброс размеров радиуса планеты. Вот как это отображено в астрономическом ежегоднике:

1960 г.	2570 км,
1962 г.	2385 км,
1973 г.	2439 км,
1976 г.	2420 км,
2001 г.	2439 км.

Конечно разброс не очень значительный (все же постоянная точка наблюдения – афелий) но достаточный, чтобы задуматься, почему же это происходит, тем более, что в справочниках точность наблюдения дается ± 5 км, но не ± 50 же км. И хотя бы один раз попробовать определить, для уточнения, радиус Меркурия в перигелии. И прежде чем вернуться к геометрии, добавим, что в квантовой механике именно процесс гомотетии, сопровождающийся возрастанием энергии деформируемой элементарной частицы, обусловливает ее прохождение через потенциальный барьер.

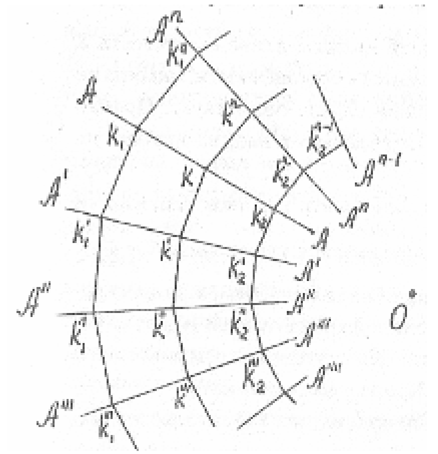
Отметим, что для динамической геометрии, похоже, становится неприменимым евклидово понятие "прямая линия", поскольку последняя может не проходить через две существующие точки. Вероятно, более подходит следующее определение прямой: *Прямая линия – след точки движущейся к другой точке по кратчайшему пути или перпендикулярно эквипотенциальной поверхности напряженности.* Евклидово определение понятия "точка" можно временно сохранить.

Рассмотрим, к каким последствиям приводит аксиома о параллельных в динамической постановке (рис. 31). Предположим, что из точки *A* к точке *O* движется с отрицательным ускорением тело-точка и за прошедшее неопределенное время она прошла расстояние *AA*, след-траектория которого есть прямая линия. Будем называть ее прямой. Одновременно из точки *A´* к тому же центру *O* и по тому же закону движется другое тело-точка. И эта точка прошла расстояние *A´A´*. Ее след-траектория тоже прямая линия или просто – прямая, как и след всех последующих точек. Прямые *AA* и *A´A´*, оставленные движущимися точками, по геометрии Евклида не являются параллельными. Но *в динамической геометрии они параллельны, поскольку никогда не в состоянии достичь центра O и, следовательно, пересечься в одной точке*. К тому же, в отличие от «прямых» Лобачевского и Римана, они действительно прямые.

Определим, какие зависимости возникают между движением этих прямых и элементами фигур, образуемых ими. Продолжим построение (рис. 33). Проведем дополнительные прямые *A'A'*, *A"A"* , ... A^nA^n так, чтобы по длине они оставались равными между собой, а расстояние между ними определялось отрезком, выходящим из некоторой точки *к* прямой *AA* до точки *k*′, лежащей на прямой *A'A'* под углом *Akk'* к прямой *A'A'* и равным ему углом *A'kk*′ прямой *AA*.

Следующую прямую проводим по тем же правилам из точки *k*′ прямой *A'A'* к точке *k"* прямой *A"A"*. И так до тех пор, пока отрезок, выходящий из точки k^n прямой A^nA^n, не замкнет построение ломаной линии прямой *AA*. Поскольку расстояние между прямыми одинаково, а углы в пересечении каждого отрезка с прямой равны, то замыкающий отрезок попадает в ту же точку k прямой AA, из которой вышел отрезок kk^n. Замкнутая ломаная $kk'k'' \ldots k^n$ образует равносторонний многоугольник.

Рис. 33.



В результате получаем на плоскости «частокол» прямых, имеющих своим стремлением недостижимый в бесконечности, а потому фиктивный, центр O. Все прямые в своем движении к недостижимому центру параллельны и по определению, и по структуре напряженности на поверхности плоскости. А основная особенность образовавшегося правильного многоугольника – дихотомия конечного и бесконечного в том, *что конечный периметр замыкает в себя площадь бесконечной величины*. Если теперь через центры отрезков, образующих стороны многоугольника kk', $k'k''$, $k''k'''$, ..., k^nk, провести новые прямые и соединить их отрезками по правилам, изложенным выше, то получим многоугольник с количеством сторон, превышающем количество первого в два раза. При продолжении этой операции бесчисленное число раз длина отрезков kk', $k'k''$,..., k^nk будет стремиться к минимуму, а углы Akk', $A'k'k$, $A'k'k''$,... устремятся к $\pi/2$, и в пределе многоугольник $kk'k'' \ldots k^n$ превратится в окружность на плоскости. *Плоскость окружности одновременно будет обладать свойствами евклидовой статической геометрии и содержать в своих границах площадь конечной величины, и свойствами неевклидовой геометрии и содержать в тех же границах площадь величины бесконечной*. Две несовместимые бытийно площади как бы налагаются друг на друга. (И здесь дихотомия конечного и бесконечного.)

В полном соответствии с геометрией Евклида длина окружности S обеих геометрий будет равна 2π радиан, а радиус одной будет конечен, другой же, напротив, будет стремиться к бесконечности, никогда не достигая центра O. У данной окружности центр отсутствует. *Прямая может исходить из какой-то точки окружности динамической* *геометрии или входить в нее, но никогда не может пройти бесконечность, то есть дойти до центра.* В то же время, по геометрии Евклида, центр у данной окружности имеется, длина радиуса конечна и определяется уравнением $R = S/2\pi$.

Получается, что одни и те же геометрические элементы можно одновременно мерить и жесткими стержнями (геометрия Евклида) и динамическими изменяемыми эталонами. А это означает, что между геометрией статической и динамической имеется определенная взаимосвязь. Попробуем ее отыскать.

Отложим от точки k вправо и влево (см. рис. 33) по отрезку kk_1 и kk_2 одинаковой длины в евклидовой мерности и, используя предыдущее правило построения, проведем через них еще две окружности $k_1'k_1''k_1'''... k_1^n$ и $k_2k_2'k_2''...k_2^n$. Естественно, что окружности k_1 и k_2 по отношению к окружности k будут описанной и вписанной. И это единственное, что общее в структуре, как для евклидовой, так и для неевклидовой геометрии.

Отличие начинается с того, что наружу от окружности k обе геометрии допускают проведение бессчетного числа окружностей на одинаковом расстоянии друг от друга. А внутри окружности k по геометрии Евклида, число таких окружностей ограничено, по динамической же геометрии – количество их неограниченно. Каждая окружность динамической геометрии – эквипотенциальная линия напряженности относительно точки O. И длина ее (или площадь) равна бесконечности одного ранга, т.е. они равны между собой. Это есть следствие гомотетии и аксиомы о динамических параллельных. Она может быть сформулировано следующим образом:

Дуги-хорды kk' , k_1k_1', пересекающие прямые АА и А′А′ под одним углом и на некотором расстоянии друг от друга, имеют одинаковую длину.

Это следствие – теорема требующая доказательства. В настоящей работе оно предлагается как аксиома. И на ее основе получается, что:

– В геометрии Евклида длина всех окружностей различна, в неевклидовой же одинакова. Линия окружности является прямой.

– В геометрии Евклида длина окружности непрерывна, а в неевклидовой – дискретна. Она состоит из бесчисленного множества одинаковых отрезков бесконечной длины.

– В статической геометрии радиус окружности – конечен. В динамической бесконечен.

– В статической геометрии взаимодействие между радиусом и окружностью отсутствует, в динамической наличествует.

– В статической геометрии радиусы и окружности не связаны со временем, в динамической такая связь имеется и т.д.

Таким образом, отсутствие одинаковых качеств у окружностей двух геометрий лишает нас возможности определения взаимосвязи между ними по качественным признакам и вынуждает использовать свойства несоизмеримых чисел (что вполне понятно, поскольку конечное и бесконечное несоизмеримы по определению). Возьмем, например, два евклидовых круга одинакового радиуса r и площадью S. Сложим площади вместе так, чтобы образовался новый круг в два раза большей площадью S' и определим, насколько радиус R нового круга больше радиуса r маленького круга. Площадь большого круга $S' = \pi R^2$, малого $S = \pi r^2$:

$\pi R^2 = 2r^2\pi \qquad R = r\sqrt{2} = 1{,}41421... \, r$.

Число $\sqrt{2}$, по Дедекинду – несоизмеримое иррациональное число. Символ особого способа распределения соизмеримых чисел. Однако, в динамической геометрии это символ связности, соизмеримости, а в данном случае – качественный коэффициент, обусловливающий изменение качества пространства при движении в нем двух линий к отдаленному центру. При коэффициенте связности, равном $\sqrt{2}$, две линии, движущиеся на плоскости к одному центру, всегда параллельны, или, что то же самое, никогда не пересекаются на бесконечности. При устремлении $\sqrt{2} \to 1$ соизмеримость бесконечности меняется, и при достижении 1 динамическая геометрия переходит в статическую геометрию Евклида на плоскости.

Определим, чему равно несоизмеримое число, описывающее пространство. Используем вышеприведенный метод построения окружности и при образовании сферы. Для этого проведем множество прямых A, параллельных AA не в плоскости, а в объеме, и получим «ежик» прямых, образующих объем и устремленных в одну точку на бесконечности. Пересечем их прямыми, исходящими из точки k_1, по ранее описанному методу. В результате построения получаем сферический многогранник, сходящийся при бесчисленном увеличении граней в правильную сферу, имеющую конечную площадь поверхности, но бесконечную длину радиуса.

Имеется и более простой способ построения сферы путем вращения образовавшегося круга вокруг прямой, например, AA которая поэтому как бы становится осью вращения, а при повороте на минимальные градусы в образовавшиеся элементы сферы «втыкаются» прямые, направленные к центру. Но при этом создается иллюзия, что образовавшаяся сфера имеет выделенную ось вращения, и ось эта – прямая *AA*, «проходящая» через центр сферы. В данной же сфере ни одна прямая, входящая в сферу и идущая к центру, до него не доходит и тем более его не проходит, а потому не может быть признана осью.

Любым из этих способов можно построить бесчисленное количество сфер как внутренних, так и внешних по отношению к базисной сфере k, объем каждой, из которых будет конечен по евклидовой геометрии и бесконечен по динамической. И если объем всех евклидовых сфер геометрически различен, то объем неевклидовых сфер физически равен друг другу, т.е. обладает тем же соотношением качеств, что и окружности.

Теперь, исходя из метричности евклидовых объемов сфер, определим величину коэффициента объемной связности (объемное число Дедекинда). Мысленно вычленим внутри одной сферы другую таким образом, чтобы объем вычлененной сферы V и объем сферы V_1 между поверхностями двух сфер были равны: $V = V_1$, тогда суммарный объем V_2 равен:

$$V_2 = 4/3\pi R^3 = V_1 + V = 2V = 8/3\pi r^3.$$

Определим, насколько радиус внешней сферы R превышает радиус внутренней r, $R^3 = 2r^3$.

Отсюда: $R = \sqrt[3]{2}\, r = 1{,}259921 \ldots r$. $k = 1{,}259921\ldots$.

Таким образом, коэффициент связности объема k (несоизмеримое число Дедекинда) равно: $k = \sqrt[3]{2} = 1{,}259921\ldots$. Это число, как и *коэффициент связности окружности, является иррациональным и обусловливает бесконечное движение динамических параллельных к центру сферы*.

Хотя коэффициент связности и является безразмерностной величиной, он качественно индивидуален для каждого свойства. Говоря словами Дедекинда, каждый коэффициент принадлежит своему и только своему рангу параметров, а потому для каждого из них необходима собственная числовая индексация.

Выводы:

Методы математического преобразования не применимы для описания движения геометрических фигур на бесконечность.

Аксиомы о параллельных неевклидовых геометрий, включающие возможность бесконечного движения прямых через точки, отображают не математическое преобразование, а механическое движение фигур.

Траектории-следы точек, движущихся с минусовым ускорением к единому центру и не достигающие его за бесконечный промежуток времени, не пересекаются и, следовательно, параллельны.

Наличие движущихся в бесконечность и неподвижных фигур в неевклидовых геометриях свидетельствует о том, что они описывают механическое движение и потому являются полудинамическими геометриями. В динамической геометрии все фигуры подвижны.

Статические и полудинамические геометрии являются производными элементами динамической геометрии.

Но математическому описанию движения всегда предшествует понимание процесса взаимодействия природных тел. Попробуем рассмотреть особенности тех движений, которые проявляются в неевклидовых геометриях при отображениях реальных природных движений.

2.8. Падение тел в плотностном пространстве

В настоящем разделе речь пойдет только об одной форме движения тел – их «свободном» падении в гравитационном пространстве и времени Солнечной системы, поскольку именно аналогичное падение напоминает след-траектория, оставляемая свободно движущейся точкой относительно другой в полудинамической геометрии. Поскольку всякое движение, по нашему представлению, возможно только в пространстве и во времени, а перемещение точки в геометрическом (реальном?) пространстве не сопровождается явным проявлением времени и, следовательно, не может считаться отображением движения, надо выяснить: Описывает ли траектория движения точки в динамической геометрии реальное движение тел? Проявляет ли себя время в динамической геометрии? И в какой форме? Изменяется ли скорость течения времени в пространстве или остается абсолютной, как это постулируется в классической механике?

Теперь, имея определение основной аксиомы динамической геометрии, рассмотрим, о чем свидетельствует невозможность как статической формулировки аксиомы о параллельных в геометриях Лобачевского и Римана, так и искривление «прямых», проходящих через точку. Проанализируем качественно, на примере (рис. 34), те факторы, которые обусловливают появление «прямых» – элементов геометрий Евклида, Лобачевского, Римана при движении двух тел к общему плотностному центру *О*.

Предположим, что плотностной центр *О* является телом (например, Солнцем), на которое под воздействием притяжения, падают в динамической параллельности своих траекторий два тела-точки *А* и *В* оставляя прямолинейные следы-линии. В своем движении к центру они перпендикулярны плотностным эквипотенциальным поверхностям напряженности гравитационного поля. В некоторой точке *А* движение тела *А* искусственным образом изменяют так, чтобы на участке *АД* оно двигалось в статической параллельности траектории движения тела *В*. Естественно, что на участке *АД* это тело движется под углом к плотностным эквипотенциальным поверхностям и для такого движения должно получать дополнительную энергию и потому двигаться с большим ускорением чем при свободном падении. В точке *Д* энергия, вызывающая ускоренное движение тела *А* статически параллельно телу *В*, прекратила свое воздействие и тело *А*, представленное самому себе, продолжило падение на центр О. Имея большую энергию движения тело *А* продолжает падение по одной из трех возможных траекторий (рис. 34):

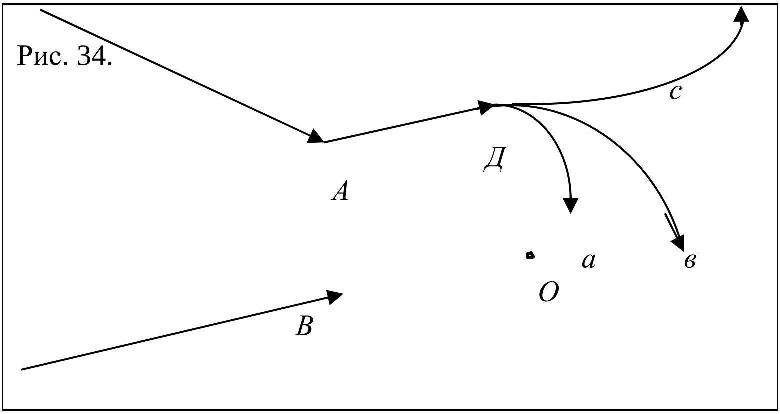
по траектории *а* – по параболе, приближаясь к новой форме динамической параллельности с траекторией тела *В*, с возможным бесконечным падением на центр О;

по траектории b – по эллипсу, огибая плотностной центр О и превращаясь в его спутник;

по траектории *с* – по гиперболе, «оттолкнувшись» от центра О и удаляясь от него на бесконечное расстояние.

Ориентируясь на рис. 34, можно полагать, что геометрия Лобачевского основывается на разработке элементов траектории *с*, а геометрия Римана на базе траекторий *а* и b. Все три фигуры хорошо изучены в статической геометрии. К тому же по эллиптической траектории движутся многие небесные тела и в частности – планеты.

Рис. 34.



Появление эллиптической траектории движения точки-тела с одной стороны свидетельствует о том, что статические геометрические фигуры есть остановленные в движении очертания фигур-траекторий динамической геометрии, а с другой вызывает вопрос: А не является ли траектория планет следствием движения небесных тел по законам динамической геометрии? Не является ли динамическая геометрия аналогом физической геометрии?

Выше уже отмечалось что, «свободное» движение точки в полудинамической геометрии несколько напоминает движение комет в околосолнечном пространстве, которое само по себе является падением, а след кометы (траектория) в пространстве также может описывать одну из трех конических сечений: гиперболу, параболу, эллипс. К тому же и планеты, и их спутники, и другие небесные тела имеют эллиптическую траекторию. Такую траекторию, которая, по идее Ньютона, образуется телом, совершающим в гравитационном поле одновременно два движения: горизонтальное – стремление по инерции «проскочить» мимо удерживающего его тела (для планет – Солнца) и вертикальное, падение на то же самое Солнце. Сложение инерционного и гравитационного воздействий «усмиряет» небесные тела и обусловливает им эллиптическую траекторию орбиты.

Законы эллиптического движения небесных тел были эмпирически открыты почти 400 лет назад Кеплером и до сих пор сохранили свое значение в астрономии. Нашему случаю, отображению движения тела–точки по эллиптической орбите, соответствует третий закон Кеплера, связывающий периоды обращения любых двух планет с большими полуосями – средними расстояниями их от Солнца. Закон утверждает:

«*Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца пропорциональны кубам их средних расстояний до него*».

$a^3/a_1^3 = T^2/T_1^2$. (2.6)

Очень существенно то обстоятельство, что в самом законе (2.6) ничего не упоминается о планетах. Они «принудительно привнесены» в закон как параметры орбит. В законе же T и T_1 – годовой период обращения некоторых тел по орбитам, где a и a_1 – большие полуоси орбит. Закон записан крайне неудачно, так как отображает безразмерностное отношение параметров различных систем и потому скрывает физическую сущность закона Кеплера. К тому же параметры эти непосредственно не связаны друг с другом. Годовое время вращения не имеет прямого отношения к среднему радиусу орбиты. Но то, что даже в такой формализации отмечается связь в параметрах движении всех планет, свидетельствует о глубинной взаимосвязи времени и пространства во всей Солнечной системе.

Поскольку большие и малые полупериоды орбит планет различаются между собой незначительно, то они, без значительных ошибок для расчета, могут считаться радиусами орбит соответственно равными R и R_1. Тогда уравнение (2.6) приведенное к системе одной планеты приобретет вид:

$R^3/T^2 = R_1^3/T_1^2 - const$. (2.7)

То есть *отношение куба радиуса орбиты одной планеты к квадрату ее периода вращения равно отношению куба радиуса орбиты другой планеты к квадрату периода ее вращения*.

Уравнение (2.7), в котором R соответствует (2.4), есть системный физический инвариант, связывающий два свойства одной области пространства Солнечной системы единой взаимозависимостью. *Инвариантность такого рода уравнений заключается в том, что изменение количественной величины любого из параметров, входящего в инвариант сопровождается пропорциональным изменением всех остальных параметров, но количественная величина инварианта –* const *при этом остается неизменной.*

Инвариантные системы отображают всеобщие, качественные и количественные взаимосвязи всех свойств физических тел и образуемых ими пространств. Они составляют математическую основу физической геометрии.

Это и определяет физическую сущность инварианта (2.7). Инвариант (2.7), приобретая физический смысл, и оказываясь одинаковым для всех планетарных орбит – *const*, тем не менее, образует ту же что и (2.6) пропорцию годового времени с радиусом орбиты, но другой численной величины. Найдем его по параметрам, например, земной орбиты: R = 1,496·10^{13} см, T = 3,156·10^7 сек. Количественная величина инварианта равна для всех планет солнечной системы:

$$R^3/T^2 = 3{,}362\cdot 10^{24}\ \text{см}^3/\text{с}^2 - const\,, \qquad (2.8)$$

доказывая тем самым как бы единство закономерности вращения всех планет и спутников Солнечной системы. И естественно, что к уравнениям (2.6) и (2.7) никаких претензий у специалистов математиков и астрономов не возникает. Но такие претензии появляются, если поставить вопросы: Корректно ли уравнение (2.7) астрономически (физически) поскольку прямая качественная взаимосвязь между временем T и радиусом R отсутствует? И не скрывается ли за ним изменение течения времени на различных расстояниях от Солнца?

Вопросы не возникают уже потому, что расчет по уравнению (2.7) всегда подтверждается главным критерием истины – экспериментом. В данном случае – наблюдением за движением планет. А поскольку выражаемые сомнения в справедливости уравнения (2.7) отображаются качественными факторами, которые «опущены» в современной физике, то надо полагать, что данное уравнение скрывает, в своей простенькой формализации, «мину» замедленного действия страшной разрушительной силы и для физики, и для астрономии. Попробуем разобраться, какие же обстоятельства обусловливают существование факторов, способных изменить представление о физической сущности третьего закона Кеплера и о постулируемой неизменной скорости течения времени.

Прежде всего, отметим, что уравнение (2.7) не нарушает ни одной аксиомы, ни одного математического принципа, и с этой стороны к нему претензии отсутствуют. Оно, как уже говорилось, подтверждено главным астрономическим критерием – экспериментом и потому математически верно. Но верно ли оно физически, ведь оно описывает не так называемые обезличенные, численные математические взаимосвязи, а качественные физические зависимости и должно отображать *равнозначные* качественно и количественно параметры системы, которую описывает. И, следовательно, его астрономическую корректность надо рассматривать исходя из принципов не математики, а физики. *Физически же в уравнении* (2.7) *задействованы не равнозначные, для одной системы, параметры. И, следовательно, правильный математически результат, даже подтвержденный эмпирически,* *может оказаться некорректным физически*. Разберемся в этом вопросе подробнее.

Два параметра T и R сведенные в уравнение (2.6) входят в систему уравнений двух различных инвариантов, описывающих различные системы. В одном вместо R фигурирует $S = 2\pi R$:

$$S^3/T^2 = const_1. \qquad (2.9)$$

Из инварианта (2.9) этой системы взят параметр T, а от другого инварианта:

$$R^3/T_{пр}^{\ 2} = const_2, \qquad (2.10)$$

параметр другой системы R. В результате получили тоже инвариант – третий закон Кеплера (2.6) составленный, однако не из параметров одной системы, и, следовательно, сомнительный для корректного использования в физике. Это обстоятельство, с одной стороны, обусловило получение физически некорректного уравнения (2.6), а с другой – скрыло от рассмотрения величину $T_{пр}$, очень важную для понимания третьего закона Кеплера (2.6). Данный параметр $T_{пр}$ мы назвали приведенным периодом времени (2.3). Он получается делением годового времени движения планеты по орбите на 2π:

$$T_{пр}. = T/2\pi \qquad (2.11)$$

Нам не удалось ни в одном учебнике по астрономии и физике, как и в другой научной литературе, обнаружить уравнение (2.11). Похоже потому, что оно не получило ни физического, ни астрономического объяснения. Понятие, приведенное время $T_{пр}$ в этих науках отсутствует. В современной науке самонеподвижных физических тел оно просто не нужно. Но образованный с этим параметром инвариант (2.10) не ограничивается только отношением куба радиуса R к квадрату непонятного приведенного времени $T_{пр}$. Его образуют и другие, хорошо известные и в физике и в астрономии параметры орбитальной скорости v и напряженности гравитационного поля g (ускорения свободного падения):

$$R^3/T_{пр}^{\ 2} = gR^2 = Rv^2 \ldots = const_2, \qquad (2.12)$$

Правые части (2.12) были известны еще Ньютону и использовались им для расчета скорости движения Луны и силы притяжения ее Землей. А вот инвариантная зависимость (2.10) – левая часть (2.12), до сих пор не обнаружена потому, что скрывалась за некорректной структурой третьего закона (2.6). И, следовательно, если считать случайностью появление приведенного времени $T_{пр}$ в инварианте (2.10), то такой же случайностью становятся правые части инвариантов (2.12). А без них ни физика не астрономия в настоящее время обойтись уже не могут. Инварианты (2.12) описывают еще не замеченную закономерность в строении Солнечной системы. Без выявления этой закономерности наше знание о ней останется неполным, а возможно, и некорректным. Так что же скрывается за параметром приведенного времени $T_{пр}$?

За параметром приведенного времени $T_{пр}$ скрывается годовой цикл пульсации Солнца в обусловленной расстоянием R области. Солнце, как и любое физическое тело, находится в эфире и пульсирует объемно, в нескольких гармониках. Пульсация, в виде сжатия и разряжения, распространяется от него, создавая эфирные волны. Последние проходят каждую область пространства за определенный для нее промежуток времени (см. рис. 1.) Этот промежуток времени и является приведенным временем движения волны $T_{пр}$ на расстоянии R от Солнца.

Инвариант (2.12) включает в себя не только R , v, g и $T_{пр}$. Он может образовываться со всеми параметрами-свойствами, которые имеются у тел и, следовательно, свойства, присущие пространству Солнечной системы, как телу, так же составляют пропорции системы инварианта (2.12). И поэтому ее всегда можно расширить с включением всех необходимых для изучения свойств. Например:

$R^3/T_{пр}{}^2=Rv\omega_{пр}=v^2g/\omega_{пр}{}^2=\boldsymbol{v^4/g=g^3T_{пр}{}^4=T_{пр}v^3}=\ldots=1{,}328\cdot10^{26}$см^3/с^2. (2.13)

где $\omega_{пр} = 1/T_{пр}$ – приведенная частота, такая же как в (2.5).

И *количество инвариантов, типа* (2.13) *с величиной* $1{,}328\cdot10^{26}$см^3/с^2, *которые следует назвать **кеплеровскими инвариантами**, неисчислимо.*

Аналогично (2.13) можно сформировать и для (2.9):

$S^3/T^2 = gS^2/2\pi = Sv^2 = v^2g/2\pi\omega = Tv^3$ … и т.д.– $const_1$ (2.14)

Естественно из уравнений (2.9) или (2.14) можно сформировать несколько аналогов (2.6):

$S^3/S_1{}^3 = T^2/T_1{}^2 = \ldots = const_1 = 8{,}339\cdot10^{26}$ см^3/с^2, (2.15)

И расписав его:

$8\pi^3R^3/8\pi^3R_1{}^3 = T^2/T_1{}^2$,

после сокращения $8\pi^3$, получить тождественную (2.6) форму записи третьего закона Кеплера. Математически в этом случае все безукоризненно. Но сокращение на $8\pi^3$ левой части меняет физический смысл уравнения (2.15) обусловливая ему получение другой количественной величины $const_1$:

$const \neq const_1$,

Количественно величина $const_1 = 8{,}339 \cdot 10^{26}$ см^3/с^2, на два порядка превышает $const = 3{,}362 \cdot 10^{24}$ см^3/с^2. Это достаточно показательный пример ошибочного использования метода сокращения в физических и математических операциях, результатом которого становится появления физически некорректных решений для одних и тех же параметров. Похоже, возможность возникновения математически корректных, но нарушающих системные взаимосвязи, физически недостоверных уравнений даже не рассматривается ни в физике, ни в математике. Но вернемся к инвариантам (2.13**)** и (2.14).

В инварианты (2.13) и (2.14) кроме R и T входят параметры, которые вроде бы, не могут образовывать пропорции типа третьего закона Кеплера (2.6) или (2.7) и по этой причине не рассматриваются:

$$v^2/v_1^2 = R/R_1, \tag{2.16}$$

$$v^4/v_1^4 = g/g_1, \tag{2.17}$$

$$T/T_1 = v^3/v_1^3 \quad \text{и т.д.,} \tag{2.18}$$

но, тем не менее, их образовывают (2.17)-(2.18). Они не востребованы ни в астрономии, ни в физике, не потому, что невозможны физически, а потому, что *отсутствует понимание их физической сущности*, как и сущности третьего закона Кеплера. Если, например, предположить, что инвариант (2.16) отображает пропорционирование скоростей на орбитах двух планет, то совершенно непонятно, а что же отображают инварианты (2.17) и (2.18)? Ведь они не включают ни планет, ни радиусов орбит, а только напряженности каких-то областей пространства, скорости несуществующих тел в этих областях и приведенное время в неизвестных пространствах.

В современной физике ответы на эти вопросы отсутствуют. И отсутствуют не случайно. Они – следствие постулирования в физике и астрономии пустого невещественного космического пространства и отсутствия у этого пространства физических свойств. Следствие отрицания вещественного космического пространства – эфира.

Постулируемое пустое пространство не имеет свойств и потому, исходя из постулируемой же пустоты, кеплеровские инварианты не имеют права на существование. Вот она главная причина непонимания физической сущности III закона Кеплера и отсутствия кеплеровских инвариантов – существование в физике понятия пустого космического пространства.

Наличие вещественного эфирного пространства, подобного по своим свойствам свойствам физических тел, заставляет совершенно иначе интерпретировать третий закон Кеплера и кеплеровские инварианты. ***Третий закон Кеплера***, *как и инварианты, отображает не только периоды обращения каких либо планет или других тел вокруг Солнца, но и* ***описывает количественную величину того или другого свойства в разных областях пространства Солнечной системы и показывает, что все физические свойства (включая время) в области этого телесного пространства изменяются пропорционально расстоянию до него***. А применительно к двум различным областям пространства могут быть интерпретированы как периоды обращения неких небесных тел вокруг Солнца. Но не как закон, а как частный вывод из закона инвариантного изменения пространственных свойств.

Кеплеровские инварианты применимы и для описания параметров околопланетных областей с использованием показателей самих планет. Так, например, инварианты, образуемые параметрами вблизи поверхности Земли, записываются аналогично системе (2.13):

$$g_2R_2^2=R_2v_2^2=MG=v_2^4/g^2=T_{пр2}v_2^3=Mv^4/F=R_2^2F/M=e^2/M\ldots=const_2 \quad (2.19)$$

Здесь M – масса планеты, G – гравитационная «постоянная», F – сила взаимодействия с эфирным пространством или с другими телами, e – заряд планеты.

Кеплеровские инварианты обусловливают возможность получение законов физики даже без вывода, простым приравниванием соответствующих из них. Так, например, получаем закон притяжения Ньютона:

$R_2^2F/M = M_1G; \qquad F = GMM_1/R_2^2,$

Или закон Кулона:

$R_2^2F/M = e^2/M; \qquad F = e^2/R_2^2$. И т.д.

И можно полагать, что именно *инвариантные взаимосвязи параметров лежат в основе всех физических уравнений.*

Фундаментальный вывод о пропорциональном изменении всех свойств любой области околосолнечного пространства следует уже из признания вещественности космического пространства. Его можно проверить для Солнечной системы на примере инварианта Tv^3 – $const_1$ (2.13), и определить изменяется ли и каким образом скорость течения времени, при «падении» (частный случай – движение планеты по орбите) тела в любой области Солнечной системы.

Понятно, что с приближением к Солнцу период T будет уменьшаться, поскольку орбитальная скорость движения планеты возрастает, а с удалением от нее увеличиваться. Однако, как постулируется в классической механике, само по себе течение времени в каждой точке пространства остается неизменным и, следовательно, промежутки течения времени в каждой области пространства равны между собой, и по нашему земному времени измеряются секундами. А это означает, что они не должны быть связаны в инварианте нелинейной зависимостью. До сих пор постулат постоянства скорости течения времени в пространстве остается основой любой механической или физической картины мира, поскольку отсутствуют способы его теоретической проверки.

Хотя сам по себе факт изменения скорости вращения планет с приближением к Солнцу тривиален, неизвестен его другой аспект: *пропорционально ли изменению скорости вращения планеты вокруг Солнца меняется скорость течения времени.* (Неизменна ли, как постулируется, скорость течения времени во всем пространстве Солнечной системы или она меняется от области к области?) *И движутся ли тела к Солнцу с возрастающим ускорением?* Последнее из наблюдений для всех настолько очевидно, что подобный вопрос кажется нонсенсом. Но наблюдаемое ускорение еще не является доказательством падения тел на Солнце с возрастанием скорости, поскольку нам неизвестно главное – изменяется или нет скорость течения времени в том пространстве, в котором тело приближается к Солнцу? Инвариантность уравнений (2.13), (2.14) свидетельствует о том, что скорость падения тел и скорость течения времени на орбите меняются нелинейно, и обусловливают возможность проведения теоретической проверки постулата о постоянстве течения времени в различных областях пространства.

Для проведения расчетов можно использовать комплекс инвариантов (2.13). Выберем условный шаг измерителя расстояния 12,5 млн. км по радиусу, а за точку начала отсчета примем расстояние от орбиты Земли, тогда $S = 9{,}4 \cdot 10^{13}$ см – длина орбиты, $v = 29{,}78 \cdot 10^{5}$ см/с – средняя скорость движения планеты по орбите, а $T = 3{,}156 \cdot 10^{7}$ с – годовое время движения. Расчет будем вести последовательно по инвариантам:

$$Sv^2 = 8{,}339 \cdot 10^{26}\ \text{см}^3/\text{с}^2 - const_1,$$

$$Tv^3 = 8{,}339 \cdot 10^{26}\ \text{см}^3/\text{с}^2 - const_1, \qquad (2.20)$$

и записывать результаты расчета в таблицу 1.

Таблица 1

S см 10^{11}	T сек 10^4	V см/с 10^5
1. 940,0	3156	29,78
2. 863,9	2782	31,06

3.	785,4	2410	32,58
4.	706,8	2058	34,34
5.	628,3	1725	36,42
6.	549,8	1412	38,94
7.	471,2	1120	42,06
8.	392,7	852,5	46,07
9.	314,2	609,9	51,51
10.	235,6	396,1	59,48
11.	157,1	215,7	72,84
12.	78,54	76,29	103,0
13.	6,283	1,725	364,2

Итоги оказались весьма неожиданными. Выяснилось, что, с приближением к поверхности Солнца, скорость течения времени в каждой области пространства, не является *const*. *Одновременно с возрастанием скорости падения тел, происходит замедление скорости течения времени в пространстве их движения*, и настолько значительное, что если скорость падения на отрезке 149 млн. км возросла на один порядок, то скорость течения времени на этом же отрезке пространства замедлилась более чем на два порядка. И, следовательно, в *процессе орбитального движения тел происходит не ускорение, а по мере их приближения к Солнечной поверхности фактическое значительно более быстрое замедление скорости падения тел в пространстве Солнечной системы*. Это и есть та самая мина замедленного действия, которая, если не удастся ее опровергнуть, способна перевернуть все сложившиеся представления о структуре космического пространства в целом, а Солнечной системы в частности. Именно ***изменяемость скорости течения времени, как и других свойств в различных областях пространства, и скрывал третий закон Кеплера***.

Вернемся к уравнению (2.20). Оно – инвариант, произведение параметров годового периода времени на куб средней скорости. Иначе говоря, перед нами уравнение кубической гиперболы, отображающее зависимость изменения орбитальной скорости движения планеты (или любого твердого тела на орбите) от скорости течения времени в той области пространства, в которой находится планета. Для анализа закономерности изменения скорости и времени «вырежем» из таблицы 1 промежуток траектории по длине радиуса от 16 млн. км до 1 млн. км, и рассмотрим подробнее связь структуры изменения расстояния до центра Солнца R, с возрастанием скорости «падения» тела v и замедления течения времени $T_{пр}$. Рассчитаем эти параметры с шагом 2 млн. км по инварианту (2.13):

$$T_{пр}\, v^3 - const,$$

и выпишем проявившуюся зависимость в таблицу 2.

Т**аблиц**а 2

1	2	3	4	5	6
V *см/с.*	$3{,}641 \cdot 10^7$:2 =	$1{,}820 \cdot 10^7$:2 =	$0{,}910 \cdot 10^7$: 2 =	$0{,}455 \cdot 10^7$: 2 =	... →
R *см.*	$1 \cdot 10^{11}$ x 4 =	$4 \cdot 10^{11}$ x 4 =	$16 \cdot 10^{11}$ x 4 =	$64 \cdot 10^{11}$ x 4 =	... →
T с.	$1{,}73 \cdot 10^4$ x 8 =	$1{,}38 \cdot 10^5$ x 8 =	$1{,}10^6 \cdot 106$ x 8 =	$8{,}83 \cdot 10^6$ x 8 =	... →

Вот здесь-то и обнаружится то, что не было заметно по таблице 1. Каждый из параметров изменяется с пошаговой кратностью, как бы квантованностью, равной:

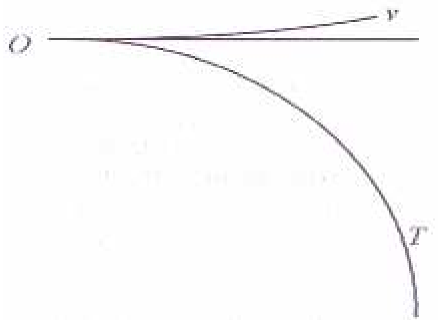
Для скорости падения – двум,

Для расстояния по радиусу (как и по орбите) – четырем,

Для времени падения – восьми.

Из нее следует, что возрастание скорости v падения тела на Солнце происходит в четыре раза медленнее, чем соответствующее замедление течения времени $T_{пр}$ на том же отрезке траектории. (Другими словами по мере приближения к Солнцу возрастающая плотность пространства, а вместе с ней и напряженность гравитационного поля g, вызывают соответствующее изменение скорости течения времени, что и отображает, например, инвариант $g^3 T^4 - const_1$.) Поэтому, по мере приближения к Солнцу время областей пространства, в котором движется тело, замедляется в каждой ее области на строго определенную количественную величину, а скорость его движения тоже возрастает на строго определенную, но другую количественную величину в той же области. Характер изменения скорости движения падающего тела и скорости течения времени хорошо отображен на графике (рис. 35.). И как видно из таблицы 2 и на графике замедление падения происходит намного быстрее, чем возрастание скорости тела. Поэтому в каждый последующий промежуток времени тело-планета, приближаясь к Солнцу, будет проходить путь по длине на строго определенную величину меньший, чем за предыдущий промежуток времени. Отсюда следует, что тело «упавшее» на Солнце, не сможет достичь его центра за бесконечный промежуток времени (если исходить из того, что Солнце является газовым шаром и не принимать во внимание сопротивления газа движению тела).

Рис. 35.



Как видно на графике, замедление времени T падения тела происходит намного быстрее возрастания скорости v тела. И *в каждый последующий промежуток времени тело − планета, приближаясь к Солнцу, проходит путь по длине меньший, чем за предыдущий промежуток времени. Следовательно, тело, "упавшее" на Солнце, не сможет достичь его центра за бесконечный промежуток времени.*

Повторимся:

Геометрическое пространство появляется только тогда, когда имеет место явное или неявное механическое движение фигур. В статических геометриях пространство отсутствует, поскольку отсутствует взаимодействие фигур с пространством.

Известно, что точка-тело, в движении которой вдоль прямой на бесконечности каждый последующий шаг оказывается меньше предыдущего, на строго нормированную величину, не сможет пройти ограниченный отрезок линии даже за бесконечный промежуток времени. Именно эта ситуация и наблюдается при рассмотрении процесса падения тел на Солнце по комплексу уравнений (2.13). Поскольку тела на Солнце могут падать с любой стороны и в своем падении замедляются на строго определенный отрезок расстояния, то ни один из них не в состоянии достичь его центра, а, следовательно, их траектория нигде не пересекаются.

Это обстоятельство, обусловленное движением падающих в пространстве тел, показывает, что аксиома о динамических параллельных не является аксиомой, а есть следствие третьего закона Кеплера. Есть *отображение теоретического вывода о том, что* ***тела падают на Солнце с отрицательным ускорением*** *(с замедлением).* И эта констатация могла появиться только после того, как удалось выяснить теоретически замедление скорости свободного падения тел по мере их приближения к Солнцу.

Выводы из анализа третьего закона Кеплера:

Движение точек-тел полудинамической геометрии по эллиптическим траекториям описывается третьим законом Кеплера.

Закон Кеплера не ограничивается констатацией равенства отношений квадратов периодов к кубам расстояний, а сопровождается системой инвариантов, отображающих изменение параметров тел и пространства при движении.

Согласно инвариантам Кеплера, скорость течения времени пространства по мере приближения к Солнцу замедляется, а падающие тела деформируются возрастающей напряженностью его гравиполя.

Можно полагать, что аппарат динамической геометрии является математическим инвариантным аппаратом физики.

2.9. Строение физического пространства

Известно, что проблема бесконечного включает дихотомию взаимосвязи двух пар категорий, с одной стороны, различие конечного и бесконечного, с другой – покоя и движения. Попарно существование противоположных категорий обусловливает различие в подходе к описательному отображению космических тел и структур. Это различие прежде всего относится к первичным понятиям: тело-точка, прямая-луч, плоскость, движение, время и т.д.

Простейшее тело в динамической геометрии можно представить как материальную сферу, бесконечную внутрь и отграниченную собственной поверхностью от окружающего пространства. Тело, как вещественное образование, формирует плотностную структуру и влияет на внешнее пространство в соответствии с энергетической напряженностью, создаваемой количественной величиной своих свойств.

Тело можно представить точкой только тогда, когда ее параметры и собственная напряженность несопоставимы по рангу с параметрами и напряженностью окружающего пространства и тел, образующих структуру данного пространства.

Линия или прямая есть условный след от движения точки (тела) в пространстве. И начало, и конец линии входят в поверхность «динамических» точек. Линия, на участке от поверхности одной точки-сферы до поверхности другой, имеет конечную длину.

Если эту же прямую продолжить за пределы поверхности конечных точек-сфер, внутрь их, то прямая станет иметь бесконечную длину, не отождествляемую ни с какими действительными числами.

Вернемся к бесконечной прямой на плоскости и точке N вне ее, через которую проводится прямая. Это плотностная точка и аналогичную плотностную функцию имеет ближайшая к *N* точка *M* на «бесконечной» прямой. Они взаимодействуя “создают” поле напряженности (штрихи на рис. 26), и для них, как уже говорилось, отсутствует прямая *AB* на которой находится *M*. Именно движение прямой через точку *N*, «сопровождаемое» неявным движением точки *M* вдоль прямой *AB* становится фактором определяющим истинную форму образуемых параллельных.

Образующий луч *Л* (рис. 26) в природе отсутствует. Он – фигурное отображение факта силового взаимодействия между центрами и соединяет плотностные точки, которые в своем движении, “выписывают” различные как плоские, так и объемные фигуры. Это как бы изменяемая ось греческой колесницы.

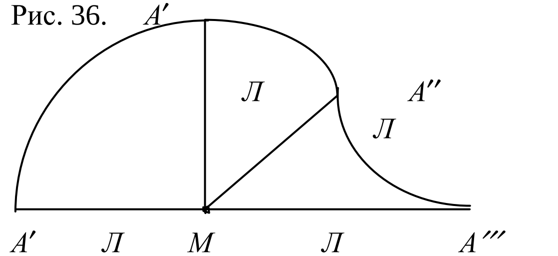
Неявное существование образующего луча создает возможность в статико-динамической геометрии обобщения геометрий Евклида, Лобачевского и Римана в одной и той же области пространства простым “замораживанием" отдельных линий (или всех). Последнее свидетельствует о том, что полудинамические и статические геометрии являются производными элементами динамической геометрии.

В пространственных полудинамических системах образующий луч Л всегда подвижен, и каждая его концевая точка в процессе движения описывает геометрическую фигуру, соответствующую уравнению движения и коэффициенту связности. Естественно, что в уравнении движения зашифрована и напряженность области концевых точек луча и пространства, в котором луч движется. (Везде предполагается, что след движения остается только от перемещения концевых точек.)

Основной способ движения образующего луча – собственное удлинение или сокращение (пульсация) с определенным периодом, сочетающийся с возможным вращением и некоторым пространственным перемещением, например в пространстве декартовых координат. Поэтому кривые (следы), плоскости и пространства всех геометрий, включая геометрии Евклида, Лобачевского и Римана, описываются образующим лучом, один конец которого может двигаться по линии или оставаться неподвижным, а другой, в движении, удлиняться или сокращаться. На рис. 36 показано, как, двигаясь на плоскости, образующий *AO* от точки *A* до точки *A'*, остается неизменным по длине и описывает дугу окружности полностью в соответствии с геометрией Евклида. В точке *A'* он в движении начинает укорачиваться и до точки

A'' движется по сферической кривой, описывая линию положительной кривизны в соответствии с геометрией Римана. В точке *A''* происходит следующий перелом и образующий на участке *A'' A'''* начинает описывать линию отрицательной кривизны по геометрии Лобачевского до точки *A'''*, после которой линия движения снова меняет «свою» геометрию и т.д. Переломные точки *A'*, *A''*, *A'''*, *A''''* имеют статическую для этой области величину луча, и потому луч в них может быть отнесен к геометрии Евклида. *Перелом есть изменение формального качества линии, процесс перехода от одной кривизны к другой.*

Рис. 36.



Оба конца луча могут совершать любые движения, описывать самые различные фигуры. Так, например, если конец луча, описывающий кривую *AA'A''A'''*... (см. рис. 36), замкнется при одновременном движении другого конца-точки *O* по прямой, то выписывается объемная фигура – профилированный цилиндр. Если же точка *O* будет двигаться по окружности, то вместо цилиндра получается тор того же профиля. Таким образом, возникновение искривления как «положительного», так и «отрицательного», связано с изменением длины луча, создающего это «искривление». Длина луча, в свою очередь, зависит от напряженности пространства в различных направлениях от точки, из которой он исходит. *Изменение напряженности не есть искривление поверхности и не приводит к нему, а вызывает изменение метричности.* И, следовательно, численной длины луча. Покажем это на примере (рис. 37). Пусть луч *AO*, исходящий из условной точки O, двигаясь по отрезку окружности *ABO*, начал удлиняться и в точке *A'* пересек прямую *A''O*. Продолжая дальнейшее движение, он пересек также прямую *OB''* – окончание дуги *AB*.

Дуга *AB* разделена прямыми на четыре равных отрезка *k*, *1*, *m*, *n*. Прямые, разделившие дугу, продолжены до пересечения эквипотенциальной линии *A'' B''* и также делят эту дугу на четыре равных отрезка *k''*, *l''*, *m''*, *n''*. В пространстве отрезки

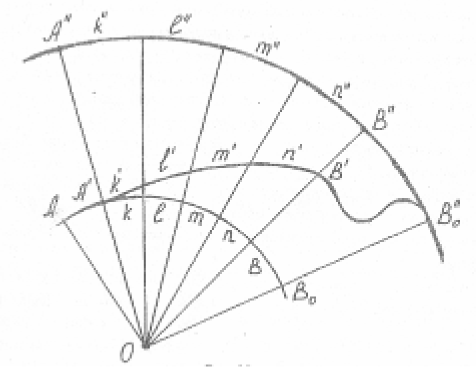
$k'' = k = l'' = 1 = m'' = m = n'' = n,$

как следствие пропорционального изменения напряженности от точки O к периферии поверхности. Поскольку пропорциональность напряженности сохраняется на всей поверхности, то отрезок $A'B'$ делится на четыре части k', l', m', n', так что:

$k' = l' = m' = n',$

хотя по евклидовой и римановой геометрии $k' \neq n'$.

Рис. 37.



Естественно также, что

$k = k' = k''; \ l = l' = l'';$
$m = m' = m''; \ n = n' = n''.$

То есть все отрезки физически равны между собой так, что отношение каждого из отрезков к длине соответствующего луча между эквипотенциальными дугами будет величиной постоянной. Именно это свойство напряженности пространства обусловливает образование пространственных ячеек – основных элементов динамической геометрии. Напряженность и изменение метричности (кривизна относительно статичности) – это те факторы, которые не учитывались в теории кривизны ни Гауссом, ни Риманом. Отметим, что, похоже, кривизны поверхностей, а тем более кривизны объемов в пространстве не существует. А поскольку геометрическое пространство отображает динамическую структуру реального мира, то эмпирическое подтверждение ее адекватности этому миру можно получить на поверхности Земли.

Приведем описание нескольких экспериментов, подтверждающих такую возможность. В долине вблизи гор можно построить горизонтальную мерную милю из идеального материала длиной в 3 км (с точностью до 1 см). Произвести геодезическую съемку этой мили и *перенести ее размеры теодолитом* на горное плато на высоту одного, а лучше 2 км, и там построить другую горизонтальную мерную милю той же длины. Современные геодезические приборы позволяют провести операцию переноса размеров на несколько десятков километров с точностью до 1-2 см. В соответствии с геометрией Евклида мили и в долине и на плато должны быть равной длины. Однако миля на плато на высоте 1 км будет на 47 см длиннее мили в долине, а на высоте 2 км – на 94 см.

Следует замерить милю в долине несколькими металлическими мерными линейками, проведя ими же в аналогичных условиях измерение мили на плато, убедиться, что она в точности, до ошибок измерения, равна миле в долине, а следовательно, мерные линейки изменили свою длину.

Другой эксперимент: на горе с горизонтальным плато на высоте 2 км выложить горизонтально из 40-50 стальных стержней длиной по 20-25 м (± 0,1 мм) единый стержень километровой длины. Отметки его концов перенести теодолитом в долину под горой, потом разобрать конструкцию, перебросить ее в долину и вновь собрать. Согласно геометрии Евклида собранная конструкция будет длиннее отметок на 32 см. Однако стержни при измерении метром окажутся в рамках отметок ± ошибка измерения.

Наконец можно просто провести геодезическими приборами измерение отрезка относительно горизонтальной поверхности в долине на длине 10 км и, замерив такую же длину, перенесенную на плато на высоту 2 км, убедиться с достаточно грубым приближением (± 25-30 см) в появлении при измерении отрезка почти трехметровой длины. (Можно предположить, что аналогичные нестыковки уже встречались картографам и геодезистам но не получали объяснения.)

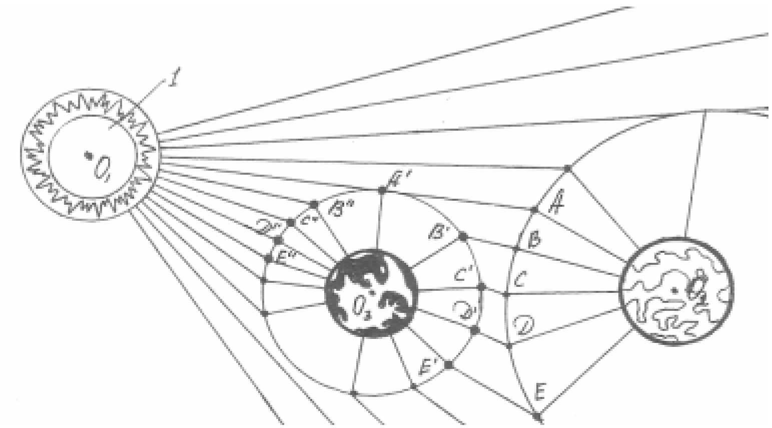
Рассмотрим в общих чертах структуру пространственной ячейки отграниченной нейтральными зонами. Пространственные первичные ячейки, соизмеримые по напряженности с напряженностью окружающего пространства, образуются ядрами по периметру своей нейтральной зоны. В настоящей работе напряженность схематически обозначается условной линией, как бы оставляемой ядром тела, взаимодействующего с пространством и другим телом. Эти линии по наглядности являются некоторым подобием фарадеевых силовых линий, а в геометрии это геодезические линии.

Прямые напряженности выходят из пространства одного ядра 1 (рис. 38) с фиктивным центром O_1 и входят в пространство другого ядра 2 с фиктивным центром O_2. Линии напряженности O_1AO_2, O_1BO_2, O_1CO_2..., соединяющие фиктивные центры, в пространстве параллельны. В точках A, B, C, D, ... они испытывают кажущееся преломление, обусловленное зоной единой минимальной напряженности –

нейтральной или эквипотенциальной зоной.

Ячейка, например, O_3 образуется только тогда, когда оба ядра имеют пространственную линию общей эквипотенциальной зоны (нейтральные зоны), как бы выделяющую их из окружающего про-

Рис. 38.

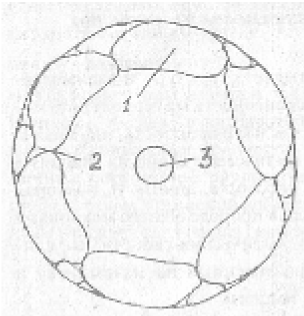


странства. Эти зоны образует для них единую систему, не позволяют ядрам покинуть ее. Именно ячейки обусловливают дискретность пространства одного ранга.

Первичные ячейки через нейтральные зоны взаимодействуют с окружающими ячейками и входят в состав ячеек несоизмеримого ранга. Общая структура пространства – иерархия равенства. В пространстве ячейки между ядром и нейтральной зоной могут существовать спутники ядра 3 с центром O_3. Между спутником и ядром также существует нейтральная зона $A'\ B'\ C' \ldots A''B''C''$, охватывающая спутник эллиптической сферой. Выходящие из центра O_1 линии входят в центр O_3 или замыкаются в нейтральной зоне. Радиус (статический) спутника определяется граничными условиями. Пространство ячейки, ядра и спутника всегда находятся в движении.

Ядро как элемент ячейки и самостоятельная система единой внутренней напряженности имеет сложную структуру, обусловленную материальностью самого образования. Оно включает несколько «скорлуп»-сателлитов 1 (рис. 39.), у которых нейтральная зона 2 каждой скорлупы находится либо внутри этой поверхности, либо у самой поверхности, что и удерживает их в единой системе.

Рис. 39.



Поэтому сферы сателлитов, взаимодействуя нейтральными зонами, образуют на своей внешней поверхности равновеликую напряженность, интегрированную уже как напряженность самого ядра. Пространство (рис. 39.) внутри скорлуп материально и имеет напряженность более высокого ранга, чем снаружи. В этом пространстве может находиться внутреннее вещественное ядро-керн 3. Его напряженность несоизмерима по рангу ни с напряженностью пространства ячейки, ни с напряженностью сателлитов. Она есть плотность другого ранга.

Выводы:

Геометрическое пространство появляется только тогда, когда имеет место явное или неявное механическое движение точек-тел. В статических геометриях пространство отсутствует, поскольку отсутствует взаимодействие фигур с пространством.

Уравнения, описывающие движущиеся в пространстве точки, “создают” между ними неявную зону изменяемой плотности (аналогию анизотропного пространства).

Движущиеся в пространстве на бесконечность точки “взаимодействуют” между собой по прямой – образующей.

2.10. Свойства пространственных систем

Рассмотрим, что неявно происходит с пространством при возникновении в нем *тел*, отображаемых элементами динамической геометрии. Возьмем чистый лист бумаги и предположим, что этот лист есть некоторая плоскость, однородная и изотропная в обоих направлениях, а, следовательно, на пространстве листа мы не замечаем никакой структуры и внутренней напряженности. Эта поверхность может быть названа бесформенной, хаотичной, или поверхностью одного ранга. Структура этого ранга и его ячейки нами не фиксируются.

Поставим в любом месте листа точку. Точка на листе никакой роли не играет, структуры не создает, и как бы не возникает напряженности различной плотности на всей поверхности. Но хаос уже исчез, точка становится центром образования нового пространства, центром структуризации и изменения его качеств, центром другого ранга. И не существенно, пространство ли это листа или пространство космоса, в котором имеется тело. Существенно в подходе к явлению, к его формализации – другое. Образует ли точка пространство актуальной бесконечности или бесконечности потенциальной? Именно одна из сторон двойственности обусловливает процесс понимания формализации элементов различных пространств по мере их воссоздания на листе.

Точка, как и другие элементы в пространстве потенциальной бесконечности (или в объеме), не равнозначна другим, не видимым на листе точкам, и уже создает (даже если это не отражают условия задачи) в окружающем пространстве некоторую напряженность, определяемую изменением метричности пространства. Именно метричность есть агент, отображающий распространение плотности напряженности от точки в пространстве. При этом на бесконечности одного ранга плотность убывает от точки до нуля. (Нулевая плотность напряженности равна напряженности, создаваемой телами нижнего ранга и потому не равна 0.) Поскольку значимость точки определяется ее рангом и рангом пространства, то ранги определяют также изменение метричности.

Если на плоскости (в пространстве) имеется две или несколько точек, то напряженность между ними определяется рангом точек. Поскольку в задачах чаще всего задается одинаковый ранг, то плотность напряженности между точками становится неоднозначной. Но между ними всегда имеется зона одинаковой плотности напряженности – нейтральная зона. Структура всех напряженностей между точками определяется именно характером и местом нейтральных зон. В плоскости (как и в объеме) актуальной бесконечности напряженность отсутствует, а, следовательно, может отсутствовать и метричность (что и наблюдается в проективной геометрии). Если же она как бы присутствует, то неизменна величиной по всей плоскости (по всему объему), и точка, как и другие фигуры в этом пространстве, на пространство никакого влияния не оказывает.

Поставим еще одну точку. Структуризация возросла. Между точками по различным критериям может быть найдена активная область или нейтральная зона, разделяющая как их, так и плоскость листа. Или они могут быть соединены одной линией, которая делит лист уже на две иные, чем нейтральная линия, части, создавая иные пространства по обе ее стороны.

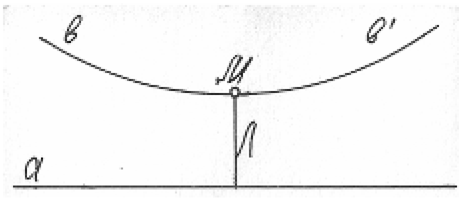
Соединим точки линией и в одном из образовавшихся пространств, в стороне от линии поставим точку, создав тем самым все необходимые предпосылки для формулирования или пятой аксиомы Евклида или основной аксиомы динамики пространства. Все имеющиеся на плоскости элементы равнозначны или, по современной артикуляции, равноправны, и только движение определяет их принадлежность к динамике. Если теперь со стороны прямой, восстановив до точки *M* образующий луч, двигать его неизменным по длине вдоль прямой, то точка, в которую он вошел, будет оставлять след евклидовой прямой, параллельной базовой. И это будет продолжаться бесконечно, если... если мы не последуем за Дезаргом. Дезарг, исходя из кажущегося пересечения в перспективе параллельных в одной точке, предложил считать пересечения проекциями «бесконечно удаленных» точек, равноправными со всеми остальными элементами. Так в проективную геометрию вошли «несобственные (бесконечно удаленные) точки» и «несобственные плоскости» – плоскости, на которых лежат эти точки.

Введение «несобственных» точек и плоскостей нарушило равнозначность элементов геометрии, было первым качественным отображением на плоскости факторов напряженности пространства и свидетельствовало о другом ранге несобственных точек. Однако нарушения равнозначности элементов обнаружено не было, и не потому, что оно отсутствует, а потому, что и обычным, и несобственным точкам и площадям постулировали равноправие. Это постулирование равноправия обусловило полную статичность проективной геометрии, снивилировало напряженности, привело к тому, что все прямые одной плоскости Дезарга всегда пересекаются на бесконечности. Таким образом, вопрос о различной напряженности у точек и линий на плоскости даже не возник. Развитие получили аксиомы статической геометрии.

Если, для примера, представить движение колес паровоза по рельсам в обычном пространстве несобственной (потенциальной бесконечности), то мы увидим, как бы следуя за ним неизменными, что рельсы сначала будут параллельными (расстояние между ними – образующий луч, остается неизменным). Затем под воздействием возрастающей напряженности несобственного пространства рельсы как бы начнут сходиться (образующий луч будет уменьшаться и, соответственно паровоз тоже). И, подойдя к несобственной точке, луч станет по «длине» меньше ее. Пройдя поверхность сферы-точки, т.е. проникнув в объем другого ранга, луч продолжает уменьшаться и, миновав центр (но не через него), начинает возрастать до противоположной поверхности сферы. Поскольку напряженность поверхности вокруг точки сферически симметрична (в предположении, что точка находится вдали от других точек), по выходу из несобственной точки луч начнет расширяться, а рельсы, следовательно, расходиться под тем же самым углом, под которым они сходились. В результате возникнет полная иллюзия того, что в несобственной точке произошло пересечение рельсов. На самом деле, на всем протяжении движения к точке, сквозь нее и за ней рельсы оставались параллельными. Менялась же напряженность несобственного пространства и несобственной точки в полном соответствии с динамикой пространства, что и создавало иллюзию схождения и расхождения рельсов. (Их пересечения в одной точке.)

Вторично неявная напряженность геометрической поверхности проявила себя в геометриях Лобачевского и Римана. Это станет особенно заметно, если луч *Л*, входящий в точку *М* из прямой *а*, начинает двигаться вместе с точкой *М* на бесконечность, например в правую сторону (рис. 40.). Причем граничные условия аксиомы запрещают точке приближение к прямой *а*, а лучу – сокращаться по длине, но не запрещают точке *М* удаляться, а лучу *Л* удлиняться (своего рода пространственное отталкивание). Поэтому по мере движения точка начинает отклоняться от прямой – ветвь *в*′. Если же луч *Л* вместе с точкой будет двигаться в левую сторону, то получим аналогичное отклонение от прямой *а*, – ветвь *в*. Фигура, образуемая обеими ветвями как бы единой прямой *в*, окажется не эквидистантой, а некоторой седловиной.

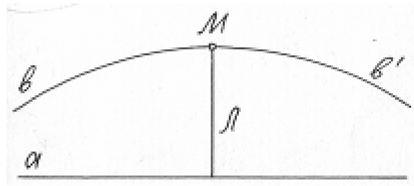
Рис. 40.



В этом построении начинает проявляться физический смысл движения, и точка *М* замыкает на себя две самостоятельные ветви прямой *в*, разрывая ее и имея статус несобственной точки (точки одного ранга с прямой). Отсюда также следует, что *пространство, в котором двигаются «прямые», анизотропно. А потому луч Л, двигаясь от точки в любую из сторон, будет изменять свою длину пропорционально изменению напряженности пространства и движущейся точки.* И также пропорционально этой напряженности будет меняться метричность отрезков по длине прямой *вМв′*.

Если же граничные условия (по Риману) препятствуют отклонению ветвей *в* и *в′* от прямой *а,* при движении в обе стороны от точки *М,* то ветви *в* и *в*', перемещаясь на бесконечность, будут приближаться к прямой *а* (рис. 41.). Таким образом, граничные условия не позволяют образующему лучу в движении удлиняться, оставляя ему возможность сокращения. И в этих условиях луч *Л* выписывает подобие эллиптической кривой (своего рода пространственное притяжение). Однако конечные точки ветвей *в* и *в′*, имеющие ранг прямой, никогда не пересекут прямую *а*. И кривая *вМв′* никогда не будет иметь общей точки с прямой *а*. Она не замкнута.

Рис. 41.



Подобие линии *вМв′* эллиптической кривой послужило основанием для наречения римановой геометрии сферической. Оно завуалировало и существование напряженности пространства, и *разрыв кривой в точке М.* Сферическая поверхность, образованная данной кривой при вращении ее вокруг *а,* как уже говорилось, не может считаться истинной сферой. И потому, что след точки *М* несет в себе момент нестыковки ветвей *в* и *в′*. И потому, что эта "сфера" оказывается незамкнутой с линией *а*. И потому, что внутри "сферы" остается элемент образующей ее структуры – прямая *а*.

Напряженность, выражаемая элементами геометрии в виде неравноправных, несобственных точек и линий, по-видимому, снимается введением в геометрию понятия абсолюта – такой геометрической фигуры, которая остается неизменной при любых преобразованиях данной подгруппы. Следовательно, абсолютом считается элемент, ранг собственной напряженности которого выше остальных элементов данной плоскости. И все преобразования, изменяющие форму остальных элементов (и их напряженность), не в состоянии изменить напряженность абсолюта.

Таким образом, понятие абсолюта окончательно закрыло в геометрии все направления возможного описания реального мира в терминах напряженности, движения, взаимодействия. Геометрия превратилась в чисто статическое описание только одной актуальной бесконечности.

Попробуем в самой эскизной форме резюмировать некоторые первичные понятия и свойства элементов динамического пространства. Прежде всего, отметим важнейшую роль познания потенциальной бесконечности. *Бесконечность как понятие – высшая форма абстрагирования. Представление об осуществимости абстрактного движения в бесконечность приводит к противоречию с проявлением неопределенности и недостижимости в отдалении от нашего сознания. Движение в бесконечность оказывается абстракцией, связанной с возможностями качественного изменения дискретного пространства с переходом от пространства одного ранга к пространству другого ранга*. Именно ранжирование бесконечностей по уровням определяет соизмеримость или несоизмеримость пространственных образований или отрезков прямых.

Иерархическая равнозначность ранговых структур по их положению и естественное взаимодействие при движении определяет дискретность и непрерывность образуемого ячейками пространства плоскости или объема. Ячеистое поле пространства само для себя и для своего ранга дискретно, а для верхнего ранга непрерывно и носит полевой характер. *Динамическое пространство всегда не пусто*.

Естественный *смысл бесконечности заключается в ее количественной и качественной незавершенности. Это выражается, в частности, через изменение метричности в сопоставлении с метричностью статической геометрии. Каждый последующий шаг всегда отличен от предыдущего качественно и количественно*.

Как только вводится понятие бесконечного пространства, и элементы геометрических фигур устремляются в бесконечность (пятая аксиома в формулировке Евклида), тем самым *вводятся новые, ей не присущие качества* и в статическую геометрию (движение, недостижимость бесконечности, неопределенность, время, взаимодействие и т.д.). И эти качества коренным образом изменяют поведение геометрических элементов и пространства, которое описывается ими. Эти *качества приводят к взаимосвязи всех элементов движения и геометрическая статическая общность точек, отрезков, плоскостей,* *объемов сразу наполняется физическим содержанием и становится разделом физики, системной общностью. Общностью, в которой ни одна точка, ни одна фигура, ни в одном месте пространства не обладает истинной самостоятельностью, оставаясь в то же время равновеликой по значимости и взаимодействию со всеми фигурами и пространством. И всякое ее движение в любом направлении этого пространства будет сопровождаться изменением ее геометрических (статических) параметров пропорционально напряженности самого пространства. Однако динамические (физические) параметры этой общности останутся неизменными.* И эти качественные противоречия изменяемости и неизменности параметров в статическом и динамическом состояниях тоже неявно заложены в аксиому о параллельных.

Перенос отрезков или фигур параллельно своему положению вдоль замкнутого контура вызывает их постоянное самотождественное изменение, но в результате обхода контура конечная фигура совпадет с первичной фигурой. В пространстве отсутствуют малые поверхности и объемы (относительно измерителя), и перенос фигуры или мерного инструмента из одного пространства в другое вызывает изменение длины мерных инструментов (относительно статики) пропорционально напряженности внешнего поля данного пространства. Сумма же углов треугольника и на поверхности сферы, и в объеме всегда равна 2π.

Отличительная особенность динамического пространства является детерминизм последовательного изменения фигур. Именно каузальность порядка причина-следствие определяется коэффициентом связности и золотым многообразием.

Рассмотрим основные фигуры пространства. Все материальные образования одного ранга, кроме продуктов катастроф, стремятся приобрести форму сферы. Сферы одного пространства обладают следующими качествами:

– все сферы, построенные вокруг отсутствующего единого центра, по объему равны между собой. Их эквипотенциальная поверхность состоит из бесчисленного количества ячеек, а радиус имеет бесконечную длину;

– каждый отрезок исходит из точки и входит в другую точку. Однако их можно продолжить по прямолинейной поверхности сферы до исходящего отрезка и считать непрерывными;

– все окружности, построенные на сфере, по длине равны;

– сферы всегда ядра и на плоскости и в пространстве различаются по рангу. Сферы более «низкого» ранга могут считаться точками. *Точка – это всегда материальная сфера, не имеющая центра.*

Точка – ядро, структура которого несоизмерима по рангу с пространством, в котором она находится, и влияющая на него. Внешняя поверхность отграничивает ее от пространства. Точка всегда бесконечна вглубь. Точка на прямой или в пространстве и луч из нее – это отделение соизмеримой области пространства (внешняя часть образующегося луча) от несоизмеримой (части, устремленной к центру точки).

Все точки одного ранга неравнозначны по количественным величинам всех качеств и в первую очередь по напряженности. Поэтому метрика координатных осей с центром в любой окрестности точки, кроме ядра, будет различной (относительно статического эталонного метра).

Ячейка (две или более) – взаимосвязанные напряженностью собственного поля сферические структуры (ядра), несоизмеримые по размерам с расстояниями между ними, входящие в единую внешнюю эквипотенциальную, нейтральную зону. Все пространство – «пена» взаимосвязанных первичных ячеек.

Линия (прямая) – абстракция – последовательность расположенных в одном направлении несоизмеримых с пространством ячеек. Линия всегда дискретна. Дискретность обусловлена наличием бесконечных (вглубь) точек на ней. Непрерывной она может быть только мысленно.

Поверхность (плоскость) – многообразие распространяющихся в двух направлениях дискретных ячеек.

Объем – область, образованная состоянием взаимосвязанных ячеек, отграниченная от других областей своей нейтральной зоной. Существование нейтральных зон определенной напряженности обусловливает свойства каждого из тел.

Глава III.

Золотые пропорции геометрии

3.1. Арифметика рядов Фибоначчи

Изучая размножение кроликов, итальянский математик Леонардо Пизано (по прозвищу Фибоначчи) с удивлением обнаружил, что оно происходит не хаотичным образом. Оно создает удивительный порядок чисел, последовательное сложение которых (начиная с двух наименьших чисел натурального ряда 1 и 1, или 1 и 2) выводит образовавшуюся бесконечную последовательность на такое отношение двух соседних чисел, которое стремится к золотому числу и тем ближе, чем это отношение дальше от начала ряда [24]. Приведем начало ряда:

Ряд 1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	..	18	19	20	21
1	2	3	5	8	13	21	34	55	**89**	**144**	…	4181	6765	**10946**	**17711**

Если теперь делить, например десятое число на одиннадцатое, то в результате получаем:

$$55 : 89 = 0{,}617977528,$$

что только на $5{,}646 \cdot 10^{-5}$ меньше золотого числа $1/\Phi = 0{,}618033988\ldots$. Если же разделить одиннадцатое число на десятое имеем:

$$89 : 55 = 1{,}618181818,$$

что на $1{,}478295 \cdot 10^{-4}$ больше золотого числа $\Phi = 1{,}618033988$, то есть результат равен золотому числу по четырем знакам, чего достаточно для большинства практических целей. Результат же от деления, например двадцать первого числа на двадцатое дает точность золотого числа

$$17711 : 10946 = 1{,}618033985,$$

до девятого знака, т.е. такую точность, которая не нужна в практике.

Аналогичный ряд был получен математиком Люка, только у него первые два числа равнялись 1 и 3. Посмотрим, на примере тех же членов ряда Люка, как они приближаются к золотому числу (ряд 2).

Ряд 2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	..	19	20	21	22
1	3	4	7	11	18	29	47	76	**123**	**199**	…	9349	15126	**24475**	**39601**

Делим десятое число на одиннадцатое и получаем:

123 : 199 = 0,61809045,

истинное значение – $Ф$ = 0,61803399…

Делим одиннадцатое число на десятое:

199 : 123 = 1,617886179, истинное значение – $Ф$ = 1,61803399…, то есть те же четыре знака точности. Делим двадцать первое число на двадцатое:

39601 : 24475 = 1,618018386.

Приближение к золотому числу чисел Люка происходит несколько медленнее, чем ряда Фибоначчи, но и этого для практических целей достаточно. Отметим, что приближение это начинается с двух величин, одна из которых больше $Ф$, а другая меньше ее, и идет с чередованием как со стороны, превышающей $Ф$ так и от величин, меньших $Ф$. Отметим это очень важное обстоятельство для понимания рядов.

Теперь посмотрим, что происходит с любыми двумя случайными числами “построенными” в ряд, аналогичный ряду Фибоначчи, например, с числом 7 и большим по числовой значимости числом 16 (ряд 3).

Ряд 3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	…
7	16	23	39	62	101	163	264	427	**691**	**1118**	…
…	19	20	21	22							
…	52523	**84984**	**137507**	222491							

И проделаем те же расчеты, которые производились ранее. Делим десятое число на одиннадцатое, а потом одиннадцатое на десятое:

691 :1118 = 0,6180679,

1118 : 691 = 1,6179450,

и двадцать первое на двадцатое:

137507 : 84984 = 1,618033983,

получаем результаты аналогичные ранее проведенным расчетам и с примерно той же точностью.

Попробуем произвести еще один расчет. Сведем в один ряд маленькое дробное число и большое, например, 0,25 и 844,05 (ряд 4).

Ряд 4.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,25	844,05	844,3	1688,35	2532,65	4221	6753,65	10974,6	17728,	**28702,9**
11	…		19	20		21	22	…	
46431,2	…		2181424	3529619		**5711043**	**9240662**	…	

И еще раз проделаем расчеты с числами из тех же столбцов:

28702,95 : 46431,25 = 0,61818172,

46431,25 : 28702,95 = 1,61747315,

и делением двадцать первого числа на двадцатое:

9240662 : 5711043 = 1,618034044.

Примерно те же точности, что и в предыдущих примерах, а это означает, что *ряды типа Фибоначчи и Люка появляются не только при использовании первых трех чисел натурального ряда, но и при употреблении двух любых арифметических величин*. И, похоже, во всех случаях на одиннадцатой операции сложения пропорция из двух соседних чисел будет обусловливать получение золотого числа с точностью до четвертого знака.

Продолжим рассмотрение ряда Фибоначчи, например, с восемнадцатого числа и попробуем понять, к чему стремятся получаемые члены ряда. Заполним ряд 5-й.

Ряд 5.

18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
4181	6765	10946	**17711**	28657	46368	75025	**121393**	196418	317811	514429

Разделим все члены пятого ряда на какое-то число из них, например, на двадцать пятое и полученный результат запишем в шестой ряд.

Ряд 6.

18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
0,034	0,0557	0,0902	0,146	0,236	0,382	0,61803	**1,000**	1,61803	2,6180	4,2360

Выясняется, что члены ряда Фибоначчи, начиная примерно с 12 слагаемого представляют собой геометрическую прогрессию, основанием которой является золотое число *Ф*, умноженное на некоторый коэффициент, которым может оказаться любое слагаемое ряда (например, двадцать первое 17711 или двадцать пятое **121393** в ряду 5 и т.д.). В результате деления членов ряда 5 на 121393 были найдены и занесены в 6 ряд золотые числа греческого ряда, которые получаются в настоящее время последовательным делением единицы на *Ф* (нисходящий ряд) и последовательным умножением единицы на *Ф* (восходящий ряд). Из ряда 6 следует, что все ряды геометрической прогрессии в неявной форме включают золотое число *Ф*, никогда не начинаются с некоторого числа и бесконечны как в сторону восхождения, так и в сторону нисхождения. Центром же их является базисная **1**. Однако ряды типа Фибоначчи имеют началом “случайные” величины и *только на одиннадцатой операции сложения начинают изменять свое первоначальное качество, переходя с ряда слагаемых в геометрическую прогрессию, создавая тем самым новое качество – геометрическую прогрессию*.

И можно полагать, что физическая сущность рядов Фибоначчи заключается в некотором моменте различия между исходными величинами слагаемых, и это различие прослеживается на протяжении всего процесса суммирования в виде бесконечного стремления изначально суммируемых чисел к золотому числу *Ф*.

Однако вернемся к рядам. Несколько позже другой ученый, французский математик Б. Паскаль, изучая процесс деления клетки, обнаружил, что оно происходит путем раздвоения материнской клетки, а каждая последующая клетка тоже делится пополам, образуя геометрическую прогрессию. В симметричном же построении цифр столбцом друг под другом, проявляется что-то подобное треугольнику: 1; 2; 4; 8; 16; … и т.д. Процесс получения геометрической прогрессии с цифры два был назван “треугольником Паскаля”. Интересно и очень значительно то, что именно этим способом разделяются на меньшие отрезки древнерусские соизмерительные инструменты – сажени. (Сажень, полсажени, четверть сажени – локоть, одна восьмая –

пядь, одна шестнадцатая – пясть и последний отрезок, одна тридцать вторая – вершок). Архитектор А. Пилецкий [25] использовал систему удвоения и раздвоения русских саженей для построения в единой системе чисел нескольких рядов Фибоначчи. Т.е. сдвоил ряд Фибоначчи, изменив его качество и получив уже не один ряд, а как минимум два взаимосвязанных ряда, числа, которых стали таблицей. Поэтому два и более ряда типа Фибоначчи можно назвать рядом Пилецкого. Построим таблицу 3 по его методу.

В этой таблице 3 третий снизу ряд чисел – Фибоначчи (отмечен полужирным шрифтом). Из него следует, что он начинается одной единицей, а не двумя, как сегодня принято. Все члены поля получаются по рядам последовательным сложением двух соседних чисел, т.е. методом Фибоначчи, а столбцы – удвоением каждого нижнего числа, т.е. методом Паскаля. В результате все числа таблицы

Таблица 3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
8	16	24	40	64	104	168	272	440	712	…
4	8	12	20	32	52	84	136	220	356	…
2	4	6	10	16	26	42	68	110	178	…
1	**2**	**3**	**5**	**8**	**13**	**21**	**34**	**55**	**89**	**…**
0,5	1	1,5	2,5	4	6,5	10,5	17	27,5	22,5	…
0,25	0,5	0,75	1,25	2	3,25	5,25	8,5	13,25	22,25	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

оказываются связанными между собой коэффициентами и по горизонтали (по строкам) и по вертикали (по столбцам), и по диагоналям. Эта связь, которая ощущается в начале таблицы достаточно зыбко, все “упрочняется” по мере возрастания чисел и, наконец, превращает таблицу в матрицу, бесконечную в трех направлениях, все члены которой связаны между собой и как бы постоянно “помнят” об этой связи, “помнят” о своей матрице. Этой “памятью” обладают все вещественные числа. И им более подходит наименование “софистические” или “мудреные” числа, название которое им было дано итальянским математиком Кардана. Неисчислимая бесконечность матрицы как бы отображает непрекращающийся процесс наращивания числового поля, обусловливая динамический характер золотым целым, дробным и иррациональным числам.

“Вырежем” часть поля таблицы 3, начиная, например с двадцать первого числа и рассмотрим, какими коэффициентами (числами золотых пропорций) связываются числа этого поля (таблица 4). Для чего разделим все члены числового поля таблицы 4 на число 46368 (в таблице 4 выделено полужирным шрифтом) и, заполним аналогичную таблице 4 сетку получившимися числами с точностью до пятого знака. Образовавшаяся таблица приобретает свойства золотой матрицы (матрица 1)

Таблица 4

21	22	23	24	25
70844	114628	185472	300100	485572
35422	57314	92736	150050	242786
17711	28657	**46368**	75025	121393
8855,5	14328,5	23184	37512,5	60696,5
4427,75	7164,25	11592	18756,25	30348,75

Матрица 1 есть фрагмент числового поля, относящегося к классу русских матриц, описанных в [26]. Это единственная бесконечная во всех направлениях золотая матрица, у которой члены среднего ряда повторяют греческий ряд золотых чисел, базисный столбец образуют целые четные числа Паскаля, а остальные числа поля пропорциональны золотому числу.

Матрица 1.

21	22	23	24	25
1,5279	2,4721	4	6,4721	10,472
0,76393	1,2361	2	3,2361	5,2361
0,38197	0,61803	**1**	1,61803	2,61803
0,19098	0,30902	0,5	0,80902	1,3090
0,09549	0,15451	0,25	0,40451	0,65451

Класс русских матриц единственный из числа матриц, в котором два любых числа по горизонтали при последовательном сложении образуют третье. Он – объемен и обладает множеством особенностей, отсутствующих у других матриц, но главное – он базируется на золотых пропорциях (о классе русских матриц далее). Матрица же 1 имеет следующие золотые коэффициенты взаимосвязи:

По столбцам – **2**,

По строкам *Ф* = **1,618**,

По диагонали слева направо снизу вверх 2*Ф* = **1,618**· 2 = **3,236**,

По диагонали слева направо сверху вниз 2/*Ф* = 2/**1,618** = **1,236**.

Существует еще несколько способов нахождения золотого числа *Ф*. К ним относятся деление отрезка в крайнем и среднем отношении (далее рассматривается подробнее), представление *Ф* в виде цепной дроби, и представление его в радикалах. Рассмотрим вкратце эти методы. Начнем с цепной дроби. Ее запись:

$$\Phi = \cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\dots}}}$$

Если ограничить “спускающийся” ряд знаменателя двенадцатью членами и, приняв за последнее число 1, решить эту дробь, то решение начнется с числа 2 и приближение к *Ф* будет происходить чередуясь как “спуск” с величины большей золотого числа с 2, так и “подъем” с меньшей – 0,5, т.е. имеет осциллирующий характер. В результате на той же одиннадцатой операции будет получено число *Ф* с точностью до четвертого знака. То есть цепная последовательность приближения суммируемых единиц знаменателя к золотому числу повторяет суммирование чисел рядов Фибоначчи – Люка. Если же за последнее число знаменателя примем не 1, а, допустим, 16 или любое другое число, то расчеты показывают, что приближение идет с осциллирующим чередованием и то же количество операций. Таким образом процедура получения *Ф* по цепной дроби практически повторяет результаты решения по рядам Фибоначчи, только слагаемые числа находятся в знаменателе и не зависит от того, какое число заключает “цепной” знаменатель.

Коротко ознакомимся с нахождением числа *Ф* методом “радикалов”.

$$\Phi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}$$

Понятно, что начальным в процедуре расчета или конечным в ряду радикалов является число 2. Подставляем его в радикал и проведя расчеты убеждаемся, что число *Ф* с точностью до четырех знаков получается на той же одиннадцатой операции, но приближение к нему идет только сверху. Проведем расчеты, поставив последним в ряду радикалов число 16. Результат полностью аналогичен предыдущему.

Число *Ф* получается на одиннадцатой операции, приближение идет сверху. Таким образом все четыре способа нахождения числа *Ф* являются в какой-то мере аналогами. Отличие только в том, что метод сложения любых вещественных чисел обусловливает быстрое получение основного варианта золотой русской матрицы.

Здесь же отметим основные моменты свойств рядов Фибоначчи:

– Получение золотого числа *Ф* методом Фибоначчи – Люка не ограничивается сложением двух минимальных чисел 1 и 3, а распространяется на любую пару вещественных чисел.

– Золотое число *Ф* с точностью до четвертого знака включительно во всех случаях получается из соотношения двух соседних чисел ряда уже на одиннадцатой операции сложения. Количество операций сложения, необходимых для приближения к золотому числу, не определяется величиной слагаемых чисел.

– Последовательность приближения к *Ф* идет как сверху вниз (результат первого деления превышает *Ф*), так и снизу (результат первого деления меньше *Ф*), но, никогда не становится равным *Ф*, приближаясь к нему на бесконечно малую величину.

– Если известно одно число класса Фибоначчи, то имеется возможность получения всего потребного для операций ряда и тем точнее, чем далее оно находится от начала ряда. Числа “помнят” о своем месте в ряду.

– Важнейшим обстоятельством для понимания физического смысла золотой пропорции становится наличие только двух чисел, участвующих в построении ряда. Можно полагать, что эти числа математически отображают взаимосвязи реальных тел природы.

– Каждый ряд Фибоначчи, последовательно возрастая, «вырождается» в геометрическую прогрессию.

– Все ряды геометрической прогрессии в неявной форме включают золотое число *Ф* и бесконечны как в сторону восхождения, так и в сторону нисхождения.

– Применение геометрической прогрессии Паскаля к рядам Фибоначчи обусловливает появление таблиц с взаимосвязанными по всему полю числами.

– Геометрические прогрессии рядов Фибоначчи при делении всех чисел поля на одно из них образуют золотые объемные матрицы.

– Числовое поле русских матриц отображает высшую арифметическую и степенную комбинаторику как гармонию природных процессов, выраженную в математической форме.

Наличие формальных и природных свойств у чисел и алгебраических символов обусловливает возможность представления одних и тех же уравнений как в алгебраической, так и в геометрической форме. Именно этим методом решается задача деления отрезка в крайнем и среднем отношении.

3.2. Библейская геометрия Золотого сечения

Есть у датского сказочника Андерсена изумительная сказка о гадком утенке.

На одном гомонливом птичьем дворе жил в семье «правильных» утят неприкаянный утенок. Он был безобразен, неповоротлив, чуден и презираем всем птичьим содомом. Он был одинок. Все его попытки присоединиться к какому-либо птичьему семейству заканчивались тем, что его отовсюду гнали, били, клевали. И так продолжалось до тех пор, пока «утенок» не превратился в белого красавца лебедя.

В математике существует свой гадкий «утенок» − золотая пропорция. И хотя к этой пропорции с давних пор проявлялся немалый интерес, интерес этот был односторонен и проявлялся в основном со стороны деятелей искусств: художников, скульпторов, историков, архитекторов. *Ни одно направление математики, физики, и других точных наук не считало и не считает золотые пропорции своей частью или разделом.* Пропорция эта оказалась на столетия не востребованной ни одним из предметов современной науки. Даже не смотря на то, что «утенок» − золотые пропорции на глазах превращается в «белого лебедя», необходимых всему спектру научных дисциплин. Мы полагаем, что «бесхозность» золотых пропорций канула в лету. Золотые пропорции – базис русской геометрии, основа отображения природных процессов в математике и физике, становятся обязательным элементом каждой научной дисциплины. Познакомимся с этим базисом.

Откуда пришли представления о делении отрезка в крайнем и среднем отношении, позволяющем получать золотое число Φ и образующее пропорцию, названную Леонардо да Винчи «Золотым сечением», а Кеплером «Божественной пропорцией» − неизвестно. Но в

Древнем Египте и в Древней Греции на основе золотого числа *Ф* = 1,618… был получен ряд из 11 чисел посредством последовательного бесконечного умножения базисной **1** на *Ф* (восходящая ветвь ряда) и деления базисной **1** на *Ф* (нисходящая ветвь ряда), имеющий названия золотого ряда (варианты: греческий или египетский ряд [26]). Воспроизведем его:

…; 0,934; 0,056; 0,090; 0,146; 0,236; 0,382; **0,618**: 1,00; **1,618**; 2,618; 4,236; …

Золотое число *Ф* = 1,618... получается несколькими способами, один из которых – деление отрезка в крайнем и среднем отношении (рис. 42). *Для чего отрезок делится в крайнем и среднем отношении и о чем свидетельствует золотое число Ф, до сих пор неизвестно.* Известно только, что деление это создает эстетически законченный образ тех человеческих творений, в которых они находят применение. Отметим, что в постановке задачи говорится о делении одного отрезка на две неравные части *a* и *c* так (рис. 42), чтобы весь отрезок (*a* + *c*) относился к большей части *c* как с к меньшей части *a*. Для получения золотой пропорции отрезок *AC* делится на две неравные части *AB* = *a* и *BC* = *c* так чтобы его длина *AC* = *AB* + *BC* = (*a* + *c*) относилась к большей части *c*, как *c* относится к меньшей части *a*. Запишем это отношение и проведем несколько более сложные, чем ранее, расчеты:

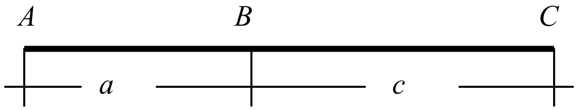


Рис. 42.

$(a + c)/c = c/a$ (3.1)

Пропорция (3.1) носит название золотой пропорции. В данном случае подразумевается конечная в рациональных числах длина отрезка (*a* + *c*), кратная некоторому измерительному инструменту, допустим метру. В условии задачи нигде не говорится о невозможности его целочисленного или дробного рационального деления и о нерациональности ***двух*** (?) образующихся при делении отрезков. Это очень важная оговорка. Она подтверждает непреднамеренный, а как бы вероятностный или даже случайный характер деления. Проверим эту случайность, заменив в (3.1) отношение *c/a* на *b*:

$b = c/a,$ (3.2)

и, подставив (3.2) в (3.1), получаем квадратное уравнение

$b^2 - b - 1 = 0,$ (3.3)

решая его, находим два значения величины *b*:

$b_1 = (1+\sqrt{5})/2 = \Phi = 1{,}6180339,$ (3.4)

$b_2 = (1-\sqrt{5})/2 = -1/\Phi = -0{,}6180339.$ (3.4)

Золотое число Φ − является числом иррациональным (скрытым от точности числом). То есть таким числом, бесконечная последовательность которого не может быть вычислена до конца, сколько бы времени его ни вычисляли. И для его получения приходится прерывать вычисления, округляя результат на той цифре, которая необходима по условиям задачи. А это означает, что иррациональное число, понимаемое нами как число фиксированное, таковым не является. Оно индивидуально, не имеет однозначного количественного выражения и отображает своего рода математическое качество (качества не складываются). Оно отражает неограниченную количественную величину и не может точно складываться как с рациональными, так и с иррациональными числами. Иррациональное число – это бесконечный процесс, который продолжается в формализации даже в том случае, когда мы прерываем вычисления. Прерывая вычисления, мы не прерываем процесса. И можно считать, что ряд золотых чисел есть отображение совокупности взаимозависимых, непрерывных процессов. Процессов, соответствующих многим формам движения природных систем. Оно квантованный (выделенный из числового ряда) элемент числового ряда, обособленный от него и не примыкающий ни к одному большему или меньшему числу. Все операции с ним проводятся с приблизительной точностью. Повторяем: иррациональное число – качественная индивидуальность, и, следовательно, бесконечный ряд иррациональных чисел не является дурной бесконечностью и не входит ни в один числовой ряд. *С получением иррационального числа в математику входит представление о числовом математическом качестве и квантовании чисел*, вне зависимости от того, осознали это ученые или нет. *Квантованное иррациональное число − основа и предтеча квантованной геометрии*. Но вернемся к Φ.

Получив Φ и ее обратную величину, т.е. два числа b_1 и b_2, мы успокаиваемся, так и не определив, чему же равны количественные величины чисел a и c в формуле (3.1) и какое отношение они имеют к b, тем более, что подстановка b в (3.2) не приводит к определению величин a и c, а следовательно, не решает поставленную задачу. Тогда зачем же мы находим b? Ответ – только для того, чтобы получить безразмерностное Φ, поскольку знаем, что это число – основа золотой пропорции и потому знание величины числового значения отрезков a

и c нам уже не требуется. *Но в чем же суть золотой пропорции?*

Попробуем решить (3.1) другим путем. Умножим числитель и знаменатель левой части отношения (3.1) на a. А правой части на c и, сократив знаменатели, получим следующее уравнение:

$$a^2 + ac = b^2. \quad (3.5)$$

Уравнение (3.5) по количественной величине a и c оказывается полностью неопределенным. Ее члены, хотя и зависимы друг от друга, могут составлять пропорции при любых числовых значениях одного из них. Если же в (3.5) вместо ac, подставить b^2:

$$b^2 = ac, \quad (3.6)$$

то уравнение (3.5) из пропорции превратится в теорему Пифагора:

$$a^2 + b^2 = c^2. \quad (3.7)$$

Красота теоремы Пифагора и золотого сечения вызывали восхищение многих математиков, считавших их различными геометрическими образованиями. Вот как выразил свое восхищение Иоанн Кеплер: *«Геометрия владеет двумя сокровищами: одно из них – это теорема Пифагора, а другое – деление отрезка в среднем и крайнем отношении. … Первое можно сравнить с мерой золота, второе же больше напоминает драгоценный камень»*.

Исходя из (3.7) можно полагать, что эти сокровища обобщены в одно математическое чудо. Но продолжим.

Поскольку операция замены ac на b^2 при данных ограничениях возможна только в единственном случае, когда $a = \sqrt{\Phi}$, то в исполнении (3.7**)** числа a, b, c оказываются однозначно связанными с золотым числом Φ. И, как следствие, *члены уравнения* (3.7) *становятся геометрически квантованными относительно золотого числа*. Какую бы количественную величину они не имели они всегда остаются степенью числа Φ. *Появление квантованной по золотому числу Φ геометрической зависимости свидетельствует о возможности построения геометрии на квантованных числах или, иначе говоря, о возможности построения квантованной геометрии.*

Но вернемся к уравнению (3.7), которое описывает равенство суммы квадратов катетов прямоугольного треугольника квадрату гипотенузы. В нем индекс b численно отображает большой катет прямоугольного треугольника. И, следовательно, *деление в крайнем и среднем отношении есть деление не на два отрезка, а на* ***три****, в пропорциях прямоугольного треугольника, в котором число* b *равное Φ неявно занимает место одного из катетов*. И вместо двух отрезков мы как бы получаем ***три***, *образующие новое геометрическое качество – прямоугольный треугольник*. Отметим это удивительное обстоятельство и продолжим.

Наличие отношений (3.2) и (3.6) свидетельствует о существовании еще одного числа i, кратного a, b, c. Для получения i возведем в квадрат (3.2) и, подставляя в него значение b^2 из (3.6), имеем:

$$a^2 \cdot ac = c^2, \qquad (3.7')$$

$$c = a^3.$$

Подставляя величину c из (3.7') в (3.2), получаем:

$$b = a^2.$$

И окончательно:

$$a^6 = b^3 = c^2.$$

Поскольку b имеет два значения b_1 = 1,618, и b_2 = 0,618, то по ним находим i_1, i_2:

$$i_1 = b_1^3 = (1{,}618)^3 = 4{,}2358,$$

$$i_2 = b_2^3 = (0{,}618)^3 = 0{,}236.$$

Извлекая из i_1 и i_2 корень шестой степени, получаем количественную величину a_1, a_2:

$$a_1 = \sqrt[6]{i_1} = \sqrt[6]{4{,}236} = 1{,}272,$$

$$a_2 = \sqrt[6]{i_2} = \sqrt[6]{0{,}236} = 0{,}786.$$

Проведя извлечение квадратного корня из чисел i, находим значения c:

$$c_1 = \sqrt{i_1} = 2{,}058,$$

$$c_2 = \sqrt{i_2} = 0{,}4858.$$

Выясним, какой модуль по длине, рациональный или иррациональный, имеет отрезок, делимый в крайнем и среднем отношении:

$$c_1 + a_1 = 3{,}33019... = a_1^5.$$

Таким образом, в крайнем и среднем отношении делятся только иррациональные отрезки. А это может обозначать только одно - *все естественные отрезки сами по себе и сами для себя имеют свою иррациональную метрику, несоизмеримую со стандартной (декретной) метрикой*.

Из решения уравнения (3.7), находим два значения a: a_1 = 1,272, a_2 = 0,786, два значения c: c_1 = 2, 058, c_2 = 0,4858, и два значения нового числа i: i_1 = **4,236**, i_2 = 0,**236**. В результате решения пропорции (3.1) по теореме Пифагора были получены 8 иррациональных чисел, образующих с базисной **1** новый ряд, золотой пропорции *Ф*, аналогичный египетскому ряду.

Следует обратить особое внимание на то, что способ деления отрезков в крайнем и среднем отношении с использованием теоремы Пифагора, по-видимому, *единственный, обусловливающий нахождение девяти* (из тринадцати) *взаимосвязанных и пропорциональных Ф золотых чисел* (три отсутствующих числа легко восстановимы), *образующих ряд, отличающийся от египетского пропорциональностью каждого числа «коэффициенту»* 1,272... .

Таким образом, деление в среднем и крайнем отношении с использованием теоремы Пифагора, по-видимому, единственный способ, обусловливающий нахождение девяти (из тринадцати) золотых чисел пропорциональных *Ф* (три отсутствующих числа легко восстановимы), и включает в себя не только раздвоение отрезка в определенной пропорции, но и получение ряда чисел, в восходящем, и в нисходящем ветвях образующих ряд, отличающийся от египетского «коэффициентом» 1,272..., равным: a = 1,272019… = $\sqrt{Ф}$. Ограниченных, однако, пределами шести чисел нисходящего ряда числом **0,236** и такого же числа чисел восходящего ряда числом **4,236**, что вместе с базисной **1** составляет число **1**$\therefore$12. Причем о возможности получения в результате решения такого уникального ряда в условиях задачи нет даже намека. По этой причине, похоже, ни у кого из исследователей и не возникало подозрения в существовании двух вариантов решения задачи. Приведем этот искусственно отграниченный ряд с выделением отсутствующих чисел:

0,236; *0,300; 0,382*; **0,486; 0,618; 0,786;** ***1,000*****; 1,272; 1,618; 2,058**; *2,618*; **3,330; 4,236**. (3.8)

Этот удивительный, бесконечный в потенции, но искусственно отграниченный ряд иррациональных чисел, часть русского ряда [26], до сих пор не замеченный исследователями золотого сечения, назван нами ***библейским рядом***. В искусственном отграничении **1**$\therefore$12 числа ряда обладают целым букетом необыкновенных не только математических, но и ***библейских*** особенностей:

– *во-первых; полученные иррациональные числа, округленные до четвертой цифры, не являются вероятностным набором, а образуют некоторую квантованную отдельностями последовательность, аналогичную египетскому ряду и пропорциональную числу 1,272;*

– во-вторых; ряд этот, имея своим центром базисную единицу **1**, включает **1**∴12 чисел; по шесть на восходящих и нисходящих ветвях, явно отображая библейскую историю Христа с апостолами на тайной вечерне. Ну, точно как на картине Леонардо да Винчи, в центре Христос, а справа и слева по шесть апостолов [26]. И получается, что наличие в золотой пропорции сакральной композиции «Тайной Вечерни» является математическим подтверждением прихода на землю Сына Бога – Иисуса Христа;

– в-третьих; число **1** в этом ряду – ***выделенное, базисное, целое***. Оно не равнозначно ни одному из предыдущих и последующих чисел. Оно обладает высшим рангом***, иным качеством***, чем остальные числа ряда, и входит в неявной форме в состав каждого числа (Так же как и Христос не равнозначен по происхождению, значимости и интеллекту своим ученикам – Апостолам.);

– в-четвертых; ***базисная*** **1** – точка начала отсчета качественно разной бесконечности в обе стороны. Точка, неявно присутствующая в любой области бесконечного. Центр, разрывающий бесконечность числовой последовательности на два качества. Опора в бесконечности. То, безначальное, что становится началом конечного. ***Оно – Бог числа,*** без него невозможно представить ни одно число и, похоже, по этой причине считается сакральным у многих народов мира;

– в-пятых; шесть последовательных чисел от базисной **1** становятся началом всякого динамического движения. Последовательность и значимость движения определяется количественным качеством первого от **1** числа;

– в-шестых; структура пространства – числовое поле ряда, определяется количественной величиной первого числа от базисной **1**. Отсчет «рядовых» чисел поля начинается с седьмого числа;

– в-седьмых; базисная единица **1** – числовой Бог, «разрывает» бесконечное–безначальное превращаясь в начальное, базисное и создавая числовое конечное;

– в-восьмых; появление базисной **1** в математике обусловливает существование инвариантных отношений как количественных отображений бесконечного движения, как основу формализации параметров динамической (физической) геометрии [2];

– в-девятых; ветви ряда, образуемого по обе стороны базисной **1** являются своего рода зеркальными подобиями – качественными антиподами. Они проявленное следствие однонаправленного движения первого, от базиса, числа, которое по обратную сторону базиса превращается в свою противоположность и меняет направление своего движения.

– в-десятых; русский ряд, частью которого являются библейские числа, – числовое, иррациональное образование, символ непрекращающего бесконечного движения, представитель бесконечного множества аналогичных рядов.

Эти необычайные и, как будет показано далее, не единственные особенности русского ряда золотых пропорций однозначно выделяют его из всех остальных математических отношений, но не отвечают на вопрос: *Почему этому делению придается такая значимость?*

Решив задачу на деление отрезка в крайнем и среднем отношении и получив представление об очень важных свойствах золотой пропорции – числовом ряде из $\mathbf{1} \therefore 12$ чисел, мы, тем не менее, не пришли к пониманию того, зачем нужны эти числа, что они означают и не нашли ответа на вопрос: *Зачем же делится отрезок в столь “странной” пропорции?*

Попробуем подойти к делению с другой стороны. Хотя из полного решения и был получен ряд чисел, исходными для деления отрезка оказались два числа: 1,272... и 2,058... . Причем их можно рассматривать двояко:

как длину каждого из полученных в результате деления отрезков;

как числовую отметку левого и правого концов первоначального отрезка.

В первом случае предполагается, что первоначальный отрезок существует локально и имеет длину равную сумме чисел-отрезков 1,272 и 2,058, тогда и число 1,618 приобретает значимость какого-то неявного отдельного или «приставленного» к другим отрезка.

Во втором случае предполагается, что первоначальный отрезок не локализован, является частью более длинной линии и имеет продолжение, по крайней мере, со своей левой стороны. Числа же являются отметками о том, что от начала левого отрезка укладывается 1,272 неких мерных эталонов, и заканчивается числом 2,058 тех же мерных эталонов. То есть длина всего выделенного первоначального отрезка равна 0,785 эталонов неизвестной метричности. И в этом случае полученное золотое число $b = \Phi = 1{,}618$ оказывается счетным количеством тех же мерных эталонов. И делит первоначальный отрезок на две как бы неравные части 0,346 и 0,44, в той же пропорции 1,272.

Предположение о том, что все три числа являются отметками на линии неизвестной протяженности вполне возможно, вот только не удается укладывать на отрезки иррациональные длины никакие статические измерительные эталоны. А другими статическая геометрия не располагает. Чтобы процесс измерения состоялся, приходится на каждом шаге измерения либо увеличивать размер эталона, либо уменьшать его на строго нормированную величину (это вызывается монотонным изменением плотности пространства динамической геометрии). То есть использовать не статический, а динамический, иррациональный измерительный инструмент. И, следовательно, длина инструмента будет постоянно изменяться в зависимости от направления движения на один и тот же коэффициент *б*. Как раз по тому закону, по которому изменяется скорость динамических параллельных следов точек, движущихся к одному центру, то есть по законам гомотетии.

Допустим, что нам известна количественная величина коэффициента *б*. Возможно ли в этом случае определение длины эталона? Вряд ли. Похоже, что *для определения динамического, иррационального эталона длины знание б недостаточно. Необходимо также знание величины того первого базисного эталона, который принимается за единицу длины линии и с которого она начинается. А он может быть как размерностный, так и безразмерностный*. Естественно, что эталон находится слева от 1,272 и 1,618, и с него начинается линия. И так же естественно, что *его величина заложена в эти числа, как и во все остальные числа бесконечной числовой последовательности данного ряда*. Но какова она количественно?

Ответ на него может быть получен при анализе **1**∴12 выделенных динамических, пространственно изменяемых чисел. Чисел, качественных в своей отдельности, взаимосвязанных через базисную единицу. Чисел, имеющих примерно то же значение, которое им придавал Пифагор [3]. Он рассматривал: «…***Число*** *не как абстрактное количество, но как существенное и деятельное качество верховной* ***Единицы****, Бога, источника мировой гарм****онии».*** *Наука чисел была наукой живых сил,* ***божественных качеств*** *в действии, как в мирах, так и в человеке, как в макрокосме так и в микрокосме. Следовательно, проникая в свойства чисел, схватывая и объясняя их разнообразные сочетания, Пифагор создавал, в сущности, целую теогонию или обоснованную на разуме теологию*».

Первичным эталоном – Богом числа, определяющим динамику деформации замеряемого числами пространства, является базисная **1** (*верховная* ***Единица*** по Пифагору). *Она – начало отсчета одного качества. Она же и конец отсчета того же качества. Она – число другого ранга. Связанное и не связанное с числами, начинаемыми от нее. Она – рациональная единица в иррациональном поле. Внешние числа (измерения?) «обтекают» ее самопревращаясь качественно и не проникая в нее. Она –* ***целое*** *среди дробного, другая, не раскрываемая реальность, другой мир, вмещающий другие нам неизвестные числа как отдельные целые.* Для данного отрезка найти ее можно последовательным делением:

2,058 : 1,272 = 1,618 : 1,272 = 1,272 : 1,272 = **1**.

Теперь надо перейти от целого базисной **1**, к коэффициенту изменения ряда б. И здесь подсказкой служит количество полученных ранее чисел в отрезке – 12. *Базисная* **1** *не входит в структуру иррационального числового ряда. Она выделенное число хотя и стоит в ряду других чисел, но ему не принадлежит* (Отметим – Христос, хотя и был сыном человеческим и находился среди людей, но был «не от мира сего», оставаясь сыном Господа.). *Логически можно предположить, что от первого числа отрезка до* **1** *укладывается 6 динамически равных эталонных размеров* *б.* (Ближе, чем на 6 чисел подходить невозможно, ближе – собственная числовая зона базисной **1**, особая зона числового поля, а в Библии – «зона» апостолов). Следовательно, чтобы исходя из (3.8) получить коэффициент *б,* необходимо из 1,272 извлечь корень шестой степени. Извлекаем и получаем:

$\underline{б} = \sqrt[6]{1,272} = 1,04091...$

Поскольку перед нами отрезок *АС,* локализованный двумя числами $A = 1,272$ и $C = 2,058$, то его длина равна:

$AC = 2,058 - 1,272 = 0,786$,

и он делится «числом» $\Phi = b = 1,618$ на две неравные части *АВ* и *ВС*:

$AB = 1,618 - 1,272 = 0,346$; $BC = 2,058 - 1,618 = 0,440$.

Каждая из этих частей в свою очередь делится на 6 динамических эталонов. Зная величину $\underline{б} = 1,04091...$, можно последовательно умножая 1,272 на *б* получить величину каждого эталона. Суммируя их, – найти количественную величину обеих отрезков. И мы подходим к пониманию того, что скрывается за операцией деления отрезка в крайнем и среднем отношении. Итак, умножаем:

1,272 x 1,0409 x 1,0409 x 1,0409 x 1,0409 x 1,0409 x 1,0409 = 1,618.
1 2 3 4 5 6

Дин. эталон; 0,05205 + 0,05417 + 0,0563 + 0,0587 + 0,0611 + 0,0636 = 0,346

Каждое умножение есть элемент изменения длины эталона. И на расстоянии AB = 0,346 укладывается ровно шесть динамических эталонов. Продолжим умножение:

1,618 х 1,0409 х 1,0409 х 1,0409 х 1,0409 х 1,0409 х 1,0409 = 2,058.

1 2 3 4 5 6

Дин. эталон; 0,0664 + 0,0687 + 0,0717 + 0,0747 + 0,0777 + 0,0809 = 0,440

И на втором отрезке BC = 0,440 уложилось ровно 6 динамических эталонов длины. И приходим к выводу:

Деление отрезка в крайнем и среднем отношении, есть деление пополам (на два физически равных отрезка) в пространстве физической геометрии. (Похоже, что и Христос как преданный, как Сын Господа и сын человеческий становится своего рода «разделом» между духовным и материальным мирами.)

Ответ на основной вопрос получен. Ясно так же, что *в каждом последующем числе до и после* ***1*** *присутствует частица этой базисной* ***1****, как бы далеко это число не отстояло от базисной* (совсем по Ведам, в сердце каждого человека есть частица Господа).

Итак, рассматриваемый локализованный ***отрезок АС делится золотым сечением на два физически равных отрезка***, а, следовательно, данный отрезок располагается в динамическом пространстве изменяемой плотности (в гравитационном пространстве), и, например, один его конец направлен к плотностному центру, а другой – в противоположном направлении, перпендикулярно эквипотенциальным поверхностям. Причем пространственное силовое поле изменяется пропорционально R^2, то есть таким же образом, как оно изменяется по закону притяжения. Отсюда, структура деформации тела, движущегося вдоль отрезка, определяется направлением его движения. А сам отрезок, в цифровом представлении, является частью некоторого числового возрастающего (убывающего) ряда вида:

$$0 \leftarrow \ldots q^{-n} \leftarrow q^{-3} \leftarrow q^{-2} \leftarrow q^{-} \leftarrow \mathbf{1} \rightarrow q^{1} \rightarrow q^{2} \rightarrow q^{3} \rightarrow \ldots q^{n} \rightarrow \infty \qquad (3.8')$$

где q – любое по численной величине число от базисной **1**.

Ряд (3.8') строго пропорционален знаменателю библейского ряда (3.8′). Если же отсчитывать от базисной **1** в любую сторону, то *перед нами геометрическая прогрессия, возрастающая по одну сторону базисной* ***1*** *и убывающая по другую сторону ее*. Естественно, что в зависимости от направления движения вдоль чисел один и тот же ряд геометрической прогрессии является либо возрастающим, либо убывающим. Геометрическая прогрессия, в современной математике, не связана с золотым числом, и отображает систему пропорционально изменяемых чисел, не имеющих базисной единицы. Однако бесконечная геометрическая прогрессия превращается в русский ряд, аналогичный (3.8), если все числа прогрессии разделить на любое число входящее в нее, и в бесконечном ряду (или в математической бесконечности) появляется точка отсчета – базисная **1**. А это может свидетельствовать о конечности и бесконечности каждой точки пространства. Числа образовавшегося ряда будут пропорциональны ряду (3.8) на степень одного и того же коэффициента равного первому от базисной **1** числу, деленному на 1,272… .

Таким образом, деление всех чисел бесконечного геометрического ряда на одно из его чисел вносит в ряд точку отсчета – базис, начало отсчета в одну и противоположную сторону. Т.е обусловливает появление промежуточного начала бесконечности внутри ее, но не обусловливает окончания этой бесконечности в обе стороны.

Следовательно, геометрическая прогрессия является определенным математическим отображением структуры плотностного пространства динамической геометрии и содержит в себе систему, пропорциональную русскому ряду. Любая геометрическая прогрессия, представленная последовательностью из трех чисел ряда (3.8′), например,

$$q^{n-1} \to q^{n} \to q^{n+1},$$

после приведения к базисному виду и сокращения на степень коэффициента может быть выражена в виде отрезка $q^{n-1} \div q^{n+1}$, а его физическая срединная величина q^{n} *будет, по количественной величине, делением этого отрезка в крайнем и среднем отношении, или на две равные части в физической (динамической) геометрии* [28].

Выделение же отрезков типа $q^{n-1} \div q^{n+1}$ из (3.8) производится в золотой пропорции потому, что каждый отрезок *а* и *с* (Рис. 42), как и все числа русского ряда, пропорциональны соответствующим степенным числам и вмещают по шесть динамических эталонов, а последовательность коэффициентов $б_1$, $б_2$ ... и т.д. соотносится с численными величинами золотых пропорций. И когда локальный динамический отрезок делится пополам по отношению (3.8′) *при нем неявно существует и присутствует третий отрезок, начинающийся от базисной **1***. Третий отрезок, физически равный двум остальным и, тем не менее, отличный от них, ибо *его невозможно разделить на две динамические части без изменения количественной величины первого, от базисной единицы, числа.* Естественно, что при любых первых числах базисная **1** не изменяется.

Таким образом, *при делении в крайнем и среднем отношении одного отрезка неявно образуются три группы отрезков по шесть отрезков в каждой*. Две явные, и одна неявная. Отметим, что искусственно локализованная числовая комбинация русского ряда **1**∴12, тоже вмещает в себя три группы цифр:

первая группа 0,236 ÷ 0,786;

вторая группа **1**;

третья группа 1,272 ÷ 2,058.

Все три группы качественно различны, единственны, неповторяемы и образуют особую группу ряда, не имеющую аналогов в своих продолжениях при любой комбинации первых трех чисел. (Последние сами по себе образуют начало всех пропорций и в частности центр русских матриц.) У них имеется единственный центр – базисная **1**.

Таким образом, *геометрическая прогрессия является математическим отображением структуры бесконечного плотностного пространства динамической геометрии и содержит в себе систему чисел пропорциональную Ф. А «Божественная пропорция» отображает библейским рядом истинную структуру космического пространства, то есть истинную структуру материального космического пространства Господа. В отображении истинной структуры космического пространства и заключается суть золотой пропорции.*

Выясняется, что математическое действие – деление отрезка в крайнем и среднем отношении имеет результатом не только нахождение русского ряда числовых, иррациональных величин, и в частности – числа *Ф* и базисной **1**, но и значимости этих чисел, их "иерархического" построения, взаимоприсутствия каждого числа в каждом другом, а также такого структурного построения, которое, похоже, отображает космическое пространство и некоторые фрагменты жизнеописания Библией Иисуса Христа и его окружения. Это совпадение "иерархии" математической многовариантности и многозначимости чисел русского ряда с иерархией религиозной, с духовной многозначимостью Библии, обусловливает ему уникальное место в математике, и как прямого математического отображения реальных природных пропорций и движений, и как подтверждения истинности Библейских событий.

Отметим особо: *Бог не выводится математически из материального мира, и Христос не является неким производным из уравнений математики. Бог – высшее существо, существо духовного плана,* а математическая интерпретация жизнеописания Христа только некоторое библейское подобие отдельных фрагментов его жизни. Учеников у него, как свидетельствует Библия, было немало (так 70 учеников, по той же Библия, он направлял проповедовать свою религию), но лишь двенадцать из них особо выделяются, поскольку получили в дальнейшем статус Апостолов.

Это «неожиданное» совпадение библейской и математической структуры никак невозможно признать случайностью, поскольку совпадают не один или два факта, а целая последовательность действий и религиозных взаимосвязей, обусловленных существованием Христа и подтверждаемых различными источниками. А в математическом случае – результатом решения задачи по делению отрезка в крайнем и среднем отношении. *Его невозможно признать случайностью потому, что для описания религиозных аспектов жизни Христа в рамках этой задачи, преданные – авторы "Нового Завета", и в первую очередь Иисус Христос, должны были знать методологию ее решения, и обусловливающую связь ее с библейской бытийностью.* Знать то, о чем даже не подозревают современные математики. И что еще сложнее, продублировать эту методологию и "иерархию" в реальную жизнь, описанную Библией. Природные же и математические законы и задачи существовали задолго до появления Христа, а вместе с ними и задача о делении отрезка в среднем и крайнем отношении.

Подтверждающих факторов достаточно:

Это и многочисленные варианты священных писаний, и знание, за два тысячелетия до рождения Христа, древними египтянами золотого сечения, а, следовательно, и иерархической взаимосвязи, образующихся в результате решений чисел. Это и древнерусские сажени, удивительные соизмерительные инструменты, на основе которых строились сооружения не только на Руси, но и в Древнем Египте, пирамиды Америки и гигантские горы-пирамиды в Тибете. Все свидетельствует о том, что *библейское «предание» о пришествии сына Господа на землю повествует о реальном событии и о реальном сыне человеческом – Христе.*

И не только о нем. *Результат решения задачи о делении отрезка в крайнем и среднем отношении свидетельствует о существовании Бога–Отца. Он не только создал все, но и «провел» по Земле Сына в некотором соответствии с иерархией математических закономерностей.*

Прожить жизнь даже в некотором соответствии с математическими закономерностями человек не может потому, что в своей жизни он во многом подчиняется обстоятельствам, желаниям, страстям. И еще потому, что не знает динамических, божественных законов или знает далеко недостаточно даже для простого понимания, и никогда не будет знать, а тем более использовать. Поскольку постигает их поэлементно и неполно за промежуток времени, несопоставимый с его жизнью. Жизнь в соответствии с математическими законами, похоже, возможна только для Бога или Его Сына. *И одно то, что Христос проживал по законам динамической геометрии − неоспоримое доказательство существования Бога–Отца.*

Но самое удивительное природное доказательство существования Бога, и объяснения задачи о делении отрезка в крайнем и среднем отношении похоже дает взаимосвязь пирамид, монументов древности и природных образований на поверхности Земли. Система, образованная естественными, природными объектами: остров Пасха, Бермудский треугольник, Северный полюс, гора Кайлас с искусственными структурами, включающими такие сооружения, как египетские пирамиды, мексиканские пирамиды, комплекс Тазумал в районе Сальвадора в Бразилии, Стоунхендж и т.д. Все они расположены на определенном расстоянии друг от друга и образуют тождественные парные геометрические фигуры. Их взаимное расположение выявил и изучал Э. Мулдашев [29] с коллегами. Оказалось, что если эти сооружения соединить линиями, то на поверхности земного шара образуются гигантские треугольники в количестве 12. Кроме этих двенадцати существует еще один выделенный треугольник, не имеющий пары. Они, в едином комплексе создают точно такую же комбинацию чисел **1**∴12 как та, которую образуют базисные **1**∴12 числа библейского ряда. Э. Мулдашевым показано, что двенадцать треугольников «завязаны» в симметричные подобные пары (точно так же, как числа библейского ряда) в разных концах земного шара относительно двух осей, проходящих от горы Кайлас (Тибет) до острова Пасха:

одна ось – гора Кайлас – остров Пасха напрямую через Атлантику,

другая ось – г. Кайлас – Стоунхендж – Бермудский треугольник – о. Пасха.

Кто, кроме Бога, мог возвести остров Пасхи, Бермудскую впадину, плато Гизе, г. Кайлас и закрутить земной шар на оси с Северным и Южным полюсом в системной комбинации с искусственными сооружениями (неизвестных цивилизаций), как бы монументально повторяющими и подтверждающими, на поверхности Земли, результат решения задачи по делению. И если не только жизнь Христа по Библии, но и структура планеты отвечают решению этой задачи, то возникает вопрос: Для какой цели сооружались эти объекты? Какая информация в них заложена?

Отметим что, проводя анализ основ динамической геометрии и решение задачи о делении отрезка в среднем и крайнем отношении, мы совершенно не предполагали, что этот анализ и решение задачи выведут нас на религиозную тематику. Покажут неопровержимыми фактами с одной стороны связь задачи на деление отрезка с принципами построения христианской религии, и в частности с библейским жизнеописанием Христа (Христос и двенадцать Апостолов), а с другой соединят, решением той же задачи, ряд крупных природных явлений с крупными объектами деятельности цивилизации (какой?) в громадные геометрические фигуры.

Если же смотреть только на математическую постановку вопроса, то в ней не просматривается даже намека на возможность возникновения религиозной проблемы. И все-таки она возникла, и возникла в самой четкой формулировке: Кто мог руководствоваться решением задачи о делении отрезка в крайнем и среднем отношении, проводя по жизни Иисуса Христа и при сооружении невозможных для любой цивилизации объектов? Например, геометрически связать Северный полюс, священную гору-пирамиду Кайлас, Бермудский треугольник и остров Пасху с искусственными монументами на Земле? *Кто кроме Бога***?**

Вспомним, что числа этого ряда можно рассматривать как длину некоторого отрезка и отрезки эти, в своей последовательности, могут образовывать геометрическую фигуру – прямоугольный треугольник. Это, еще одно, удивительное свойство бесконечного, иррационального ряда чисел, образовывать *набор подобных прямоугольных треугольников при придании любой последовательности троек чисел* (например, 2,058; 2,618; 3,330; или 0,236; 0,300; 0,382) значимости отрезков. Треугольники образуются и при последовательном сдвиге чисел на одну или две цифры (например, 2,058; 2,618; 3,330 – один треугольник; 2,618; 3,330; 4,236 – другой; 3,330; 4,236; 5,388 – третий и т.д.) Создается впечатление, что они нанизываются друг на друга, образуя невидимую цепочку.

Неявное существование в русском ряду чисел-отрезков, способных образовывать прямоугольные треугольники, не может быть случайностью. Похоже, что они выполняют какую-то неизвестную нам функцию, определяемую степенями и последовательностью чисел.

Но можно представить и другую картину. Имеются два ортогональных бесконечных катета, пересекаемых на пропорциональном иррациональном расстоянии параллельными линиями, отрезки которых превращаются в гипотенузы. А это уже не цепочка, а плоскость. И сразу же возникает предположение, что прямоугольные треугольники есть элементы прямоугольников, а их катеты - стороны прямоугольников. Продолжение катетов – оси координат x и y на плоскости, а гипотенузы – диагонали образовавшихся прямоугольников. И прорисовывающаяся естественным образом координатная сетка начинает походить на истоки некоей новой геометрии. Посмотрим, что еще скрывается в этом ряду.

Вернемся к теореме Пифагора об образующей плоскости и построим ее объемный аналог в трехмерном евклидовом пространстве. Проиндексируем любую последовательность из четырех чисел русского ряда, исходя из того, что каждые три числа последовательности образуют прямоугольник с двумя сторонами и диагональю: x, y, l, n, где l и n – диагонали прямоугольников x, y, l и y_o, l, n. Они образуют следующие пропорции:

$$x^2 + y^2 = l^2 ,$$

$$y_o^2 + l^2 = n^2.$$

Здесь y по количественной величине равно y_o, но ортогонально ему и x, а потому не складывается с y. Но, будучи ортогональной, плоскости xy, y_o приобретает качество третьей координаты – z, и потому, приравняв $z = y_o$, получаем плоскостной аналог теоремы Пифагора для «трехмерного» пространства:

$$x^2 + y^2 + z^2 = n^2. \quad (3.9)$$

Перед нами достаточно странное уравнение (3.9). Числа одного математического ряда своей взаимосвязью демонстрируют изменяемую по длине пространственную (объемную?) структуру (струну?), у которой поперечное сечение тоже изменяемая, но равная по высоте и ширине, скрытая за индексацией величина.

В отличие от общепринятой системы координат, индексация которой может содержать произвольный набор чисел, уравнение (3.9) составляется только из четырех иррациональных взаимосвязанных последовательных чисел русского ряда и по своему характеру является квантованной системой, т.е. качественно новым математическим образованием. Возникает вопрос: Случайно ли получается квантованная координатная система? Или она может послужить основанием для построения квантованной геометрии? Для ответа на этот вопрос продолжим преобразования уравнения (3.9). Перенесем все ее индексы в правую часть и получим запись одинаковую по форме, как для динамической, так и для статической геометрии:

$$0 = n^2 - x^2 - y^2 - z^2. \qquad (3.10)$$

Рассматривая уравнение статической геометрии (3.10) Гильберт и Клейн предположили, что если приравнять $n^2 = 1^2$, то может существовать геометрия, в которой (3.10) имеет следующий вид:

$$0 \neq 1^2 - x^2 - y^2 - z^2. \qquad (3.10')$$

Поскольку правая часть уравнения не равна 0, то вместо 0 можно поставить s^2, и уравнение принимает вид:

$$s^2 = 1^2 - x^2 - y^2 - z^2 \qquad (3.11)$$

Геометрия с таким основанием была названа псевдоевклидовой геометрией. Ее и использовал Минковский для введения «четвертого» измерения – времени t посредством приравнивания $1^2 = c^2t^2$:

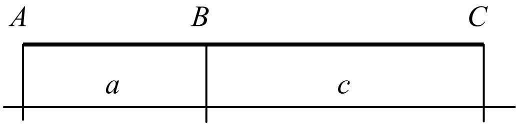
$$s^2 = c^2\, t^2 - x^2 - y^2 - z^2. \qquad (3.12)$$

И это уравнение (3.12), отображающее не четырехмерный объем, а «рассечение» трехмерного пространства пятью плоскостями утвердилось в науке под названием «четырехмерный мир Минковского». Однако ни уравнение (3.11) ни (3.12) не являются аналогами уравнений динамической геометрии (3.9) и (3.10), поскольку в них за координатной индексацией могут скрываться любые комбинации не связанных между собой чисел как рациональных, так и иррациональных (Например, квадрат произведения времени на скорость никак не связан с квадратами координатных осей.) А уравнения (3.9) и (3.10) образуются только иррациональными числами любых трех последовательных чисел русского ряда. Ни s ни n в данное уравнение, по-видимому, ввести невозможно, поскольку другие члены ряда не образуют соответствующих пропорций. Для осуществления подстановки n в (3.10) таким образом, чтобы получилось равенство вида $n^2 = 1^2 - s^2$, необходимо «выйти» за пределы русского ряда во вне. Необходимо отыскать матрицу, содержащую поле взаимосвязанных иррациональных чисел, включающее в свою структуру русский ряд. И такая матрица была найдена еще до рассмотрения данного ряда. Это русская матрица [2, 31]. О русской матрице речь пойдет в последней главе, здесь же продолжим рассмотрение других особенностей деления отрезка в крайнем и среднем отношении.

3.3. Поэлементное деление отрезка в крайнем и среднем отношении

Отметим еще раз: задача деления отрезка в крайнем и среднем отношении, рассмотренная в предыдущем разделе, может решаться двумя качественно различными способами: геометрическим и алгебраическим. Причем переход от одного способа к другому может явно не фиксироваться и в результате какое-то качество либо теряется (при переходе от геометрической формы к алгебраической) либо добавляется (переход от алгебраической к геометрической форме), что не отражается на количественных величинах, но изменяет понятийный смысл полученных результатов. Поэтому в процессе решения необходимо отслеживать каждую операцию, во избежание ошибок, обусловленных процессом перехода от одного метода к другому. Это изменение можно наглядно проследить на широко известном примере деления отрезка в крайнем и среднем отношении. Рассмотрим процедуру деления отрезка поэлементно.

Дан отрезок AC (повторим рис. 42), следовательно, он имеет определенную длину, допустим, в см. и скрытое за длиной *качество определенной отдельности – отрезок*, и это его качество не может исчезнуть в процессе проведения геометрического решения, но после разделения может оказаться другим.



Делим его на две части-доли AB и BC. После деления имеем только две доли отрезка AC (другие качества). Одна $AB = a$ см., другая $BC = c$ см. *Теперь отрезок AC не существует.* Он сохраняется только на бумаге и в нашей памяти. В натуре остались только две его доли-отдельности a и c, и появилось другое, отличное от отрезка, качество – доли (рис. 43):

$a \rightarrow$

$c \rightarrow$

Рис. 43

И именно с ними производятся все математические операции для получения золотой пропорции. Формализуем отношение отрезков в виде уравнения:

$c/a = (a + c)/c,$ (3.13)

Для решения (3.13) отношение модулей c/a приравнивается к b:

$b = c/a, \quad b = (c$ см$/a$ см$)$ (3.14)

Записав отношение (3.14) мы в неявной форме переходим от геометрического метода решения задачи к алгебраическому, поскольку размерность в (3.14) сокращается, и в результате решения находится безразмерностный коэффициент b. Подставляя (3.14) в (3.13) совершаем законный математический подлог, поскольку a и c имеют размерность, а b ею не обладает. И получаем чисто алгебраическое уравнение, не имеющее никакого отношения к геометрии и к пропорции (3.13):

$b^2 - b - 1 = 0$ (3.15)

Решение уравнения (3.15) дает безразмерностную величину b, численно равную золотому числу Φ, но не причастную к делению отрезка в крайнем и среднем отношении. Оно может оказаться следствием отношения между любыми случайными числами, или входить в некую математическую последовательность, или в степенной ряд, определяемый уравнением подобный уравнению (3.15). Число b не делит отрезок на две части, а отмечает количественное отношение модулей образовавшихся долей. Оно – алгебраическое следствие получения в результате деления некоторых пропорциональных размерностных величин, совпадающее с золотым числом по модулю. Оно безразмерностно и потому не относится к (3.13). Только получение размерностных величин долей в (3.13), образующих в результате решения ту же величину пропорции, может свидетельствовать о его делении в золотом сечении.

Кажущаяся простота и элегантность «превращения» геометрического уравнения в алгебраическое скрывают подводный камень в виде размерностной или формальной двух – трех качественности геометрических параметров (свойств) и двухкачественности (отдельность) безразмерностных элементарных алгебраических символов и знаков. Преобразование геометрического уравнения в алгебраическое сопровождается потерей качественности геометрических параметров и «отчуждением» всего уравнения от геометрии. Обратное «возвращение» уравнения из алгебры в геометрию возможно только с приданием алгебраическим знакам и символам качеств, присущих параметрам данного геометрического уравнения и в таком количестве и признаке, которое содержало первородное уравнение. Только в этом случае операция преобразования геометрического уравнения в алгебраическое и обратно может оставаться логически корректной.

Поскольку b не имеет отношения к делению отрезка и не имеет размерности, его невозможно подставить в (3.13), и с помощью b из (3.15) мы не можем отыскать количественную величину долей-отрезков. Однако, получив величину b, мы успокаиваемся, так и не выяснив, а каковы же длины долей a и c. А ведь геометрический смысл деления отрезка и заключался в попытке сначала выяснить длину долей, а уже потом определять их отношение. И если б мы заранее не знали, что Φ золотое число и не искали бы именно его безразмерностную величину посредством деления отрезка, то не обратили бы на результат никакого внимания. Значит решение уравнения (3.15) не дает нам геометрического ответа на поставленный вопрос.

Для решения задачи и получения размерностного золотого числа надо найти геометрическую формализацию уравнения (3.13). Это можно сделать, перемножив числители на знаменатели, и убрав последние, решить полученное уравнение:

$$a^2 + ac = c^2. \qquad (3.16)$$

Заменив в уравнении (3.16) ac на b^2:

$$b^2 = ac, \qquad (3.17)$$

и подставив имеющий геометрический смысл b^2, (b^2 – см·см) в (3.16) получаем:

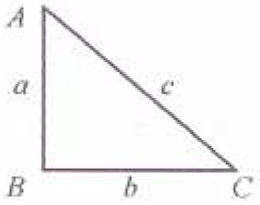
$$a^2 + b^2 = c^2, \qquad (3.18)$$

Итак, из (3.13) «найдено» уравнение Пифагора для прямоугольного треугольника. Хотя в геометрии оно трактуется как сумма площадей квадратов, построенных на катетах прямоугольного треугольника, его можно понимать и как сумму соотношения качеств долей a, b, и c в виде:

$$a^2(\text{см·см}) + b^2(\text{см·см}) = c^2(\text{см·см}), \qquad (3.19)$$

не нарушая, таким образом, геометричности уравнения и не сокращая размерностей. Появление в (3.18) новой геометрической величины b, как бы не имеющей отношения к AC, свидетельствует о том, что к одной из долей бывшего отрезка виртуально “примыкает” еще одна доля, о которой мы ничего не ведали, но о которой “помнят” образовавшиеся в результате деления доли (память числа, память формы [26]).

Рис. 44.



В результате доли исчезнувшего отрезка, разделенного надвое, образовали виртуальный прямоугольный треугольник (рис. 44). И в него, в качестве одной из сторон, входит безразмерностная численная величина *b*, полученная из решения (3.15), равная по модулю золотому числу, приобретая в (3.19) размерность как сторона прямоугольного треугольника**.** Таким образом деление отрезка в крайнем и среднем отношении на две части – доли геометрическим методом приводит к появлению третьего отрезка – доли, равного по модулю золотому числу *Ф*, и образование ими прямоугольного треугольника. Совместное решение уравнений (3.13) и (3.18) (приведенное выше) дает численные величины долей-сторон треугольника a = 1,272…см, b = 1,618… см, c = 2,058… см, модули которых следующим образом соотносятся между собой: $a^3 = b^2 = c^1$. И, следовательно, являются золотыми числами, а образованный ими треугольник – золотым треугольником. Только в этом случае величина *b* как размерностная сторона треугольника и равная по модулю золотому числу $b = Ф$, т.е. имеющая алгебраический и геометрический смысл в уравнениях (3.15) и (3.18), становится решением задачи о делении отрезка в крайнем и среднем отношении.

Задачу о делении отрезка в крайнем и среднем отношении иногда формализуют в «обобщенной форме»:

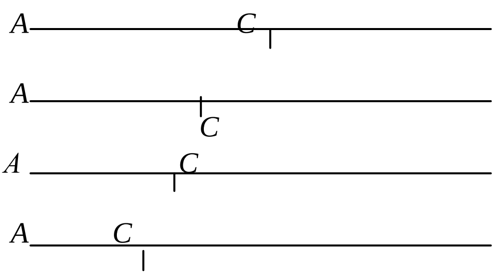
$$BC/AB = (AC/BC)^P, \qquad (3.20)$$

необоснованно, вводя в правую часть (3.20) в качестве степени целое неотрицательное число p, (p = 0, 1, 2, 3, … .) [30]. Пропорция (3.13) в виде (3.20) не может включать отрезка AC поскольку он, после разделения, отсутствует. Его же доли не могут геометрически складываться, они размерностные отдельности, и потому заменять ($a + c$) на AC логически некорректно, поскольку AC – одно качество, а доли – другие качества, несопоставимые и несовместимые с AC. Они всегда остаются отдельностями. Заменив в (3.20) из (3.13) суммы долей ($a + c$) на AC мы, с одной стороны, проводим математически некорректную операцию. С другой качественно меняем смысл уравнения, смешивая доли и отрезок. Это видно по такой записи уравнения (3.20):

$$BC/AB = (AC/BC)^P = (\text{доля/доля}) = (\text{отрезок/доля})^P \qquad (3.21)$$

И хотя каждый член уравнения (3.21) имеет одинаковую размерность, например в см, качественно они различны и по этой причине не могут корректно вводиться в одно уравнение. Геометрически в левой части уравнения (3.21) отдельности имеют одинаковое качество – длину, а правой части – различные качества – отрезок и доля отрезка, которые качественно не адекватны между собой и не могут, поэтому, быть членами одного уравнения. К тому же возводя, например, правую часть (3.20) в степень p, допустим, в квадрат, куб и т.д., мы получаем в левой части отношение долей, а в правой – отношение площадей кубов, и далее что-то геометрически бессмысленное, но никоим образом не отношение долей отрезка. Однако алгебраически в этом случае все корректно.

Само введение числа p устремленного от $1 \to \infty$ неявно превращает геометрическое уравнение (3.13) в алгебраическое (3.20), поскольку неявно предполагает сокращение размерности в нем еще до начала решения. Но в постановке задачи не говорится о формализации и решении алгебраического уравнения, а только о геометрическом делении в крайнем и среднем отношении, что заранее обусловливает наличие размерности в уравнении деления. Поэтому привлечение целого неотрицательного числа p есть необоснованное изменение условия задачи, вызванное не геометрическими, а алгебраическими соображениями, поскольку в геометрии степенное изменение размерностной величины (отрезка) означает изменение его качественного содержания: квадрат отрезка – площадь, куб отрезка – объем, а далее в геометрии Евклида нет фигур со степенью > 3. Поэтому все дальнейшие рассуждения и решения (3.20) не имеют отношения к золотому сечению. Как полагают, преобразованное уравнения (3.20) с $p = 1$, 2, 3, …, n позволяет получать бесчисленное множество вариантов деления отрезка в «золотой пропорции». Вот как разделяется отрезок при возрастании p от 0 до 3:



a) $p = 0$, A C B, $\tau_o = 2$,

b) $p = 1$, A C B, τ_1=1,618,

c) $p = 2$, A C B, τ_2=1,465

d) $p = 3$, A C B, τ_3=1,380

Рис. 45.

И получаемые результаты обобщаются по всем τ как некие «золотые числа», получаемые посредством деления степенных (?) пропорций отрезков в крайнем и среднем отношении.

Покажем, что получаемые при решении (3.20) числа не имеют отношения к золотым пропорциям и не могут обусловливать получение “обобщенных золотых пропорций” [8,30].

Уравнение (3,20) тоже решается методом замены, но другого из ее членов, безразмерностным символом x: $x = AC : BC$, при этом $BC : AB = x^p$, а отрезок AB есть сумма двух долей $AC + CB$. Далее геометрическая операция заменяется алгебраической: и получается “аналог” уравнения (3.15) но уже со степенями при неизвестных:

$$x^{p+1} - x^p - 1 = 0. \qquad (3.22)$$

Алгебраическое уравнение (3.22), при обозначении через τ_p положительных корней решения задает бесконечное число пропорций как бы деления отрезка AB в отношении (3.20):

$$\tau_o = 2; \tau_1 = 1{,}618\ldots; \tau_2 = 1{,}465\ldots; \tau_3 = 1{,}380\ldots; \tau_4 = 1{,}324, \text{ и т.д.} \quad (3.23)$$

Однако эти отношения не являются следствием деления отрезка на доли, и оказываются не отношениями долей, а пропорциями некоторых неизвестных безразмерностных чисел, отнесенных к делению отрезка. Числа же могут быть не причастными к делению отрезка в крайнем и среднем отношении. Их принадлежность к геометрии золотого сечения еще следует доказать нахождением геометрических пропорции длин долей AB и BC. И потому, при алгебраическом решении (3.20) со степенями p = 1, 2, 3, … получаемый ряд 2; 1,618; 1,465;1,380; … не имеет никакого отношения к золотой пропорции даже при наличии в нем $x = 1{,}618\ldots$.

Тем не менее, в настоящее время, считается возможным обобщить их, на основе не имеющего геометрического смысла алгебраического уравнения (3.22), в единый класс золотых пропорций и считать “обобщенными золотыми p – пропорциями”. Покажем, что корректно этого сделать не удается и ряд (3.23), за исключением одного числа τ_1, имеющего численную но не размерностную величину равную Φ, не образует обобщенных золотых пропорций. К тому же использование τ^p не обусловливает вычисление длин долей a и c, и построение треугольников типа (3.18) или других геометрических фигур, а члены данного (3.23) обобщения не отвечают критериям чисел Фибоначчи или Люка.

Деление отрезка в золотой пропорции приводит, как показано выше, к появлению уравнения прямоугольного золотого треугольника. Следовательно, по аналогии, и делению по формуле (3.22) должно соответствовать некое уравнение, отображающее геометрическое смысл этого деления. Получим его для p^2 и p^3, исходя из (3.20):

$c^{p+1} = ad^p$

при p^2 имеем: $c^3 = ad^2$, (3.24)

при p^3 имеем: c_1^4 (?) $= a_1d^3$. (3.25)

Уравнение (3.24) приравнивает объем куба к объему некоего “бруска”, а уравнение (3.25) геометрически бессмысленно. Но алгебраически все верно. Решаем их подставляя соответствующие значение x в (3.24) и (3.25) получаем: $c = 2{,}146a$, $c_1 = 2{,}268a_1$. Т.е. длина долей остается неизвестными, а образуемая пропорция может быть отнесена не только к долям отрезка, а к любым пропорциональным 1,464 и 1,380 случайным числам.

Предположим однако, по аналогии с золотым сечением, что, например, τ_3 как доля отрезка полученная при $p = 3$, образует прямоугольный треугольник в той же пропорции, что золотой треугольник, т.е. $a^3 = b^2 = c^1$. Или в численном выражении: 1,175; 1,38; 1,621 и проверим предположение.

$(1{,}175)^2 + (1{,}380)^2 = (1{,}38) + (1{,}904) = 3{,}287 \neq (1{,}621)^2 = 2{,}628$

Итак, численная величина $\tau_3 = 1{,}38$ с приданием ей функции долей-отрезков не образует прямоугольного треугольника, что указывает на отсутствие у числа 1,38 золотых качеств.

Другой критерий: при последовательном делении или умножении 1 на золотое число 1,618 образуется греческий ряд чисел

…; **0,056**;0,090;**0,146**; 0,236; **0,382**;0,618;1,000;1,618;2,618; (3.26)

в котором выполняется правило Фибоначчи сложения двух последовательных чисел с образованием следующего за ними числа ряда:

0,056 + 0,090 = **0,146** + 0,236 = **0,382** и т.д.

Образуем, например, из числа 1,38 аналогичный ряд и проведем операцию сложения двух любых последовательных чисел:

…; 0,1998; 0,2757; **0,3805**; **0,5251**; **0,7246**; **1,000**; 1,380;1 ,904; … (3.27)

$0{,}3805 + 0{,}5251 = 0{,}9056 \neq 0{,}7246$,

или

$0{,}7246 + 1{,}000 = 1{,}7246 \neq 1{,}380$ и т.д.,

равенства слагаемых последующему числу не получается, что также свидетельствует об отсутствии у τ_3 золотых качеств. И так по всем τ_p, образуемым числами “обобщенных золотых пропорций”.

Наконец, главным свидетельством отнесения образуемых чисел к золотым является получение, при делении одного из них на другое, золотого числа Φ с тем большей точностью, чем дальше от начала ряда берутся числа. Все числа греческого ряда этому критерию соответствуют, поскольку получены именно через золотое число Φ. Числа рядов, полученных из "обобщенных золотых p–сечений" не соответствуют и этому критерию. И можно сделать вывод: *золотая пропорция в виде* (3.13) *единственна в математике и потому не может быть обобщена*. Надо отметить, что ряд (3.27) как и (3.26) является геометрической прогрессией и как таковой имеет прямое отношения к золотому ряду, но в неявном виде (об этом разговор отдельный). Однако в виде (3.27) те золотые качества, которые имеются у греческого ряда, он не проявляет и потому к золотой пропорции не принадлежит.

И можно сделать вывод: *Деление отрезка в крайнем и среднем отношении производится геометрическим методом с сохранением за долями – отрезками формальных и размерностных качеств, с соблюдением качественных переходов от геометрии к алгебре и обратно и является единственной операцией деления, не поддающейся обобщению*.

3.4. Гармония золотых пропорций

В архитектуре известно, что объекты, построенные с соблюдением золотых пропорций, обладают высокими эстетическими качествами и гармоничностью своих частей. Для древних греков, широко применявших золотые пропорции в проектировании своих сооружений, условием гармонии или устойчивого совершенства являлось присутствие пропорциональной связи между всеми элементами сооружения. Да и само слово «гармония» означает в переводе с древнегреческого – «связь». А гармоничное сочетание частей в целом выражается через числовое соотношение – пропорции. Можно сказать, что гармония это система качеств, пропорционированная природе. Или, другими словами, разнообразие элементов (предметов, фигур, чисел и т.д.), пропорционированное природным параметрам. Что же обусловливает появление гармонии? Какие качества свидетельствуют о ее наличии?

К гармонически выдержанным искусственным или числовым системам, отображающим природные процессы, можно отнести совокупность следующих свойств:

Пропорционирование элементов золотому числу.

Единство целого в многообразии.

Всеобщая взаимосвязь между элементами.

Структурность одного отношения, позволяющая восстанавливать систему по минимуму исходных данных.

Отсутствие случайных операций и элементов в системе.

Степенная и арифметическая комбинаторика элементов.

Память числа (каждый элемент помнит о наличии остальных). И т.д.

Все эти свойства можно и не перечислять, ибо они заложены в пропорционировании по золотому числу. Но, к сожалению, ученые еще не научились понимать и использовать золотое сечение так, чтобы его можно было применять ко всем природным явлениям. Мы не собираемся рассматривать всю гамму взаимосвязей гармонических систем, некоторые их аспекты будут отображены в дальнейшем. Покажем только элементы гармонии в геометрии и для наглядности приведем из Библии пример восстановления основных параметров Храма, построенного царем Соломоном для Господа, точные размеры которого к настоящему времени утеряны. А сейчас вернемся к ряду 1.

Архитектор А. Пилецкий, изучая числовые системы архитектурного пропорционирования, обратил внимание на то, что числам рядов Фибоначчи свойственна многовариантная слагаемость членов с получением результатирующего числа в их же системе [25]. Например:

3 + 5 = 8; 3 + 5 + 13 = 21; 3 + 5 + 13 + 34 = 55 и т.д.

Эти арифметические комбинаторные свойства рядов являются первым признаком гармоничности создаваемой системы. И система имеет тем большую гармонию, чем более высокими комбинаторными свойствами обладают ее члены, чем лучше они связаны между собой и чем более они отображают природу. Возможно, поэтому природа, в том числе и живая, постоянно использует в своей структуре и компоновках элементы золотых пропорций и ряды типа Фибоначчи. И числовая система А. Пилецкого из строк Фибоначчи и столбцов Паскаля (таблица 3), обладает более высокими комбинаторными возможностями, чем отдельные ряды Фибоначчи. В ней взаимозависимость между членами рядов распространяется на все поле. Покажем это на примере получения одного и того же результата слагаемыми из разных рядов (табл. 3):

3 + 52 = 55; 4 + 5 + 13 + 16 + 17 = 55;

2 х 3 + 2 х 6,5 + 2 х 8 + 2 х 10 = 55 и т.д.

Возможны не только действия сложения и вычитания чисел, но и пропорционирование многих из них. Однако наивысшими комбинаторными «способностями» обладают матрицы типа русских матриц, фрагмент одной из которых показан ранее (матрица 1). В них проявляется первый признак гармоничности – *взаимное степенное пропорционирование чисел всего поля.* Именно это свойство заложено в структуру древнерусских саженей [23] и оно же отображается в проективной геометрии как сложное отношение четырех точек. Это настолько важное, для понимания геометрии и физики, отношение, что мы, опираясь на [26], вкратце изложим его получение:

«*Пусть в некоторой плоскости имеется окружность и точка M вне - ее* (рис. 46). *Из этой точки (даже если она бесконечно удалена) можно провести две касательные. Точки касания определяют единственную прямую m. Точка M становится полюсом прямой m, а прямая m – полярой точки M. Через полюс и центр окружности проведем прямую. Она пересечет окружность в точках A и B, а поляру в точке N. Таким образом, на этой прямой получатся две пары точек: одна пара на окружности, а вторая полюс и точка на поляре. Оказывается, отношение длин отрезков AN и NB равно отношению длин отрезков AM и MB. Его можно записать в виде равенства:*

$$|AN|/|NB| = |AM|/|MB|,$$

или равносильного ему равенства

$$(|AN|/|NB|):(|AM|/|MB|) = 1 - const.» \qquad (3.28)$$

Принято говорить, что точки *N* и *M* делят отрезок *AB* ***гармонически*** или, что на прямой имеется «***гармоническая четверка точек***»: *A*, *N*, *B*, *M*».

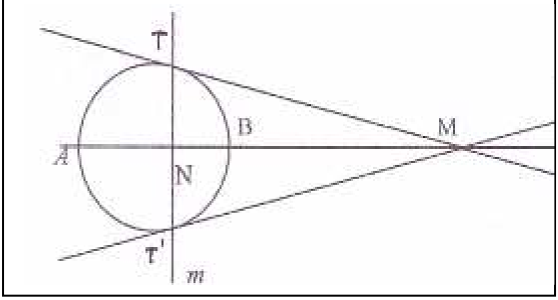
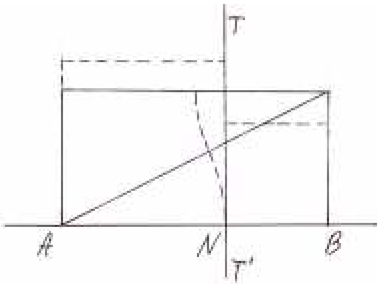


Рис.46

Сложное отношение (3.28) – основное отношение гармонического пропорционирования в проективной геометрии. Оно пронизывает все девять проективных геометрий. Но оно избыточно. Для построения гармонических систем всех элементов проективной геометрии нужно не четыре, а три точки. *Те самые три точки, которые появляются при делении отрезка в крайнем и среднем отношении*. Три точки необходимо и достаточно для построения гармоничной бесконечной системы отрезков на рис. 46. Три числа необходимы и достаточны для построения каждой (кроме объемной) золотой матрицы. Три свойства необходимы и достаточны для нахождения всех параметров любой отдельной физической системы. На числе три базируется вся теория физической размерности. Да и в православной религии, как и во многих других, число три, отображающее духовную взаимосвязь между действующими личностями: Отец, Сын и Дух Святой, занимает очень значимое положение, отображая всю систему духовного взаимодействия.

Рис. 47



Все начинается с числа 3. (Вспомним пословицу: «Бог троицу любит».) И не потому, что оно простое и, находясь в натуральном ряду после двух, в некоторых случаях имеет значение «много», а потому, что число два создает размерность, обусловливая появление эталонного размера, а число три соразмерность, обусловливая появление гармонии в системе. Для нахождения гармоничных золотых фигур проективной геометрии начнем построение с деления отрезка в крайнем и среднем отношении методом, например, двумерного квадрата (рис. 47). Возьмем отрезок *BA* произвольной длины и проведем деление в крайнем и среднем отношении методом двойного квадрата. Порядок деления отрезка показан пунктиром. В результате деления получили на прямой три точки *B*, *N*, *A* и два отрезка *AN* и *BN*, отношение которых *AN/NB* = 1,618, длина же в см *AN* = 2,057 см, а *BN* = 1,272 см. Прямая *TT′*, перпендикуляр, восстановленный из точки *N*, становится полярой четвертой, отсутствующей на чертеже точки *M*. Обозначения соответствуют рис. 46. Перенесем три точки на новую прямую (рис. 48) и определим для них четвертую точку – полюс *M*. Полюс можно отыскать двумя способами: геометрическим и проективным. На рис. 48 показаны оба способа. Геометрическим способом делим отрезок *AB* пополам и из центра циркулем проводим окружность, у которой *AB* – диаметр. К точке пересечения окружности с полярой *TT′* проводим касательную *МД*. Ее пересечение в точке *M* с продолжением диаметра и будет полюсом – четвертой гармонической точкой. Построение проективное: Проводим из точки *B* две «случайные» прямые 1 и 2 (все обозначены пунктиром). Из точки *N* проводим прямую 3 до пересечения с прямой 1 в точке 6. Из точки A проводим в точку 6 прямую 4, и из нее же через точку пересечения прямых 2 и 3, проводим прямую 5. Через точки пересечения прямых 1 и 5, 2 и 4 проводим прямую MK, которая и пересечет продолжение диаметра AB в той же точке M, и снова получаем четвертую гармоническую точку

– полюс. Проведя прямые AL и BL получим вписанный прямоугольный треугольник ALB составленный из двух подобных треугольников BLN и ALN. Зная длину отрезков AN = 2,058 см и BN = 1,272 см, определяем длины всех отрезков между найденных точек. Получаем: AB = 3,33 см, NL = 1,618 см, BL = 2,058 см, AL = 2,618 см, MB = 5,39 см, ML = 6,85 см, AM = 8,72 см. Все модули этих отрезков входят в восходящую ветвь русского ряда золотых чисел [23]:

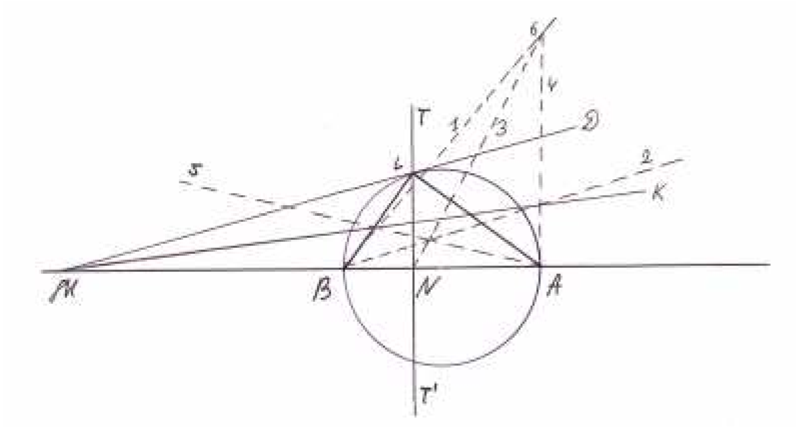
1; 1,272; 1,618: 2,058; 2,618; 3,330; 4,236; 5,388; 6,854; 8,718; … (3.29)

Ряд (3.29) можно разложить на ряд Пилецкого:

…; 1,000; 1,618; 2,618; 4,236; 6,854; …

…; 1,272; 2,058; 3,330; 5,388; 8,718; …

Рис. 48.



получив фрагмент удивительной многобазисной русской матрицы.

Все образовавшиеся точки связаны отрезками, модули длин которых кратны золотому числу Φ = 1,618 и, следовательно, эти точки квантованы гармонически через Φ, которая и лежит в основах проективных геометрий. Построение точек можно продолжить используя систему найденных точек и на прямой и на поляре, например, проведя из точки A радиусом AB дугу до пересечения с полярой. Отсеченная часть поляры будет иметь длину – 2,618 см, длина же касательной от этой точки до точки пересечения M'' будет равна 4,236 см, и т.д.

Следует обратить внимание на то, что с возрастанием количества искомых точек их сложное пропорционирование отображается отрезками не только на прямой, на которой расположен отрезок AB, но и сопровождается пропорционированием поляры по золотому числу. И ее также можно использовать для нахождения последующих гармонических точек.

Количество взаимосвязанных точек бесчисленно и путем построения, как геометрическим методом, так и методами проективной геометрии можно получить любое их гармоничное количество, начиная с трех первых.

Нахождение проективными методами геометрической золотой пропорции обусловливает появление сложных отношений не только между отрезками и точками проективной геометрии подобных (3.28), но и между модулями этих отрезков. Причем пропорционирование проявляет себя в степенной форме, образуя своеобразную геометрическую степенную комбинаторику, связывающую в единую систему все многообразие получаемых проективными методами модулей. Приведем несколько примеров:

$BL/AN = 1 - const.$ $AB/BN^3 = 1 - const.$ $BL^2 \cdot MB \cdot AL/AB^4 \cdot BN = 1 - const.$
$ML^2/AB^2 \cdot NL^2 \cdot BN^2 - const.$ $ML^2 = AB^2 \cdot NL^2 \cdot BN^2 - const.$ И т.д. (3.30)

Основой геометрической степенной комбинаторики, образующей гармонические системы, включая систему физической размерности, является в своей совокупности класс русских матриц. Именно всеобщая взаимосвязь членов числового поля русских матриц становится качественной основой математической гармонии и описывает гармонию природных, геометрических и физических систем.

Это свойство *гармоничных* фигур и комбинаторика, степенная и арифметическая, чисел обусловливает, например, возможность восстановления отдельных элементов фигур или чисел в том случае, когда они оказываются утраченными или еще не были найдены. Естественно, такое возможно только в том случае, когда построение фигур, или уравнения, связывающие утраченные числа, базируются на золотых пропорциях. Ибо золотые пропорции это гармоническая система, обеспечивающая взаимосвязь всех своих членов. Приведем пример восстановления размеров храма Господа, построенного Соломоном. Предварительно отметим, что существуют соизмерительные инструменты – древнерусские сажени в количестве 15, восстановленные А.

Пилецким, названная им «Всемером», и базирующиеся на золотом числе. Операции соизмерения, проводимые в древности с комплексом древнерусских инструментов – саженей, до сих пор остается непонятными не только для широкой общественности, но и для специалистов, реставрирующих древние сооружения и храмы. Не ясно, почему их было много? Зачем было использовать для разметки объекта в высоту одни сажени в ширину другие и в длину третьи? Почему они несоразмерны между собой? И т.д. Логика длины требовала применения единообразного измерительного инструмента. И таким инструментом стал метр. Однако метр эталон для отделения частей от целого. Им невозможно соизмерять. *Он годится только для измерения найденных пропорций. Проектировать и строить на основании метра нельзя.*

Воссоздание А. Пилецким «Всемера» из 15-ти древнерусских саженей – важнейшее историческое, культурное и архитектурное открытие XX века (см. приложение 2.). Особенность, отличающая древнерусские сажени от всех других инструментов, заключается в том, что получение их долей происходило путем раздвоения (делением пополам). Никакого дробления элементов на части более 2-х не допускалось. Всего сажень включала шесть элементов (долей), и последний – вершок был 32-ой частью сажени. Каждый элемент имел двойное название. Например, сажень великая, локоть греческий или пядь церковная, поскольку ни один из них не был равен по длине никакому другому. И только элементы малой сажени не имеют второго названия. К тому же каждая сажень по воле зодчего могла «возрастать» по длине в полтора, два и два с половиной раза. Естественно, что части этих саженей тоже пропорционально увеличатся. В приложении 3 приведена таблица длин саженей и локтей в метрических величинах (в см.) с округлением до 4-х знаков.

Последовательное деление саженей надвое производилось для того, чтобы в любой части строительного объекта укладывалось только целое число саженей или их элементов. Причем разбивка плана каждого объекта производилась четным числом саженей. Объем объекта формировался, начиная с высоты – от Бога, в котором укладывалось четное число одной сажени, затем разбивалась ширина четным числом других саженей и, наконец, длина аналогичным числом третьих саженей. Разметка внутренних объемов объекта производилась так же, но уже элементами саженей и чем меньше было помещение, тем меньшая часть сажени использовалась.

Отметим, что сажень, в противоположность метру, трехчастный инструмент. *Комплекс саженей – система для образования целого объема.* Главное отличие саженей от всех измерительных инструментов заключается в том, что *они являются не измерительными, а соизмерительными инструментами, применяются в комплексе и предназначаются для образования гармоничных объемов зданий и сооружений.* Поэтому логика применения саженей полностью отличается от логики использования метра.

Пространство, по логике изобретателей метра, мертво и потому его можно дробить и объединять в любых пропорциях, не заботясь о том, что получится в пространстве после объединения. Результатом становится возведение бесформенных пространственных сооружений, безликость городов, нагромождение коробок, дискомфорт и психологический прессинг жителей.

Для древнерусского зодчего пространство, как и Земля, являлось живым телом Господа и состояло из целых долей. Бездумное дробление Его становилось расчленением живого на части, становилось смертным грехом, надругательством над Землей вне зависимости от того, понимал ли это зодчий или нет. Зодчий в своем творчестве, а точнее в любовном сотворчестве с Господом, наделял образуемые объемы строений пропорциональностью Его долям. И пропорциональности эти формировались объемными комбинациями соизмерительных иррациональных инструментов – саженей. Пропорциональность жилого пространства строения долям Господа обусловливала ему гармоничность, благостность и долговременность.

Каковы истинные размеры храма Соломона и до сего дня «тайна великая есть». В Библии [16] говорится (3 Цар 6.2): «***Храм***, который построил царь Соломон Господу, длиною был *в шестьдесят локтей*, шириною *в двадцать локтей* и вышиною *в тридцать локтей*». И строили Его 11 лет. Многие специалисты полагают, что локоть, как и метр, был единственным инструментом для измерения протяженности, и, переводя локти длиною 0,44 м в метровую систему, получают 26,4 х 8,8 х 13,2 м, что в кубатуре составляет 4600 м^3. Но вот парадокс, та же Библия свидетельствует, что свой дом (не храм, а дом) Соломон строил 13 лет (3 Цар 7.2): «И построил он **дом** из дерева Ливанского, длиною *во сто локтей*, шириною в *пятьдесят локтей*, а вышиною *в тридцать локтей…*».

Переведя эти размеры в метрическую систему, получаем 44 х 22 х 13,2 м, что по кубатуре 12800 м^3, или почти в три раза больше, чем храм Господа. Не говоря уже о том, что по высоте они оказываются равными. И, следовательно, Соломон символически приравнивает себя Господу. Не случайно эта головоломка путает многих, и очень часто в ссылках указывается храм Господа в размерах дома Соломона [32]. Но ведь Соломон был мудр как никто в древности и, похоже, никогда не выражал желание поставить себя на уровень Господа. Не мог он построить свой дом по высоте равным храму Господню. Поэтому дом Соломона должен быть, как минимум, наполовину меньше храма Господа. Так что же образует головоломку? Головоломку создает молчание Библии о множественности саженей и о том, что сажени не являются измерительными документами (где-то, на каком-то этапе написания Библии эту «мелочь» упустили, а возможно и просто не включили). К Библии претензии предъявлять нельзя, она не учебник по строительству, а когда ее писали, каждый мальчишка обладал знанием иерархии хотя бы нескольких локтей. А логика метра, ну что поделаешь, если мы забыли другую, заставляет нас мерить по метрическому правилу одним локтем и получать нечто необыкновенное, не имеющее отношения к рассматриваемому объекту.

Теперь, имея некоторое представление о древних саженях, попробуем определить, какие же размеры имеет храм, построенный Соломоном для Господа. Сначала определимся, какой информацией мы располагаем, кроме знания о назначении саженей:

Прежде всего, нам неизвестны сакральные числа религии времен Соломона, хотя два из них – 3 и 10 заложены в параметрах 20, 30, 60. Нам известно, что еврейский народ, незадолго до построения храма, в течение сотен лет проживал в земле египетской и, значит, пользовался теми же строительными инструментами, что и египтяне. Следовательно, можно предположить, что два других египетских сакральных числа 7 и 11 могут входить в структуру храма, и сделать вывод о том, что зодчие Соломона работали по египетскому канону. На это указывает и длительность строительства храма. Ясно также, что при проектировании храма использовались бо́льшие строительные локти (например, полуторные), чем в доме Соломона. Наконец один из параметров должен давать единственное решение, т.е. иметь одно сакральное число. Скорее всего, это ширина в 20 локтей. Теперь можно приступать к нахождению метрических величин параметров храма Господа именно с его ширины.

Запишем метрические размеры локтей и, умножив их на 20, определим возможные параметры ширины храма Господа. Эти размеры последовательно поделим на числа кратные 7 и 11. В результате получаем размер, в котором укладываются все египетские и христианские сакральные числа. Расчет показывает, что ширина храма равнялась примерно 21,3 метра, и в ней укладывалось полуторных локтей городовых 20; **1,068** х 20 = **21,36** м, полуторных локтей больших 22; **0,969** х 22 = **21,32** м и локтей меньших 42; 0**,5045** х 42 = **21,19** м. И, получаем, что параметры храма включали все сакральные числа: 1(0), 7 (7х3х2), 11 (11х2). Зная это, находим высоту и длину храма. Они оказываются равными следующим величинам: высота равна **25,90** м и в ней укладываются **33** полуторных локтя фараона; 0,7842 х 33 = 25,88 м, **35** локтей царских; 0,74 х 35 = 25,90 м, и **30** полуторных локтей греческих; 0,864 х 30 = 25,92 м. Длина равна 39,56 м и в ней укладываются полуторных локтей народных 60; 0,66 х 60 = 39,6 м, кладочных 66 локтей; 0,599 х 66 = 39,53 м и простых 70 локтей; 0,5655 х 70 = 39,58 м. Главные размеры храма Господа, построенного Соломоном, определены. Каждый его параметр размерялся тремя различными полуторными саженями, т.е. храм обладал высшей степенью святости.

Теперь, для сопоставления, тем же методом, рассчитаем размеры, которые имел дом Соломона, исходя из того, что его параметры размечались одинарными локтями. За точку отсчета снова берем количество локтей, включающее одно сакральное число – 50. И находим, что дом Соломона имел следующие размеры: высоту – 15,42 м, в которой укладывались 33 локтя церковных и 35 локтей народных, ширину – 18,9 м, в которой укладывалось 33 локтя греческих, 50 локтей простых 56 локтей меньших и длину 39,9 м, где укладывалось локтей Пилецкого 77, и кладочных 100. И дом самого Соломона по объему оказывается меньше храма Господа почти в два раза, да и времени на его сооружение Соломон затратил больше, чем на сооружение храма Господня.

Похоже, что можно не ограничиваться получением главных размеров храма Господня, но и выявить величину и структуру тех элементов, из которых он складывается. Полное описание храма дается пророком Иезекиилем. Используя это описание и методы проективной геометрии, учитывая, что три основных размера храма есть сложное отношение трех исходных точек, можно, по описанию, определить все элементы храма. Но это отдельная и большая задача, решение которой не является целью данной работы. Поэтому вернемся к теме и продолжим рассмотрение качественных особенностей статической геометрии.

3.5. Фигуры золотого сечения

Задачу деления отрезка в крайнем и среднем отношении (Рис. 42) можно описать двумя размерностными уравнениями:

$(a + c)/c = c/a$ (3,31)

$(a + c)/a = (c/a)^2$, (3.32)

И решать тремя способами:

- алгебраическим, подставляя в (3.31) или (3.32) $b = c/a$ и получая алгебраическое уравнение:

$b^2 - b - 1 = 0$, (3,33)

не имеющего отношения ни к (3.31) ни к (3.32) поскольку в (3.33) отсутствует размерность, и к тому же решение ограничивается только нахождением безразмерностного числа Φ.

- геометрически, с помощью линейки и циркуля, или приведением уравнений (3.31) и (3.32) к геометрической форме посредством освобождения от знаменателя:

$a^2 + ac = c^2$, (3,34)

и после замены ac на b^2 имеем уравнение Пифагора для прямоугольного треугольника,

$a^2 + b^2 = c^2$, (3,35)

где b длина одного из катетов треугольника имеющая размерность. Появление b свидетельствует о том, что первичный отрезок AB, по-видимому, является отображением в виде прямой некоторой фигуры, находящейся на горизонтальной плоскости, а точки A, B, C, значимые точки этой фигуры.

- и, как показано выше, совместным решением (3.31) и (3.35) – находя величины всех параметров, задействованных в уравнении (3.31).

Но появлением (3.31)-(3.35) количество возможных формализаций результатов деления отрезка в крайнем и среднем отношении не ограничивается. Не исключено, что этой операцией не отрезок делится надвое, а находится отношение длин некоторых параллельных отрезков AB, AC, и BC (рис. 49.1) расположенных на соответствующем расстоянии друг от друга торцом к наблюдателю и для них можно записать следующую пропорцию:

$AB/AC = AC/BC$. (3,36)

И это не все. Уравнение (3.35) может оказаться не уравнением Пифагора, а формализацией положения окружности на плоскости, достаточно преобразовать его в следующий вид:

$a^2/c^2 + b^2/c^2 = 1.$ (3,37)

Вот тот набор фигур, которые могут «скрываться» на плоскости за формулировкой «деление отрезка в крайнем и среднем отношении». И у нас отсутствует основание для игнорирования анализа любого из этих уравнений. Начнем рассмотрение с уравнения (3.35), поскольку именно в нем проявляет себя появление третьего отрезка.

Как следует из (3.35) в результате деления отрезка *АС* на две части получены три отрезка образующие прямоугольный треугольник, что логически невозможно. К тому же остается неясным механизм выявления размерностного *Ф*, и отсутствуют ответы на вопросы: Откуда появляется третий отрезок в уравнении Пифагора (3.35), ведь согласно уравнению (3.31), отрезок делится на две, а не на три части? Действительно ли уравнения (3.31), (3.32) воспроизводят деление отрезка, или совместно они отображают какие-то другие геометрические фигуры? Если фигуры, то какие? Можно ли по одной доле отрезка, *а* или *с*, решить обратную задачу: восстановить его полную длину геометрическими методами (с помощью линейки и циркуля)? Попробуем разобраться в этих вопросах.

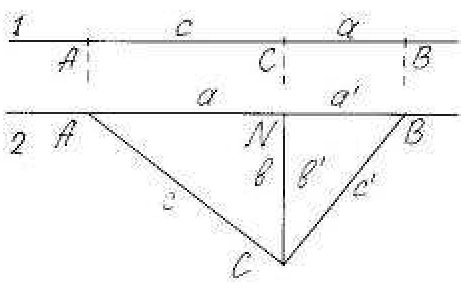
Сначала отметим, что предполагаемая прямая может оказаться горизонтально расположенной плоскостью с нанесенными на ней одной или несколькими фигурами, которые в таком случае будут невидимы, или проявят себя в виде отрезка. И потому процесс «деления» оказывается не только делением, но и выявлением на «ребре» плоскости элементов какой-то фигуры или фигур, расположенных в промежутке между точками *А* и *С*. Вероятно поэтому для деления отрезка *АС* с помощью циркуля и линейки приходится строить, как это показано ранее на рис. 47, вспомогательный двусмежный квадрат *АСДВ*.

На рис. 47. точка *N*, делящая отрезок в золотой пропорции, найдена. Она становится значимой, поскольку вместе с *А* и *В* может отображать, например, существование трех евклидовых параллельных прямых, видимых с торца. Данное отображение не проявляет наличия параметра *b*, но и не отрицает возможность существования евклидовых параллельных. Такой вариант не исключается, поскольку три искомые точки *А*, *В*, и *N* наличествуют, и его нельзя отбросить без рассмотрения. Другой вариант – возможность наличия двусмежного квадрата на плоскости, используемого для геометрического деления отрезка в крайнем и среднем отношении. Но для двусмежного квадрата точка N не является значимой. Она не отображает ни одного элемента этого квадрата и не определяет значимость параметра b. Двусмежный квадрат, похоже, проявляет себя только как подсобный элемент для нахождения точки N. Если же на базе AC построить два квадрата (показано пунктиром), стороны которых равны долям поделенного отрезка a и c и одна из сторон общая, то на горизонтальной плоскости отобразятся три значащих точки A, B, N. Однако и в этом построении существование параметра b не просматривается.

Точка N делит отрезок AB на две части (доли), отношение которых в соответствии с (3.33) равно: $\Phi = BN/AN = 1{,}618\ldots$ или $1/\Phi = AN / BN = 0{,}618\ldots$. Однако у нас нет доказательства того, что формализация, описывающая деление отрезка в крайнем и среднем отношении, является единственной и ограничивается только этим делением. Нельзя исключить и того, что за процедурой, определяемой как деление отрезка, скрывается некий способ выявления элементов еще некоторой фигуры (фигур?) «лежащей» на плоскости, например, прямоугольного треугольника. Об этом свидетельствует и то, что в результате преобразования пропорций (3.31) и (3.32) получается уравнение Пифагора (3.35) включающее – гипотенузу c и два катета a и b. Причем появление катета b из уравнений (3.31) и (3.32) оказывается полной неожиданностью. И потому деление отрезка в крайнем и среднем отношении требует дополнительного исследования.

Предположим, основываясь на уравнении (3.35), что процесс деления отрезка (то, что процесс ограничивается делением «отрезка», теперь ставится под сомнение), является также процедурой нахождения какой-то выделенной точки некоего прямоугольного треугольника видимого с ребра. Повернем предполагаемую плоскость на 90° и рассмотрим элементы каких фигур могут оказаться отображенными точками A, B, N (рис. 49.2).

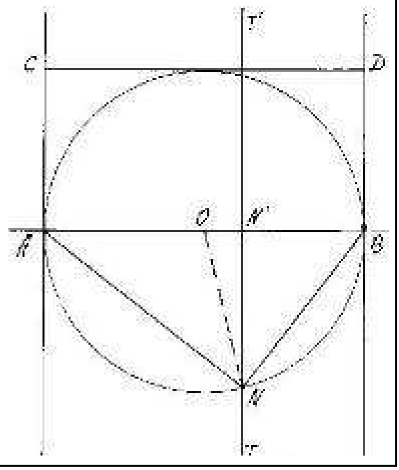
Рис.49.



Поскольку отрезок AB разделен на две части золотым сечением, то можно полагать, что и треугольник, опирающийся на этот отрезок является золотым треугольником. Построим на отрезке равном *AB* золотой прямоугольный треугольник *ABC*, и опустим из вершины *C* на гипотенузу перпендикуляр *CN*. Перпендикуляр достигнет гипотенузы в точке *N*, и поделит треугольник *ABC* на два подобных золотых треугольника *ANC* и *CNB*. Причем катет *CN* оказывается общим для обоих треугольников, а сами треугольники «сомкнутыми» (сдвоенными) катетом $b = b'$.

Можно подойти к построению золотого треугольника иначе, если в соответствии с (3.36) предположить, что отрезок *AB* является диаметром окружности, а точка *N* – вершина прямоугольного треугольника с гипотенузой *AB*, расположенной на горизонтальной плоскости (рис. 50). В этом случае центр окружности *O* скрыт катетом треугольника и не является значимой величиной. Если принять, что радиус окружности равен, например, $R = 5$ см, доли отрезка равны $AN' = 6{,}18$ см, $BN' = 3{,}82$ см, т.е. диаметр, поделен в золотой пропорции: $AN'/BN' = 1{,}618$, то можно определить высоту *NN`* и длину катетов $AN = 7{,}86$ см и $BN = 6{,}18$ см данного треугольника. Т.е. *AN`* = *BN*. У треугольника *ABN* высота *NN`* = 4,86 см, и она пропорциональна отношению $|AN'|/|NN'| = \Phi = 1{,}618$, а стороны пропорциональны числу *Ф*. (Покажем это на отношениях модулей сторон: 3,82 : 3,82 = 1; 6,18 : 3,82 = 1,618; 10,0 : 3,82 = 2,618). Следовательно, *процедура деления «отрезка» в крайнем и среднем отношении может выявить как точку N на отрезке либо угол ANB, либо высоту N´N вписанного в окружность прямоугольного треугольника*.

Рис.50.



Треугольник *ANB* носит название золотого степенного треугольника поскольку отношение его сторон пропорциональны числу $\Phi = (1{,}272)^2 = 1{,}618$. Если, например, принять, что у золотого треугольника меньший катет равен $\Phi^1 = AN = 1{,}618$ (см), то другой катет равен $\Phi^2 = BN = 2{,}618$ (см), а гипотенуза $\Phi^3 = AB = 4{,}236$ (см). И, следовательно, за процессом делением отрезка в крайнем и среднем отношении может скрываться отображение на горизонтальной плоскости геометрической фигуры – золотого прямоугольного треугольника обращенного прямым углом N к математику. Процесс же деления выявляет точку схождения катетов этого треугольника и длину его высоты $NN' = b$, а потому и ее размерность (см).

Уравнения (3.31) и (3.32) в этом случае могут относиться к каждому из подобных треугольников, и будут иметь, например, следующий вид:

$b' = (a' + c')/c' = c'/a'$,

$b^2 = (a + c)/a = c^2/a^2$,

при $b = b'$,

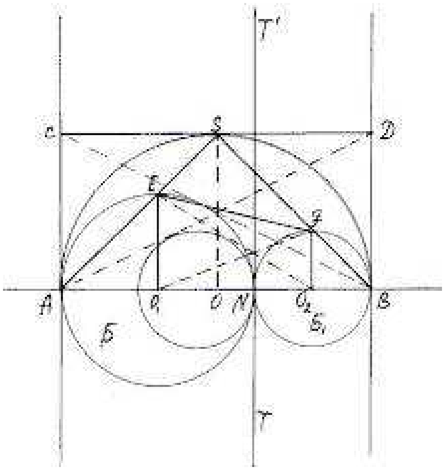
совместно описывая не деление отрезка в крайнем и среднем отношении, а существование на плоскости сдвоенного золотого треугольника.

Будем полагать, что объяснение наличию пропорций (3.31) и (3.32), и следующего из них уравнению Пифагора, найдено. Но теперь, когда обнаружилось существование, по меньшей мере, двух фигур в одном месте, возникает вопрос, а не скрываются ли там еще и другие фигуры, дополняющие найденные? Тем более, что алгебраическое решение уравнения (3.33) дает два значения числа Φ: $\Phi = 1{,}618$ и $\Phi = 0{,}618$ и только одно из них отображается рисунками 49, 50. Возможно, это свидетельствует о том, что полученная фигура золотого треугольника является одним из возможных вариантов решения и нельзя исключить, что существуют другие фигуры, которые отражают два значения величины Φ. Поэтому продолжим рассмотрение возможности отображения отрезком AB других фигур. Поищем другие варианты.

Можно предположить, например, что точка N есть точка соприкосновения двух смежных окружностей. Построим обе окружности (рис. 51), для чего повторим построение двусмежного квадрата *АВСД* и нахождение точки N. Проведем диагонали в двусмежном квадрате (показано штрихами) и разделив доли AN и BN пополам проведем циркулем окружности *Б* и $Б_1$, с радиусами R и r. Обратим внимание на то обстоятельство, что диагональ CB двусмежного квадрата $ACDB$ является касательной к окружности *Б*. Если же теперь «повернуть» окружность $Б_1$ вокруг TT\` как вокруг оси на 180°, то заняв часть окружности *Б*, она оказывается касательной к другой диагонали двусмежного квадрата – CB.

Проведем в каждом из квадратов по диагонали AS и SB, получив равнобедренный треугольник ASB, и восстановим из центров окруж-

Рис.51.



ностей перпендикуляры до пересечения их с окружностями. Точки *E*, *F* пересечения радиусов *R* и *r* с окружностями *Б* и $Б_1$ будут лежать на диагоналях *AS* и *SB*, т.е. на сторонах равнобедренного треугольника (рис. 51). Если же соединить точки пересечения *E* и *F* прямой, то получим разностороннюю трапецию O_1EFO_2. Диагонали этой трапеции пересекаются на перпендикуляре, восстановленном из точки *N*. Если предположить, что трапеция может «двигаться» деформируясь внутри треугольника *ASB*, при постоянном соприкосновении радиусов со сторонами треугольника *ASB*, то при ее «движении» влево или вправо, нижнее основание трапеции будет оставаться неизменным. А радиусы окружностей, остальные стороны и диагонали будут пропорционально деформироваться таким образом, что точка пересечения диагоналей трапеции будет всегда находиться на перпендикуляре, восстановленном к диаметру через точки соприкосновения окружностей *N*. И, следовательно, элементы трапеции и окружности, на которые она «опирается» взаимосвязаны Все элементы фигуры, кроме нижнего основания деформируются пропорционально, при «перемещении» в плоскости равностороннего треугольника *ASB*. На рисунке 51 зафиксирован тот миг движения, когда радиусы окружностей относятся друг другу пропорционально числу *Ф*:

$R/r = 1{,}618\ldots, \qquad r/R = 0{,}618\ldots$.

Получаются те же величины отношений, которые извлекаются из решения уравнения (3,33). И потому нельзя исключить, что и фигура на рис. 51 тоже имеет какое-то отношение к делению отрезка в крайнем и среднем отношении, когда точка деления является точкой касания окружностей или точкой пересечения диагоналей разносторонней трапеции. Однако и в этом случае отсутствует размерностная величина *b*, поскольку отношение радиусов не оказывается размерностной величиной.

Отметим, что наличие двух смежных окружностей, (или сферических образований?) соприкасающихся в одной нейтральной точке как бы моделирует в статике структуру гравитационных полей небесных тел. (Например, структуру Солнца и одной из ее планет, имеющих в качестве нейтральной «точки» – зону одинаковой напряженности своих гравитационных полей.). И структуру молекул (например, структуру молекулы воды) и атомов микромира и т.д. (рис. 19)

Таким образом, процесс деления «прямой» в крайнем и среднем отношении по уравнению (3.31) возможно выявляет существование на горизонтальной плоскости одной из описанных выше фигур (трех параллельных прямых, двух разновеликих квадратов с общей стороной, двусмежного квадрата, двух соприкасающихся окружностей) или, по уравнению (3.35) сдвоенного золотого треугольника с высотой b.

К тому же, как следует из (3.35), деление «отрезка» в крайнем и среднем отношении включает в себя не только видимую (проявленную часть операции − раздвоения первичного отрезка, и результата – появления двух долей–отрезков), но и скрытую, невидимую ее часть (появление прямоугольного треугольника и его катета $|NN'| = b$). Невидимая часть может содержать прямоугольный треугольник, с перпендикуляром. Не исключено существование и других фигур: прямоугольников, трапеций, треугольников и окружностей (сфер?). Т.е. *одной операцией из двух действий по делению отрезка на две части обусловливается возможность появления нескольких различных фигур, отсутствующих по условиям задачи.* Это обстоятельство свидетельствует о существовании в геометрии скрытых фигур (параметров) и неизбежности двойственных результатов некоторых решений (ниже будет показано существование скрытых фигур, например, в проективной геометрии). К тому же элементы всех образуемых на рис. 49-51 фигур оказываются пропорционированными (как бы квантованными) золотому числу Φ или членам числового поля русской матрицы (об этом далее).

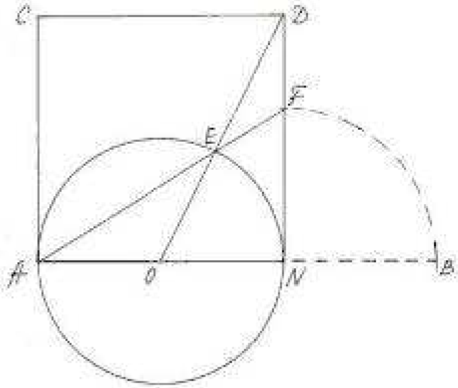
Обратим внимание еще на одно очень важное обстоятельство. На появление на рис. 51 равнобедренного треугольника *ASB* и трапеций, как снаружи фигуры – *АСДБ,* так и – внутри равнобедренного треугольника O_1EFO_2. Точка S равнобедренного треугольника, лежащая на окружности, как будет показано далее, может оказаться несобственной точкой Дезарга, способной перемещаться по поляре и, следовательно, стороны треугольника *ASB* могут приобрести статус параллельных прямых. Наличие же трапеции внутри равнобедренного треугольника как бы обусловливает некое побуждение фигуры к движению, к изменению, к деформации. Фигура трапеции на этом рисунке есть мгновенный снимок из множества тех, которые возникают при ее совместном с окружностями движении, произведенный в тот момент, когда радиусы окружностей оказались пропорционированы по золотой пропорции. И главное, – в этой фигуре просматриваются элементы статико-динамической (полудинамической) геометрии. Геометрии, в которой присутствует «кадрированное время» (дискретизированное по мгновениям), т.е. фиксируются отдельные положения изменяемой фигуры, общее изменение которой можно связать воедино путем построения ряда промежуточных положений (кадров) постепенно преобразующих (деформирующих) одну фигуру в другую. Этими преобразованиями занимается проективная геометрия. Здесь же отметим, что проективная геометрия является частью статико-динамической геометрии, из комплекса первичных фигур которой искусственно удалены многие структурные элементы (искусственное удаление скрыло эти элементы от рассмотрения и усложнило развитие проективной геометрии), и производилось преобразование только одного из них (например, комплекса из четырех гармонических точек). В результате оказалось незамеченным главное, что составляет основу проективной геометрии – *ее динамический характер*.

Появление нескольких типов фигур, «базирующихся» на сечении отрезка в крайнем и среднем отношении: параллельных Евклида, Дезарга (ASB), треугольников, трапеций и окружностей обусловливает возможность построения статико-динамической геометрии, в которой могут наличествовать как неподвижные, так и движущиеся фигуры различной структуры, обладающие свойствами системы, с деформирующимися элементами при движении в пространстве изменяемой плотности.

Динамический характер проективной геометрии будет подробнее рассматриваться далее, здесь же остановимся на возможности восстановления целого отрезка, разделенного крайним и средним отношением по одной из его долей-частей. Например, по большей доле (рис. 52.).

Для нахождения полной длины отрезка по его большей части *AN* построим на этой части квадрат *АСДN*. Из центра основания квадрата *О* раствором циркуля проводим окружность, для которой отрезок *AN* оказывается диаметром. Из угла *Д* к центру *О* проводим прямую, пересекающую окружность в точке *E*. От угла *A* через точку *E* проводим прямую до пересечения со стороной *ДN* в точке *F* и раствором циркуля переносим расстояние *FN* до пересечения с продолжением прямой *AN* (показано штрихами) в точке *B*. Образовавшаяся линия *AB* и представляет собой полную длину отрезка до его разделения в крайнем и среднем отношении, а отрезок *BN* является его меньшей частью.

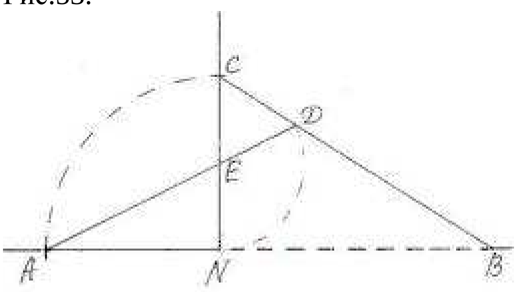
Рис.52.



После нахождения точки *E* построение можно провести другим способом. Через точку *E* провести касательную до пересечения с продолжением диаметра *AN*. Точка пересечения *B* и отсечет отрезок равный тому, который был до деления в крайнем и среднем отношении.

Проведем построение полного отрезка, разделенного в крайнем и среднем отношении, по его меньшей части (рис. 53.). На прямой отложим отрезок *AN* равный меньшей доле первоначального отрезка. Из точки *N* восстанавливаем перпендикуляр и циркулем переносим на него в точку *C* длину отрезка *AN*. Через центр *E* отрезка *CN* проводим прямую *AE* и переносим циркулем на ее продолжение расстояние *EN*. Через образовавшуюся точку *Д* из точки *C* проводим прямую до пере-

Рис.53.



сечения с продолжением прямой AN в точке B. Образовавшаяся доля NB и будет большей частью искомого отрезка AB.

Обобщение:

– Деление отрезка в крайнем и среднем отношении может описываться двумя пропорциями (3.31) и (3.32). Преобразование этих пропорций выявляет некоторые невидимые геометрические фигуры как бы не имеющие отношения к первоначальным пропорциям.

– Появление в результате преобразований (3.31) и (3.32) дополнительного отрезка свидетельствует также о том, что *фигуры в динамической геометрии являются системами, у которых все элементы взаимосвязаны*. Преобразование уравнения, описывающую данную фигуру в другую форму, вызывает соответствующее изменение самой фигуры или ее элементов.

– Взаимосвязанные элементы фигур наличествуют только в динамических системах, а процедура деления отображает динамику «перемещения» или изменения структуры фигуры.

Обнаружение невидимых фигур при делении отрезка в крайнем и среднем отношении не случайное явление в русской геометрии. Оно свидетельствует о том, что *деление есть динамический процесс, отображающий, формализованную в систему взаимосвязь нескольких виртуальных элементов или фигур и их «проявление» в процессе преобразования уравнений*. Аналогичные фигуры и свойства пронизывают всю русскую геометрию. Познакомимся с ними подробнее.

Глава IV

Статико-динамическая проективная геометрия

4.1. Несобственные точки Дезарга

Выявленные, в процессе рассмотрения задачи деления отрезка в крайнем и среднем отношении, фигуры могут образовывать сами или служить основой для построения множества фигур любой из существующих геометрий: физической (динамической), статико-динамической (похоже, биологической) и статических. Если статические геометрии хорошо изучены и, в частности, статическая геометрия Евклида известна уже более двух тысячелетий, то возможность существования статико-динамической и физической геометрии даже не предполагается. А между тем развитие основ статических геометрий не могло обойти стороной статико-динамическую геометрию. И естественно, что ее элементы не могли не проявить себя при этом развитии. И они проявились. Но в такой форме, что динамика фигур, их деформация и движение оказались скрытыми от рассмотрения, а само движение, происходящее в рамках кадрированного времени, оказалось не обнаруженным. И потому статико-динамическая геометрия получила развитие в форме хорошо известных проективных геометрий. Очень коротко, ориентируясь на [27], рассмотрим некоторые положения проективных геометрий и покажем, что в данных геометриях «неподвижные фигуры» обладают свойством кадрированного движения, характерного для полудинамических систем.

Еще раз отметим, что в статических и в статико-динамической геометриях отсутствует время как свойство тел и потому всякое движение элементов и фигур статико-динамической геометрии отображается как фиксация (стоп-кадр) их пространственного положения в неопределенное мгновение. Сами фигуры в любой фиксированный момент времени неподвижны. Изменение их является кадрированным (как и кадров на кинопленке). Кадр фиксирует изменение (деформацию) в процессе движения фигуры в неопределенное мгновенье.

В статической геометрии, как уже отмечалось, элементы фигур не связаны между собой. Они могут принадлежать или не принадлежать фигуре, существуют вне пространства и времени и остаются неизменными как в фигуре, так и за ее пределами. В статико-динамической (полудинамической) геометрии все элементы фигуры принадлежат фигуре, находящейся между базисами (базисной прямой и точкой опоры), и при изменении положения одного базиса все остальные элементы фигуры пропорционально меняются (деформируют). Фигура в статико-динамической (биологической) геометрии является отдельной системой. Все ее элементы связаны между собой и неотрывны от нее. *Фигура всегда находится внутри и под действием некоторого плотностного анизотропного поля. Анизотропное поле образуется как базисом, так и опорной точкой, и фигуры обычно оказываются в плотностном поле одного из них, либо обоих (многих).*

Опорная точка есть некоторое отдельное, плотностное образование вроде геометрической гравитирующей точки. *По своему геометрическому воздействию на окружающие фигуры опорная точка подобна гравитирующему телу. Фигура, находящаяся в «поле» опорной точки, некоторым образом «взаимодействует» с этим полем.* Движение фигуры в поле сопровождается воздействием поля на фигуру, вызывающим ее деформацию и наоборот.

Базисом может являться либо гравитирующая точка, либо линейная последовательность многих близрасположенных гравитирующих точек, которая является аналогом линии, либо плоскость из таких же гравитирующих точек. Базисная «прямая» может представлять собой линию различной кривизны, в том числе и окружность. Причем опорная точка или точки опоры могут находиться как снаружи окружности, так и внутри ее. Пропорционирование фигур и их элементов внутри такой окружности и вне ее производится по общим правилам.

Отметим, что могут существовать фигуры с одним базисом, при этом второй базис как бы потенциально существует на бесконечности. В этом случае сама фигура, вместе с базисами представляет собой единую систему взаимосвязанных элементов или фигур с точкой опоры или без оной, «функционирующую» в определенном анизотропном пространстве и структурно зависящую от положения в нем. Точка опоры S – может быть либо опосредованно точкой (базисная точка), либо плотностной прямой на плоскости, видимой с торца, и всегда является несобственной точкой Дезарга. Изменение положения точки опоры в плотностном пространстве с одной стороны образует новое пространство, отображая иллюзию вневременного движения. А с другой деформирует все элементы перемещаемой фигуры пропорционально структуре создаваемого пространства. Это свойство пропорционального изменения фигуры и ее элементов в зависимости от места расположения точки опоры сохраняется и в том случае, когда элемент «вырезается» (вырывается) из фигуры, проявляя себя как часть базиса. И его деформация при перемещении самого элемента или точки опоры рассматривается вне зависимости от фигуры, из которой он изъят, но по законам пропорционирования фигуры. Более того, сама фигура в этом случае тоже деформирует вместе с вырезанным элементом, но в скрытой форме и процесс этой деформации можно воспроизвести, если даже неизвестна начальная форма фигуры, но сохранилась хотя бы часть ее элементов.

Возможность рассмотрения пропорционирования отдельно взятых элементов фигуры при их перемещении в плотностном поле опорной точки и базиса и послужила основой возникновения проективной геометрии, – геометрии, описывающей перемещение и деформации, вырезанных из фигур единичных элементов. В ней, как уже упоминалось ранее, рассматривается гармоническое отношение четверки точек, «выхваченных» из некоторой фигуры. *Однако за гармоническим пропорционированием точек скрывается пропорционирование отрезков, которые находятся между этими точками. Сами же отрезки являются элементами скрытых фигур, которые «ускользнули» от рассмотрения на начальном этапе построения проективной геометрии и потому оказались не востребованными в ее основах*. Познакомимся в общих чертах с обстоятельствами, обусловившими появление скрытых фигур и гармонизацию отношению четверки точек.

Начнем с параллельных, которые при их перспективном продолжении (т.е. в движении, которое никогда не кончается), на горизонте (на бесконечности) сходятся в точку, как бы пересекаются. Понятно, что точки пересечения нет, что это условность и параллельные остаются параллельными на бесконечности, но эффект как бы существует и Дезарг предложил считать точки мнимого «пересечения» параллельных в геометрии проекциями «бесконечно удаленных» точек. Более того, он также предложил считать бесконечно удаленные точки пересечения прямых – *несобственные точки, равноправными всем остальным точкам*. Таким образом, как говорится в [27]: « … *Дезарг дополняет (!? Авт.) евклидово пространство новыми элементами:* ***несобственными*** (*бесконечно удаленными*) ***точками***, *а также еще и плоскостью, на которой лежат все несобственные точки, –* ***несобственной плоскостью***. …*И предлагает считать бесконечно удаленные точки равноправными (со всеми остальными) точками*».

Прежде всего, Дезарг не дополняет евклидово пространство, поскольку таковое здесь не существует, а образует свое, вводя несобственное пространство и несобственные точки, и получая анизотропное плотностное пространство. Постулировав существование несобственной точки, Дезарг тем самым постулировал наличие в геометрии плотностного центра – основы аксиомы о динамических параллельных. Центр – точку, в которую входят параллельные как бы соединяясь в своем бесконечном движении. Точка «пересечения» параллельных на плоскости есть плотностная точка динамической геометрии. Точка, с приближением к которой пространство, окружающее ее, уплотняется, становясь проективным аналогом природного пространства, состоящего из физических точек различной плотности (эфира). Тем самым он, неявно, постулировал существование плотностного пространства и совершенно нового геометрического качества – плотностности, неизвестного в евклидовой геометрии. Принятое Дезаргом равноправие точек пересечения параллельных с точками евклидовой геометрии, не находящимися на бесконечности, аннулировало качество плотностности и формально превратило эти плотностные анизотропные точки, в изотропные точки евклидова пространства, которыми можно было оперировать по законам статической геометрии. Равноправие несобственных точек с евклидовыми точками скрыло их динамический характер.

Это «дополнение евклидова пространства» равнозначными несобственными точками и несобственным пространством требовало изменения представления о геометрическом пространстве, о точке, о взаимосвязях элементов фигур и о возможности движения в статической геометрии. Однако пересмотра не последовало. Постулирование несобственных точек и плоскостей обусловило появление новой статической проективной геометрии. В ней параллельные прямые отсутствуют. («*У Дезарга две прямые одной плоскости всегда пересекаются. Ограничений никаких*» [26]).

Повторимся – поскольку, по определению, параллельные прямые пересекаться не могут, то постулирование их пересечения вносит в неявной форме в евклидову геометрию противоречащее ей качество – кадрированное движение. Качество, которое свидетельствует о замедлении физического времени при движении к плотностному центру и полностью изменяет структуру статической геометрии, обусловливая возрастание «плотностности» пространства к области «пересечения параллельных прямых». В результате изотропное евклидово пространство автоматически, помимо нашего понимания и желания, становится пространством анизотропным, пространством, деформирующим тела, помещаемые в него при перемещении из одной области в другую. И это изменение качества евклидова пространства привело к появлению геометрического движения и к деформации фигур и их элементов, не замеченных современниками:

Во-первых, потому, что в проективной геометрии рассматривалось перемещение не фигур, а точек, которые в движении не деформируются. Характерный пример – «гармоническая четверка точек». При перемещении их в пространстве проективной геометрии, отрезки между точками изменяются гармонически, а это изменение формулируется как отношение между точками.

Во-вторых, потому, что движение, по современным представлениям, происходит только в непрерывном времени, а время в статической геометрии отсутствует по определению.

В-третьих, не предполагалась даже возможность динамических изменений геометрических фигур.

В-четвертых, преобразование и деформация фигур в проективном пространстве было подменено так называемым *сложным отношением четырех точек*, за которым скрывалось отношение расстояний между точками, а не точек, и за этими точками существование геометрических фигур в пространстве даже не просматривалось. Понятие «*сложное отношение четырех точек*» тоже введено Дезаргом как простейшая величина, сохраняющаяся при проектировании, т.е. являющаяся инвариантом проективной геометрии.

Повторимся, – *постулирование пересечения параллельных на бесконечности означает введение в статику элементов динамической геометрии. Для «достижения» точки «пересечения» параллельных на бесконечности им приходится двигаться в изменяемом плотностном пространстве*. Т.е. *перемещаться в ином пространственном качестве, внося в статическую геометрию элементы динамики*. При этом параллельные динамической геометрии не пересекаются, а «входят» в плотностную точку динамической геометрии и никуда из нее не выходят. Именно плотностная точка и является физическим аналогом несобственной точки Дезарга. К тому же существование несобственной точки не является фактом пересечения параллельных, а только свидетельством некоего сближения линий на горизонте *в процессе бесконечного движения вглубь плотности, воспринимаемого как плотностная точка*. И поэтому *несобственные точки никогда не могут быть равноправными и равнозначными с геометрическими точками, поскольку несобственные точки существуют как отображение в геометрии плотностной телесности пространства*. Несобственные точки – порождение динамической аксиомы о параллельных. *Они суть свидетельства бесконечного кадрированного геометрического движения фигур в плотностном поле, которое и есть время*. С их введением в геометрию последняя качественно изменяется. Статическая геометрия Евклида приобретает динамику, а вместе с ней и новое *проективное пространство, – плотностное анизотропное пространство, в котором фигуры и их элементы, перемещаясь, деформируются, т.е. взаимодействуют с пространством*.

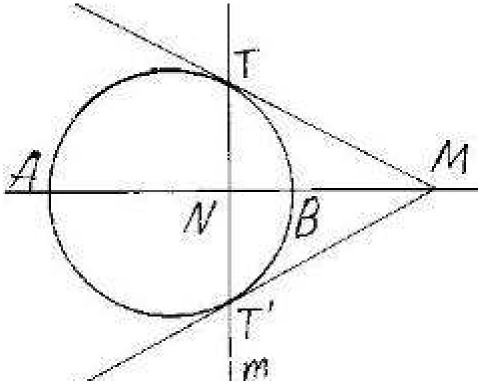
С появлением несобственных точек и плоскостей, обусловивших возможностью перемещения базисных фигур, в геометрии появилась и возможность перемещения отдельных элементов; точек, отрезков, фигур, причем таким образом, что наличие фигур, в которые эти элементы входили, становилось незаметным, скрытым. И существование таких скрытых фигур сохраняется на протяжении всего существования проективных геометрий. Рассмотрим, как это произошло, какие фигуры оказались скрытыми, и какие последствия обусловило существование несобственных точек в геометрии.

4.2. Скрытые фигуры статико-динамической геометрии

Остановимся на процессе появления четырех точек на прямой. В предыдущей главе коротко описан этот процесс и показано наличие окружности, поляры *TT`* с отметкой *N* на диаметре *AB* и полюса *M* на продолжении диаметра (рис. 54). *Вместе с точками A и B, лежащими на пересечении прямой окружностью, получается только две пары точек*: одна на окружности *A* и *B*, а вторая – полюс *M* и точка *N* пересечения диаметра с полярой *TT´*. Рассмотрение и ограничивается четырьмя точками на прямой *A, N, B, M*. Отметим еще раз главное: отношение длин отрезков *AN* и *NB* равно отношению длин отрезков *AM* и *BM*.

$$AN/NB = AM/BM \qquad (4.1)$$

Рис.54.

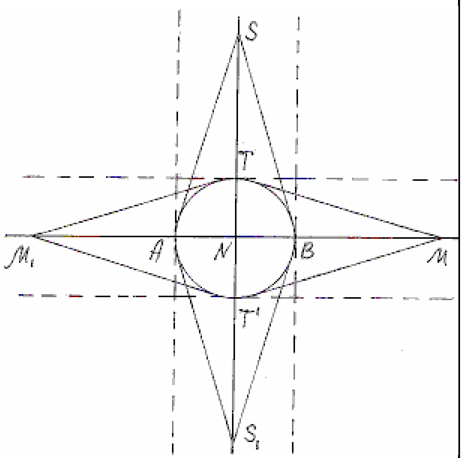


Точки этого отношения, *N* и *M*, разделяют отрезок *AB гармонически* и совместно называются *гармонической четверкой точек*. Особо отметим, что центр окружности, построенной на диаметре *AB*, не входит в структуру проективной геометрии и не является не только гармонической, но и значимым элементом проективной фигуры. И все перемещаемые отрезки с четырьмя гармоническими числами, не включают в себя центр окружности как некое расстояние, гармоничное остальным ее отрезкам. Неизменным остается количество точек на прямой и ее единственный полюс − *M*. Подчеркнем еще раз – в проективной геометрии на прямой существует единственный полюс *M*. И этот полюс не имеет отношения к фигуре. Ни сама фигура, ни ее элементы не распространяются на другие направления пространства, что обедняет и делает односторонней всю структуру проективной геометрии. И потому сама фигура (рис. 54) остается «однобокой» и асимметричной.

На рис. 55 эти элементы, обусловливающие образование четырех гармонических точек, доведены до симметричного вида и показаны в своей полноте. На нем показано, что гармонических точек оказывается не четыре, а, по меньшей мере, пять. Добавилась точка M_1. В центре круга под прямым углом пересекаются базисная прямая на которой расположен диаметр *AB*, и поляра *TT´*. Через точки *A* и *B* проходят евклидовы параллельные прямые (на рис. 55 изображены штрихами). Прямые *AS* и *SB*, как и AS_1 и S_1B есть параллельные Дезарга. Они «пересекаются» на бесконечности в точках *S* и S_1 на поляре, и потому эти точки являются несобственными плотностными точками. Образуемые фигуры, подобные треугольники *ASB* и AS_1B, симметричны относительно базисной прямой (рис. 55). Они могут быть названы проективными пирамидами.

Поляра *TT´*– геометрическое отображение на плоскости зоны одинаковой плотностности между параллельными. Физически же поляра есть область пространства, в которой плотностные параметры двух параллельных совпадают. Это своего рада нейтральная зона между ними. Она существует, пока существуют «плотностные» параллельные. Смещение поляры как нейтральной зоны к одной из параллельных означает, что другая параллельная имеет большую плотностность. Точка *S* хорошо известна в проективной геометрии, но известна как центр проекции, а не как неотъемлемый элемент поляры *TT*`. Она – несобственная точка на поляре полюсов *M* и M_1, названная выше точкой опоры. *Точка опоры S – базисная точка, точка, не имеющая центра, плотностное пространство статико-динамической геометрии, в которую со всех сторон сходятся параллельные лучи.*

Рис. 55.



Через точки пересечения поляры *TT´* с окружностью на бесконечность проведены касательные (показано штрихами). На бесконечности данные касательные тоже «пересекаются» на базисной прямой и точки их пересечения становится несобственными точками, – полюсами серии *M*. Их расположение тоже симметрично. Т.е. на бесконечности *полюс M изменяет свое качество и в этом случае оказывается не просто точкой, а несобственной точкой Дезарга*. И бесконечная, на которой расположен отрезок *AB* и точка *M*, становится своего рода многоточечной, неподвижной полярой. Это очень важное обстоятельство, не отмеченное в проективной геометрии, меняет представление как о четырех гармонических точках, так и о структуре проективной геометрии.

Перемещение полюса *M* из бесконечности в зону окружности не отражается на его новом качестве, оставляя ему значимость несобственной плотностной точки. Следовательно, и *геометрия пространст-*

ва, заключенного в промежутке TMT` должна некоторым образом отличаться от пространства евклидовой геометрии, поскольку вблизи окружности и в ней появились точки разного несовместимого качества. В целом крестообразная фигура, может быть названа проективным крестом, и имеет способность кадрировано изменяться (деформировать), так как точки опоры S и S_1 могут перемещаться в любую область пространства над базисной прямой, вызывая деформацию всей фигуры, заключенной в структуру пирамиды (кроме основания). Поскольку двойки параллельных прямых, касательных к окружности, пересекаются под углом 90° и проходят за ее пределы на бесконечность вверх и вниз, вправо и влево, то согласно Дезаргу, во всех четырех направлениях они на бесконечности пересекаются в несобственных точках M, M_1, S, S_1 и др., лежащих на базисной прямой и поляре, а образуемая ими в скрытой форме первичная фигура есть проективный крест (рис. 55.).

Таким образом, *фигура проективного креста представляет собой геометрическое единое*. Все элементы ее взаимосвязаны и взаимообусловлены. Причем точки опоры серии S хотя и принадлежат фигуре и входят в *целое*, являются достаточно «самостоятельными» объектами и как бы «отделены» от окружности своей нейтральной зоной, проходящей внутри пирамид. *То, что точка S способна «перемещаться» в любую область пространства, а не только по поляре, свидетельствует о том, что в любой области пространства существуют аналогичные плотностные точки, являющиеся невидимыми элементами пространства. И каждый элемент фигуры: точки, отрезки, пирамиды и т.д., являясь отдельным, обладает возможностью «самостоятельного движения», которое все равно будет происходить по законам движения единого*. В современной проективной геометрии фигура как *единое* не рассматривается.

Фигуру, несколько напоминающую проективный крест – окружность, с тремя вертикальными касательными, только повернутую на 90°, мы уже встречали при рассмотрении процесса деления отрезка в крайнем и среднем отношении. Это три параллельные на рис. 50, пересекающие бесконечную прямую AB в точках A, B и N, только там прямая TT` проходила не через центр окружности. Эти параллельные перенесены на рис. 55 и отмечено, что точка N в этом случае оказывается проекцией прямой TT' на диаметр, а сама прямая – полярой, которая может перемещаться по диаметру от точки B к центру окружности вызывая перемещение полюса M, образуемого касательными, от точки *B* вправо от окружности. То же самое происходит при перемещении поляры от точки *A* с левой стороны фигуры вправо, где аналогом точки *M* становится точка M_1. Перемещение поляры в промежутке между точками *A* и *B* вызывает асимметрию пирамид и сопровождается пропорциональным перемещением касательных к окружности *TT´*, а вместе с ними и образуемых ими полюсов. При перемещении к окружности полюса серии *M* остаются несобственными точками еще и потому, что они перемещаются по несобственной базисной прямой.

Еще раз остановимся на элементах, образующих проективный крест на плоскости. Основу его составляет окружность, пересекаемая бесконечной базисной прямой на которой отрезок *AB* является диаметром. Базисная прямая (базис) – геометрический абсолют всей плоскости, на которой располагаются (можно сказать «закрепляются») связанные с ней фигуры. К тому же сама она может являться плотностной линией на горизонтальной плоскости. Она и опорная точка – элементы, могущие поочередно становиться то статическими, то динамическими в статико-динамическом плотностном пространстве. Однако всегда в этом пространстве находится фигура, играющая роль базиса. Без базиса в виде опорной точки, прямой или плоскости плотностное пространство проективной геометрии отсутствует. Базисная прямая, как будет показано далее, содержит бесконечное количество несобственных гармонических точек серии *M* (а не четыре, как принято в современной проективной геометрии). Гармонические точки – проекции отдельных элементов фигуры заключенной в пирамиду *ASB* на базисную прямую. Проекции, которые сами могут представлять собой динамические параллельные, проектирующиеся в точку на базисной прямой. Положение каждой из точек обусловлено продолжением луча от определенного элемента или элементов фигуры до пересечения с базисной прямой. Все эти точки включены в пространство, образуемое точкой опоры и базисной прямой. Перемещение фигуры на плотностной плоскости, как и в аналогичном физическом пространстве, деформирует ее, но не меняет места нахождения гармонических точек, отображающих эти элементы на базисе.

Пространство внутри окружности, похоже, является базисом фигур. Базис фигуры включает точки *A*, *B*, *N* и образует (охватывает) фигуру вместе с опорной точкой *S*, лучи от которой проходят как через элементы фигуры, так и через гармонические точки. Точка опоры *S* со сходящимися в нее лучами (пучки лучей) является динамической частью фигуры. Она может перемещаться в любую область пространства, в то время как ее основание и поляра не покидает своего места на базисной прямой. Гармонические точки и полюса могут передвигаться, следуя за лучами, исходящими от элементов пирамиды к базисной прямой.

Характер деформации всей фигуры определяется той областью пространства, в которую перемещается точка опоры *S*. Она – отображение возможности бесконечной деформации фигуры. Точка опоры может приобретать статус статического параметра (неподвижного базиса) в том случае, когда базисная прямая переносится в другую область пространства, как перед точкой опоры, так и на продолжениях лучей за ней, т.е. базис приобретает возможность передвижения, теряя статус неподвижного. В этом случае именно точка опоры приобретает этот статус и «сохраняет» структуру фигуры включенной в базис. Расстояние же между гармоническими точками на базисе, при его перемещении, изменяются без нарушения их гармонии. Базисная линия, как уже упоминалось, может иметь любую конфигурацию, в том числе в виде окружности или эллипса. Точки опоры, и не в единственном числе, могут находиться внутри или снаружи этих эллиптических фигур

Почти все перечисленные выше фигуры и связанные с ними понятия в современной проективной геометрии отсутствуют. И их отсутствие не случайно. Оно следствие следующей операции, проведенной, по-видимому, тем же Дезаргом. Процитируем ее из того же источника [27]:

«*Уберем с нашего чертежа (рис. 54) окружность и поляру, оставим только их «следы» – саму прямую, точки A и B, полюс M и точку N, т.е. оставим четверку точек на прямой. Вне этой прямой возьмем точку (S), которую будем считать* ***центром проекции****, а лучи, проходящие через центр и* ***гармоническую четверку точек****, будем называть* ***гармонической четверкой лучей****. Замечательно (!!!–Авт.) что на любой другой прямой, пересекающей эти лучи, четверка новых точек – A, B, M, и N`* − (рис.56.) *снова будет гармонической*».

Это небольшое описание содержит несколько допущений естественных для времени Дезарга и оставшихся в проективной геометрии до настоящего времени.

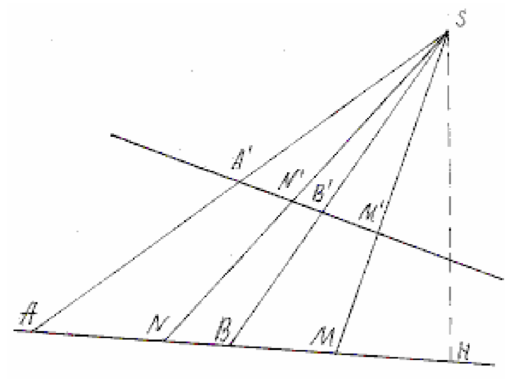
Первое и важнейшее – без всякого обоснования с чертежа убираются взаимосвязанные элементы, являющиеся основной частью *единого*, обусловливающие возможность объяснения взаимосвязи гармонической четверки точек. Эта операция и закрепила статический характер проективной геометрии и все ее дальнейшее однонаправленное развитие.

Второе заключается в том, что опорная точка *S* , как и точка *M*, считаются простыми точками, независимыми от базиса. Не отмечено также, что *S* и *M* – несобственные точки.

Третье – базис рисунка прямая *AM*, перемещаемый в другую область пространства, как и новое его положение *A`M`*, постулируются случайными линиями, не обладающими свойствами базисной прямой.

Четвертое – не объяснено, почему на «любой прямой», пересекающей лучи, сохраняется гармоничность четырех новых точек. Более того, по описанию фигур это сохранение оказывается случайным «замечательным» свойством и потому, по-видимому, не требующим объяснения.

Рис. 56.



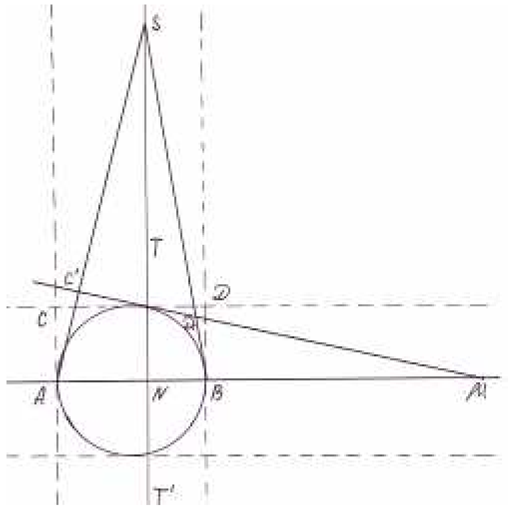
И, наконец, последнее – не замечено, что представленная на рис. 54 фигура не полна. У нее отсутствует несколько элементов, обнаруженных в структуре золотого сечения и отображенных на рис. 55, а точки *M*, как след касательной, и *S*, как опорная точка, остаются плотностными точками и, потому, не могут появляться случайно.

Само перемещение базиса из одной области в другую, сопровождаемое изменением (деформацией) расстояния между четырьмя точками, отображает только два момента (кадра) их размещения. Причем *начальный кадр движения базиса проходит бесчисленное количество «рывков» и «остановов», не отмечаемых на рисунке, прежде чем зафиксируется на новом месте и в новых пропорциях*. Поскольку отношение отношений между точками не всегда равнялось единице, то оно получило название *сложного отношения четырех точек*.

Но сейчас вернемся к фигуре на рис. 54 и попробуем восстановить все ее элементы, включая не проявленные – т.е. те, которые получены при рассмотрении золотого сечения. Попробуем качественно, не прибегая, к аксиомам, теоремам и алгебраическим доказательствам, показать пропорционирование фигур и их элементов с использованием линейки и циркуля (пропорционирование линейкой и циркулем достаточно для качественного рассмотрения предмета исследования).

Начнем с базисной линии, проходящей на бесконечность через точки образующие отрезок *AB* (рис. 57). Разделим отрезок *AB* пополам и из точки *O*, как из центра, опишем радиусом *AO* окружность. Методом двойного квадрата найдем точку *N* и восстановим перпендикуляр к базису, – прямую, пересекающую окружность в точках *TT`* и являющуюся полярой для точек лежащих на базисе, а через точки *A* и *B* проведем касательные к окружности и прямые, сходящиеся на поляре. Получаем три бесконечные параллельные прямые евклидовой геометрии (штрихованные лини), или две параллельные Дезарга пересекающиеся на поляре – прямой *TT`* в точке *S*, причем поляра становится основой образовавшейся треугольной проективной пирамидой *ASB*. Через верхнюю и нижнюю части окружности проведем касательные параллельные базисной прямой и получим три, аналогичные вертикальным, горизонтальные параллельные Евклида (штрихованные линии). Построение закончено. И вместе с пирамидой Дезарга получен двусмежный квадрат *АСДВ* фигура, представляющая собой прямоугольную трапецию, опирающуюся на параллельные Евклида и разностороннюю трапецию *АС`Д`В*, опирающуюся на параллельные Дезарга. Симметричные элементы фигуры могут быть получены, как показано на рис 55, и в точках M_1 и S_1 на противоположных сторонах проективного креста, но их рассматривать не будем.

Рис. 57.



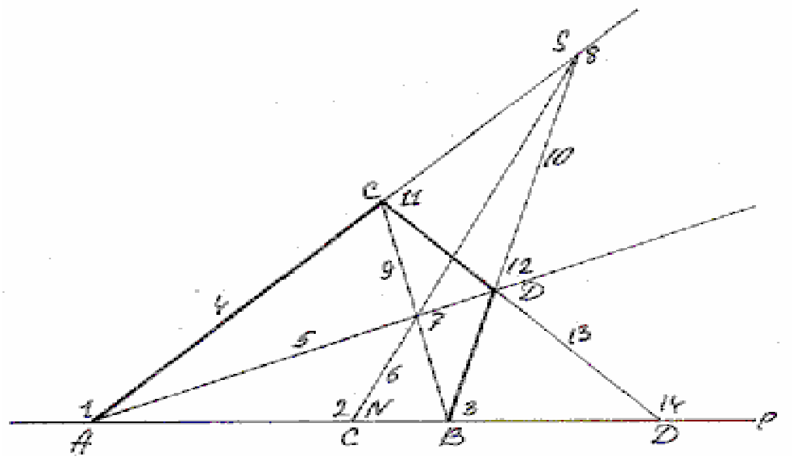
Отметим, что только два элемента фигуры, изображенной на рис. 57 могут перемещаться при фиксированном положении диаметра на базисной прямой: это точка опоры *S* и поляра *TT´* причем само перемещение поляры свидетельствует об изменении плотности пространства между параллельными. Точка опоры *S*, как уже говорилось, может перемещаться в любое место пространства над базисной прямой вне окружности и внутри нее. *Потенциальная возможность нахождения S в любой области пространства и обусловливает образование статико-динамического плотностного пространства.* Ее перемещение по высоте или в стороны вызывают изменение величины угла *S* пирамидального треугольника *ASB* и пропорциональную деформацию всех элементов, которые могут находиться внутри пирамиды. Перемещение в стороны вызывает наклон пирамиды и параллельных Евклида, проходящих через точки *A* и *B*. Точки же серии *M* лежащие на базисе и являющиеся проекциями определенных элементов пирамидальной фигуры *ASB* перемещаться не могут. Они статичны пока пропорция *AN/NB* неизменна. Расстояние между ними пропорционально изменяется только тогда, когда перемещается сама базисная прямая (как, например, на рис. 56).

Поляра *TT`* (рис. 55), обуславливая структуру всей получившейся фигуры, может перемещаться двигаясь внутри окружности параллельно самой себе либо к точке *A*, либо к точке *B*, превращая при этом фигуру пирамиды из симметричной относительно поляры проходящей через центр, в асимметричную. Причем это движение будет сопровождаться не только перемещением точек полюсов серии *M* вдоль базиса и их исчезновением, но и проявлением новых гармонических точек-полюсов, как проекций других элементов фигуры на базис: M_1, M_2, M_3, … и т.д. (Как следует из рис. 54 несобственные точки серии *M* появляются и при пересечения касательных к точкам *T* или *T`* с базисной прямой.) Точки серии *M* на базисной прямой есть плотностные геометрические образования в плоскости базиса, в которые входят лучи-прямые от отдельных элементов фигуры. Они имеют различную плотностность на различном расстоянии от точек опоры или от элементов фигур, от которых исходят лучи. Перемещение точки опоры *S* в пространстве над базисом вызывает либо изменение пирамиды по высоте, либо ее наклонение, но не изменяет ни пропорций точек на базисе, ни вурфных отношений элементов наклоняемой фигуры. Местонахождения ни одной точки *M* на базисе мы, по пирамиде без структурных элементов, определить не можем. Поэтому, перейдем сначала к рассмотрению способов нахождения четвертой гармонической точки – полюса без опоры на касательную к точке пересечения окружности полярой.

Вернемся к рис. 54 и отметим, что еще Дезарг определил способ нахождения четвертой гармонической точки по трем данным без использования касательной. Приведем из работы [27] описание этого способа: «*Дезарг провел следующее построение* (рис. 58), *в котором точки и прямые занумерованы в порядке их появления: точки 1, 2, 3 на прямой р даны сразу, через точку 1 проводятся две произвольные прямые 4 и 5, затем через точку 2 – произвольная прямая 6, затем находятся точки 7 и 8 ее пересечения с прямыми 4 и 5, через каждую из этих точек и точку 3 проводятся прямые 9 и 10, получается точки 11 и 12, через них проводится прямая 13, которая и пересекает исходную прямую р в точке 14. Дезарг доказал, что эта точка является искомой четвертой гармонической к точкам 1, 2, 3*».

Отметим, что в построении фигуры (рис. 58) не использовались ни окружность, ни касательная и даже не упоминается поляра 6, хотя понятно, что она всегда находится между *A* и *B*. И тем не менее четвертая гармоническая точка найдена. Рассмотрим фигуру, получен-

Рис. 58.



ную Дезаргом «произвольным» проведением двух прямых и вовсе не случайно копирующую выстроенную выше (рис. 57) вертикальную проективную пирамиду. Чтобы убедиться в этом, поменяем нумерацию Дезарга на использованную выше индексацию (рис. 57). Итак, на фигуре рис. 58 изображена наклонная проективная пирамида 183

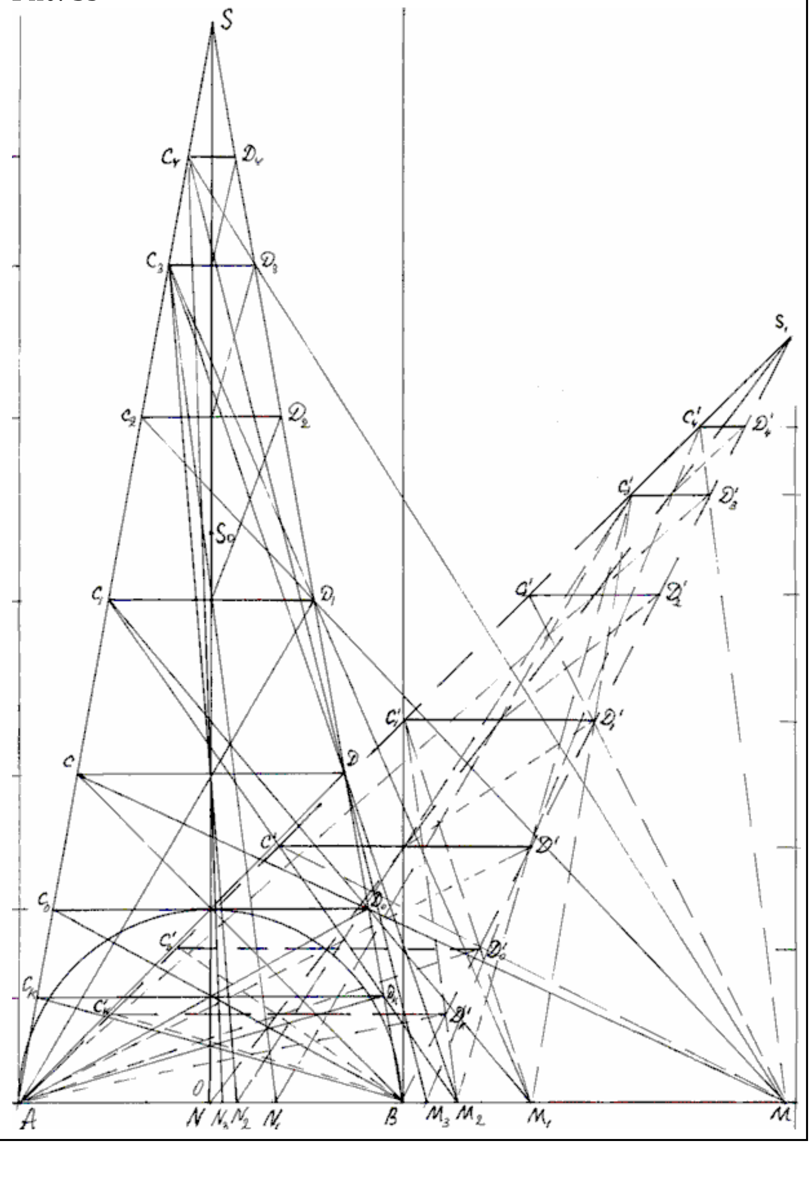
(ASB) с точкой опоры S, образованная параллельными Дезарга, и опирающаяся на отрезок 1, 3 (AB) базисной прямой. Прямая, соединяющая точки 8 (S) и 2 (N) – наклоненная поляра (SN – рис. 57), проходящая правее центра окружности. Линия p, на которой расположены четыре гармонические точки – базисная прямая.

Все основные элементы совпадают. Но у Дезарга имеются еще три прямые, которые отсутствуют на рис. 57. Это 5, 9, и 13. именно пересечение последней базисной прямой и определяют местоположение четвертой гармонической точки *Д* (M). В структуре наклонной пирамиды эти прямые образуют разностороннюю трапецию *A11,12,B*, у которой прямые 5 и 9 пересекаясь на поляре 2, оказываются диагоналями данной трапеции. Появление в структуре пирамиды, не отмеченной трапеции, свидетельствует об отсутствии в проективной геометрии этой фигуры, отметим – принципиально важного элемента для понимания динамической сути всей проективной геометрии. Если же пирамиду «выпрямить», а это равнозначно перемещению поляры в центр окружности (рис. 55.), то верхнее основание трапеции «повернется» и станет параллельно нижнему основанию. Если же поляру отодвинуть от центра, то верхнее основание наклонится (рис.58) А сама трапеция окажется полным аналогом трапеции *AC`Д`B* (рис. 57). Если же теперь в трапеции *AC´Д´B* провести диагонали, то они пересекутся на поляре и данная трапеция окажется аналогом трапеции *A11,12,B*.

Таким образом «случайно» проведенная прямая 5 становится не случайным элементом трапеции – одной из ее диагоналей, а прямая 9, соединяющая точку B и точку 11 – другой диагональю. Следовательно, *точки поляры являются местом пересечения прямых – диагоналей, исходящих из A и B*. Прямая же, соединяющая их пересечение с вертикальными параллельными Дезарга, верхнее основание трапеции, становится как бы «крышей», «надвинутой» на диагонали, и завершающей построение одной трапеции. Но через поляру может проходить множество диагоналей, и потому в пирамиде потенциально «запрятано» неограниченное число трапеций. Рассмотрим, что же дает построение нескольких пропорционированных трапеций в симметричной пирамиде (рис. 59).

Проведем базисную прямую и из точки O, как из центра радиусом R = 5 см и опишем полуокружность AB. Из центра полуокружности и из точек A и B восстановим перпендикуляры. Получим тройку параллельных прямых Евклида. Примем, что средняя прямая – поляра, а точка *O* есть одновременно точка *N*, и на любой высоте от базиса, например, на высоте 28 см, поставим на поляре несобственную точку *S*,

Рис. 59



в которой пересекаются две параллельные Дезарга. Через точку пересечения поляры и окружности проведем касательную до пересечения со сторонами *AS* и *SB* в точках $C_о$ и $Д_о$, получим крышу – верхнее основание трапеций $AC_оД_оB$. Соединив эти точки с точками *A* и *B* убедимся, что диагонали $AД_о$ и $BC_о$ пересекаются на поляре. Через точку пересечения поляры с прямой $C_оД_о$ проведем еще две диагонали *АД*, *ВС*, и, соединив их прямой *СД*, имеем трапецию *АСДВ* и т.д. Процесс построения трапеций в пирамиде бесконечен как к точке *S*, так и к базисной прямой, поскольку точка опоры *S*, как и базисная прямая недостижимы. Между ними и ближайшими к ним крышами всегда остается опорный или базисный промежуток возрастающей плотности. Мы ограничимся построением крыши $C_4Д_4$, и для выявления пропорциональности высот между крышами, спустимся аналогичным образом еще на крышу ближе к базисной прямой проведя прямую $C_кД_к$.

Отметим главное отличие в пространстве проективной геометрии от плотностного пространства статико-динамической, ярко проявляющееся в этом построении. Чем ближе к точке *S* находятся крыши пирамид, тем меньше расстояние между ними. То же самое происходит и с крышами, «приближающимися» к базисной прямой. Чем ближе они к ней, тем меньше расстояние между ними. И данное построение можно продолжать бесконечно. Именно это обстоятельство свидетельствует об изменении плотности пространства между точкой опоры *S* и базисной прямой таким образом, что где-то между ними должна существовать нейтральная зона одинаковой плотности пространства. Убедимся в этом, замерив, расстояние между крышами. Оно оказывается снизу вверх равным в см: 2,3; 3,5; 4,5; 4,8; 3,9; 2,8 … и т.д. Максимальное расстояние наличествует между третьей и четвертой крышами. Оно и свидетельствует о том, что в данной области пространство имеет наименьшую плотность. Неравенство расстояний между крышами, например, в статической геометрии предполагает диспропорциональность этих расстояний. Однако проверка пропорциональности вурфным методом *W*(a, *b*, c) по уравнению:

$$W(a,b,c) = (a + b)(b + c)/b(a + b + c) \qquad (4.2)$$

$$W_1 = (2{,}3 + 3{,}5)(3{,}5 + 4{,}5)/3{,}5(2{,}3 + 3{,}5 + 4{,}5) = 1{,}287$$

$$W_2 = (3{,}5 + 4{,}5)(4{,}5 + 4{,}8)/4{,}5(3{,}5 + 4{,}5 + 4{,}8) = 1{,}292;$$

$$W_3 = 1{,}277; \qquad W_4 = 1{,}299,$$

с точностью до третьего знака доказывает ее наличие. Это свидетельствует о том, что *имеет место не геометрическое неравенство, а фи-*

зическое равенство расстояний между крышами. (Базисный ряд русской матрицы). Это обстоятельство и определяет форму пропорционирования фигур статико-динамической геометрии. Для пропорционирования используется не двучастное деление пропорционируемых отрезков, а трехчастное. Пропорционируется не численная величина двух расстояний, а величина трех соседних отрезков.

Убедившись в наличии пропорциональности высот трапеций с параллельными крышами, построим трапеции с наклонными крышами соединив прямыми, например, точку C_4 с точкой $Д_3$, точку C_3 с точкой $Д_2$ и т.д., и продолжим лучи от наклоненных крыш до пересечения с базисной прямой (рис. 59). Лучи всех крыш оказываются в одной точке M, которая для симметричных пирамид всегда отстоит от точки B ровно на длину диаметра, и таким образом пропорция (4.1) оказывается сохраненной.

Увеличим наклон крыш соединив точку C_4 с точкой $Д_2$, точку C_3 с точкой $Д_1$ и т.д. и продолжим их лучи до пересечения с базисной прямой (лучи к базису на рис. 59.). На ней появляется новая гармоническая точка M_1, отсекающая ровно 1⁄3 длины BM. Все больше и больше увеличивая наклон крыш, получаем фиксированные гармонические точки серии M_2, M_3, M_4 и т.д. Естественно, что теперь пропорция (4.1) между отрезками диаметра и точкой M_1 не будет соблюдаться:

$$AN/NB \neq AM_1/M_1B,$$

поскольку изменилось расстояние до M_1 и для появления новой пропорции должно измениться местонахождение точки N.

Для получения месторасположения точек серии N необходимо одновременно с увеличением, например, наклона крыш с C_4 на $Д_2$ проводить лучи из точки C_4 через середину крыши $C_2Д_2$, до пересечения с базисной прямой, что обусловливает получение гармонической точки N_1, Точка N_1 отсекает ровно 1⁄3 диаметра и уравнение (4.1) сохраняет свой вид в следующей форме:

$$AN_1/N_1B = AM_1/M_1B \qquad (4.3)$$

Для сохранения пропорций каждой гармонической точки серии М: M_2, M_3, M_4 и т.д. аналогичным образом из точки C_4 через середину крыши $C_1Д_1$, $СД$, $C_oД_o$ и т.д. проводятся прямые до пересечения с базисной прямой в точках N_2, N_3, N_4 и т.д. Эту серию гармонических точек можно назвать спутницами поляры N.

Естественно, что между каждой из крыш можно построить множество других взаимосвязанных наклонных крыш, получая такое же множество новых фиксированных гармонических точек на базисной прямой. При построении точек, аналогов точкам серии M, слева от пирамиды, симметрично вырисовывается та же картина их расположения на базисе.

Определив расположение множества гармонических точек, рассмотрим, какие изменения произойдут при перемещении точки опоры S пирамиды по высоте, например, в точку S_o на поляре с уменьшением по высоте, или в точку опоры S_1 с отклонением по вертикали вправо. Поскольку все параметры серий точек M и N от пирамиды с точкой S_o на поляре, уменьшенной по высоте, аналогичны параметрам высокой пирамиды, остановимся на последнем варианте и построим (штрихованную) наклонную пирамиду с точкой опоры S_1. Проведем, через точку пересечения полярой окружности, диагонали первой трапеции и, аналогично предыдущему, построим семь этажей крыш. Хотя пирамида деформировалась и наклонилась, крыши, тоже деформировавшись, как и все элементы пирамиды, сохранили горизонтальное положение. Это свидетельствует о том, что в горизонтальном направлении плотность пространства между точкой опоры и базисной прямой не изменяется по горизонтали.

Построим наклоненные крыши, соединив прямыми $C_4'Д_3'$, $C_3'Д_2'$, $C_2'Д_1'$ и т.д., и продолжим лучи от них до пересечения с базисной прямой. Лучи всех крыш сойдутся в точке M. Соединим углы крыш через этаж $C_4'Д_2'$, $C_3'Д_1'$, и т.д. и снова продолжение лучей крыш сойдется на базисе в точке M_1. Ситуация повторится и для точек M_2, M_3 и т.д., и *для точек N_1, N_2, N_3 и т.д. находящихся внутри пирамиды, и для точек, расположенных симметрично слева от пирамиды и от поляры*. И можно полагать, что статичность бесконечных рядов гармонических точек находящихся на базисе, сохраняется при любом перемещении точки S над базисной прямой. Проверим, изменилась ли пропорциональность в расстояниях между крышами. Замерим эти расстояния. Они снизу вверх оказываются равными в см: 1,7; 2,6; 3,3; 2,6; 1,7. Т.е. высоты всех крыш наклоненной пирамиды, опирающейся на тот же базис, отличаются от высот пирамиды вертикальной. И плотность пространства по высоте пирамиды так же не остается неизменной. Она становится большей, поэтому расстояние между крышами уменьшается. Но и в этом случае уменьшение расстояний строго пропорционально и явно определена нейтральная зона одинаковой плотности в промежутке между третьей и четвертой крышей. Проверим по вурфному уравнению (4.2) сохранилась ли пропорциональность высоте между крышами?

$W_1 = 1{,}284$; $W_2 = 1{,}283$; $W_3 = 1{,}283$; $W_4 = 1{,}284$.

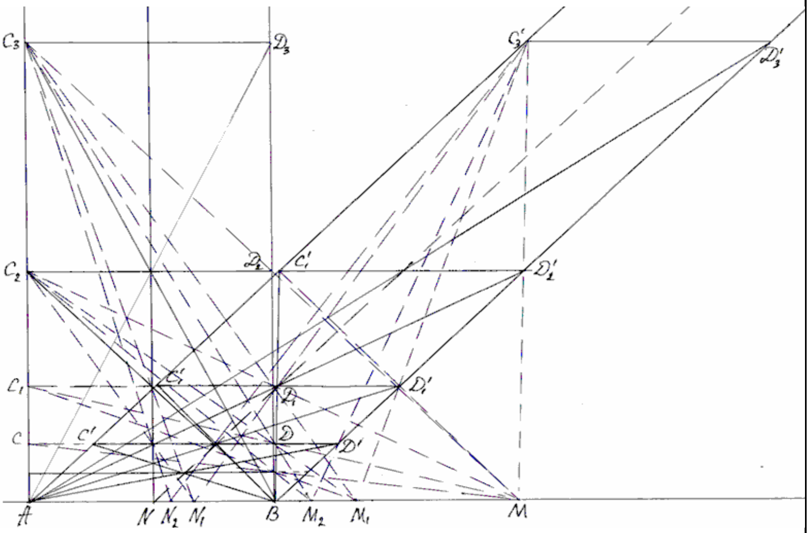
Т.е. вурфный коэффициент в пределах трех знаков не изменился, и пропорциональность расстояния между крышами сохранилась. Это очень важное обстоятельство, отображающее, например, природный процесс развития живых организмов. Известно, что части живых тел при росте изменяются на разную величину и, кажется, что это изменение происходит диспропорционально. Однако во всех случаях роста у всех растений и организмов, даже на клеточном уровне, сохраняется вурфная пропорциональность в изменении их жизненных органов, аналогичная пропорциональности элементов проективных пирамид.

Покажем, что те же ряды гармонических точек серий M и N можно построить, используя параллельные не Дезарга, а Евклида (рис. 60). У параллельных Евклида отсутствует точка опоры, и плотность пространства от базисной прямой постоянно уменьшается. Поэтому отсутствует по высоте нейтральная зона, а расстояние между крышами все время возрастает в геометрической прогрессии и приходится отыскивать ограниченное количество точек.

Проведем базисную прямую и отложим на ней отрезок AB разделенный пополам точкой N. Из точек A, N, B восстановим перпендикуляры – параллельные. Параллельная прямая N становится полярой. Отложим на параллельных расстояние равное $0{,}5AN$, и соединим точки C и $Д$ прямой. Образовавшийся прямоугольник $ACДB$ является прямоугольной трапецией, а прямая $CД$ – его крыша. Через точку пересечение крыши $CД$ с полярой проводим прямые – диагонали $AД_1$ и BC_1, и соединив точки C_1 и $Д_1$ получаем другую трапецию – квадрат $AC_1Д_1B$ (двусмежный квадрат). Проведем диагонали в трапеции $AC_1Д_1B$ и через их пересечение проведем прямую $C_2Д_2$, параллельную базисной прямой. Получим еще одну трапецию $AC_2Д_2B$. Построение, как и в предыдущем случае, можно продолжать бесконечно как от базисной прямой, так и к ней.

Перейдем к нахождению гармонических точек. Проведем прямые через точки $C_3Д_2$ и $C_2Д_1$ до пересечения с базисной прямой. Они пересекут ее в точке M отстоящей от B ровно на длину AB. Соединим точки C_2 и $Д$, точки C_1 и $Д_0$ прямыми, продолженными до пересечения с базисной прямой. Они пересекут ее в точке M_2. Таким образом можно найти и гармонические точки M_3, M_4 и т.д. Внутренние гармонические точки N_1, N_2, N_3 и т.д. также находятся на лучах, проложенных через точки пересечения прямых от крыш с полярой, до базисной прямой. \

Рис. 60



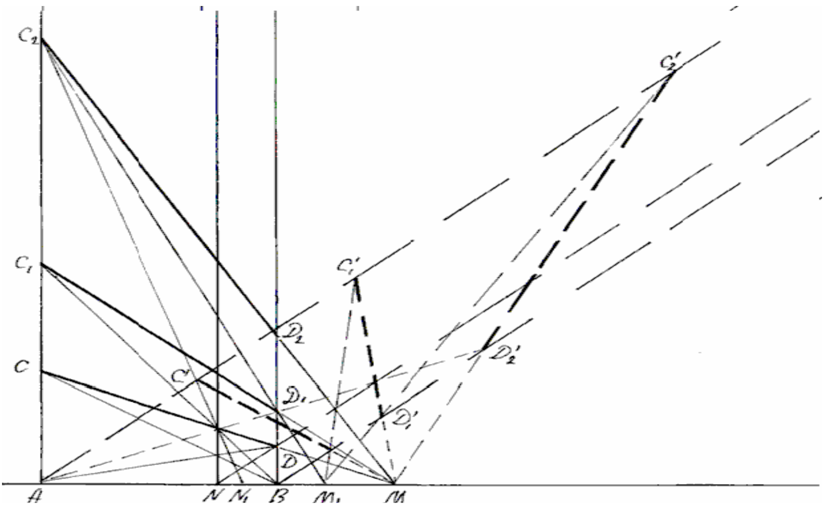
Отметим одну особенность, характеризующую трапеции параллельных Евклида. Высоты их крыш возрастают точно так же, как возрастает базисный ряд русской матрицы, т.е. высоты их пропорциональны и структурированы по золотой пропорции 2,5; 5; 10; 20 и т.д., имеющей тот же вурф, что и расстояния между крышами аналогичной пирамиды Дезарга:

$W_o = (2{,}5 + 5)(5 + 10)/5(2{,}5 + 5 + 10) = 1{,}286.$

Теперь «наклоним» параллельные Евклида относительно базисной прямой на произвольный угол, и оставив высоту от базисной прямой до первой крыши равной *АС´*, соединим прямой точки *С´* и *Д´* (рис. 61). Через точку ее пересечения с полярой проведем диагонали *АД´* и *ВС´*. Получим трапецию *АС`Д´В*. Через точку пересечения *С´Д´* с полярой проведем диагонали и … т.д. Затем, аналогично предыдущему построению, проведем прямые $C_3'Д_2'$ и $C_2'Д_1'$ и продолжим их до пересечения с базисной прямой в точке M_1. Проведя $C_3'Д'$ и *С´Д´* до пересечения с базисной прямой определим место точки M_2. Аналогичным образом найдем точки M_3, M_4 и т.д. Внутренние точки N_1, N_2, N_3 и т.д. находятся по лучам, проходящим от C_3', C_2', C_1' и т.д. через последующие центры поляр до пересечения с базисной прямой (рис. 61).

Таким образом, когда поляра проходит на равном расстоянии от двух параллельных, то построение гармоничных пропорций методом Дезарга и методом Евклида обусловливает нахождение одного и того же множества симметричных гармонических точек, как серии *M*, так и серии *N*. Если же расстояние от поляры до евклидовых параллельных различно, то крыши «едут». По мере удаления поляры от центра, наклон крыш увеличивается, а гармонические точки все больше приближаются к той прямой, к которой приближается поляра, и удаляются от другой параллельной (рис. 61). Пропорциональность и гармоничность же их не изменяется. Все операции нахождения серий точек повторяются аналогично предыдущему построению и точки оказываются в тех же местах, в которых они находятся у вертикальных параллельных.

Рис. 61.



Отметим также, что наклонение евклидовых параллельных, равноудаленных от поляры, не повлияло на положение крыш относительно горизонта. Они остались горизонтальными, и длина их не изменилась. Это следствия неизменной плотности пространства по горизонтали. Изменение плотности по вертикали приводит к тому, что параллельные боковины с удалением от базиса удлиняются следующим образом: 1,5; 2,9; 5,7; 11,4 и т.д. Но, тем не менее, пропорциональность их сохраняется, что и подтверждается вурфным коэффициентом: W_1 = 1,292; W_2 =1,290.

Коротко ознакомимся с характером изменения структуры проективной пирамиды при изменении положения поляры в круге. Отметим, что когда поляра проходит через центр окружности, т.е. когда пирамида симметрична, все ее крыши горизонтальны, а точки полюсов M и спутников поляры N на базисе расположены симметрично относительно нее. Каждая отдельная пара лучей крыш, вместе с базисной прямой, образовывают на бесконечности точки Дезарга симметрично по обе стороны пирамиды. Дискретное перемещение поляры вдоль диаметра сопровождается пропорциональным наклонением крыш с той стороны, в направлении которой она движется. А лучи от них, наклоняясь, «выходят» на базис одной, единой для всех точкой M и постепенно «проходят» все точки серии M. С противоположной стороны наклонение вызывает как бы «размыкание» точек Дезарга, поскольку, как свидетельствует рис.62, параллельность крыш нарушается. Но это нарушение параллельности – эффект картинки. Оно следствие изменения плотности пространства между параллельными сторонами пирамиды. И наклонение крыш не изменяет их параллельности, а только передвигает параллельные лучи к базисной прямой, имеющей бесконечную плотность, которая и «сводит» их в точку, перемещающуюся на базисной прямой вплоть до «соприкосновения» с окружностью в точке B.

С противоположной стороны пирамиды лучи от крыш движутся в пространстве уменьшающейся плотности, и потому возникает эффект их расширения. Постепенно наклон крыш приводит к тому, что виртуальные прямые, соединяющие точки C_4, C_3, C_2 с точками $Д_3$, $Д_2$, $Д_.$ оказываются параллельными базису, и по обе стороны пирамиды, возникают новые точки Дезарга. Дальнейшее перемещение поляры приводит к опусканию лучей виртуальных крыш на базисную прямую и возникновению нового полюса M. И чем дальше движется поляра, тем больше возникает новых полюсов, медленно перемещающихся вдоль базисной линии к основанию пирамиды. Однако все элементы деформируемой пирамиды, расстояния между полюсами и спутниками поляры сохраняют свою вурфную пропорциональность и гармонические отношения между отдельными четверками чисел. Проверим это утверждение на реальных цифрах, исходя из той же длины диаметра равной 10 см и высоты пирамиды равной 19 см.

4.3. Числа Фибоначчи и золото статико-динамической геометрии

Предположим, в качестве примера, что в своем движении от центра круга к точке *B* поляра «случайно» заняла положение, соответствующее делению диаметра *AB* золотым сечением, и пирамида стала асимметричной, как показано на рис.62 Часть структуры элементов фигур образуемая золотым сечением, как уже отмечалась выше, оказывается пропорциональной золотому числу. Поскольку основание пирамиды равно 10 см, то поляра разделяет его на две части длиной 6,1803 см больший отрезок и 3,8197 см - меньший. Поляра высотой 19 см пересекает семь этажей крыш, расстояния между которыми в см равны: 2,05; 2,8; 3,25; 2,95; 2,15; 1,3. Как и в симметричной пирамиде, расстояние между крышами остается неодинаковым, следствие анизотропности плотностного пространства пирамиды. Однако физическая пропорциональность между ними сохраняется, что и подтверждается коэффициентом вурфа, найденным по уравнению (4.2):

$W_1 = 1{,}286$; $W_2 = 1{,}282$; $W_3 = 1{,}284$; $W_4 = 1{,}287$.

Передвижение поляры из центра окружности вызвало наклонение крыш трапеций в сторону *B*, и лучи от них сходятся на точке *M*. В этой же точке базисную прямую пересекает касательная, исходящая от окружности в точке пересечения ее полярой. А это значит, что имеет место гармоническая четверка точек, определяемая равенством:

$AN/BN = AM/BM$

Решаем это равенство и получаем следующие величины образовавшихся отрезков: $AM = 26{,}18$ см; $BM = 16{,}18$ см. Отрезок *AM* по модулю равен десяти квадратам золотого числа $\Phi^2 = 2{,}618$, а отрезок *BM* по модулю равен десяти золотым числам $\Phi^1 = 1{,}618$. Числа эти существуют не сами по себе. Они члены числовой последовательности степенного греческого ряда, в котором каждый последующий член равен их сумме:

$$\Phi^1 + \Phi^2 = \Phi^3 = 1{,}618 + 2{,}618 = 4{,}236. \quad (4.4)$$

Здесь модуль величины Φ в степени определяет собой размерностную длину двух отрезков, а их сумма – длину всего отрезка.

Аналогично для модулей *AM* и *BM* имеем:

$$1a)\quad BM + AM = C_1Д_1 = 16{,}18 + 26{,}18 = 42{,}36. \quad (4.5)$$

Таким образом, пропорции четверки гармонических чисел проективной геометрии есть геометрическое отображение процесса нарастания (последовательного сложения) произвольных начальных величин чисел ряда Фибоначчи (метод сложения Фибоначчи).

Отметим, что такого типа суммирование в проективной геометрии не производится, хотя получение четырех точек достигается тем же способом, т.е. делением отрезка, отграниченного двумя точками, на два отрезка. Отношения получившихся отрезков и определяют гармоничность трех точек. В нашем случае это точки A, N, B.

Отрезки AN и BN вместе и составляют отрезок AB. Однако, повторимся, операция аналогичная сложению модулей отрезков AM и BM как и отрезков AN и BN в проективной геометрии не проводится. Проведем ее:

1*б*) $BN + AN = AB = 3{,}8197 + 6{,}1803 = 10{,}00.$ (4.6)

То, что величина AB равна сумме BN и AN, понятно и без записи равенства (4.6) поскольку именно AB делилась в крайнем и среднем отношении. Но операция сложения полученных модулей отрезков, это не операция деления, а процесс выявления числовой структуры получаемых пропорций. Она-то и определяет факторы, обусловливающие гармоничность четырех точек, рассматриваемых в проективной геометрии, и бесконечного количества точек базисной прямой, которые появляются в статико-динамической геометрии. Именно поэлементное сложение (4.5) и (4.6) определяет структуру всех гармонических чисел и их взаимосвязь с золотыми пропорциями. И сумма отрезков как самостоятельная величина для данной фигуры, пропорциональная $Ф^3$, в (4.4), (4.5), (4.6) она, похоже, не употребляется в проективной геометрии.

Операции сложения:

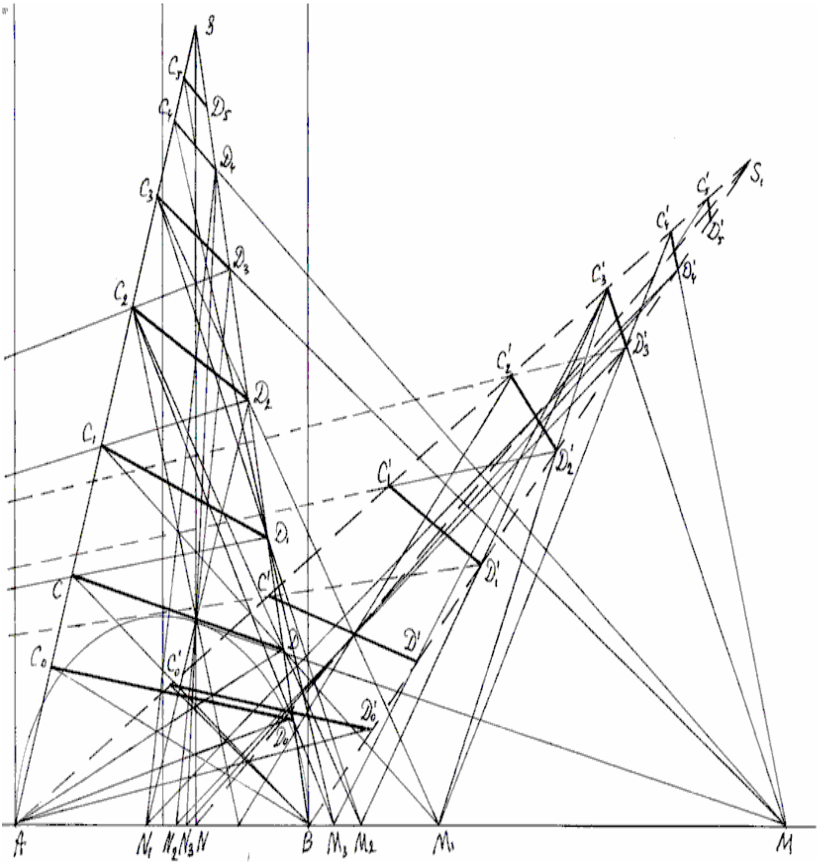
$AN + BN = AB,$

$AM + BM = C_1Д_1,$

являются важнейшими операциями статико-динамической геометрии. Эти операции изначально предполагают потенцию непрерывного движения, поскольку производятся по правилу Фибоначчи, которое обусловливает бесконечное последовательное сложение двух чисел, при этом каждый последующий член ряда равен сумме двух предыдущих. Именно операция сложения модулей двух известных (AN и BN) и двух неизвестных AM и BM отрезков определяет начало ряда Фибоначчи и возможность гармонического пропорционирования четырех (многих) точек базисной прямой. Причем *важнейшим обстоятельством пропорционирования является то, что в одно неизвестное* *число входит число известное, являющееся суммой двух известных чисел*:

$AM = AB + BM.$

Рис. 62.



Это обстоятельство обусловливает пропорциональную на общий коэффициент взаимосвязь между известными и неизвестными длинами отрезков и, следовательно, возможность формализации одного уравнения с двумя неизвестными. В нем изначально закладывается пропорционирование как отношение неизвестных друг к другу через суммарное известное, входящее в неизвестное. Запишем это отношение:

$AN / BN = (AB + BM) / BM$

И получаем уравнение из четырех членов с одним неизвестным BM. Преобразуя его, получаем:

$$BM = AB \cdot BN / (AN - BN). \qquad (4.7)$$

Следовательно, проекция поляры, в своем кадрированном движении вдоль диаметра, делит точками-полюсами базисную прямую на множество отрезков, гармонически пропорциональных его образовавшимся частям.

Если и в операциях (4.5) и (4.6) убрать знаки сложения и равенства, то перед нами два ряда начальных чисел Фибоначчи, сдвоенных в ряд Пилецкого. Сами по себе ряды Фибоначчи свидетельствуют об адекватности процессов, отображаемых ими отдельным природным зависимостям. *Появление же ряда Пилецкого свидетельствует уже о наличии комплекса таких явлений, свидетельствует о развитии движения отдельных элементов во взаимосвязанную инвариантную систему, которая в дальнейшем вырождается в соответствующую матрицу*. Модуль каждой тройки чисел (внутренних и внешних), двух слагаемых отрезков и результата, составляют ячейку из трех первых членов ряда А. Пилецкого. Двух рядов из трех чисел, каждый из которых в потенции последовательного сложения и умножения по вертикали на общий для них коэффициент в конечном итоге преобразуются в матрицу. В ряду Пилецкого числа одной строки отличаются от чисел другой на один и тот же коэффициент. Разделим каждое верхнее число на нижнее, и определим, связаны ли они единым коэффициентом:

	16,18;	26,18;	42,36;
	3,820;	6,180;	10,00;
коэффициент	4,236;	4,236;	4,236.

Коэффициент 4,236, единый для каждой пары чисел свидетельствует о том, что данный набор чисел есть сдвоенный ряд Пилецкого. Появление единого коэффициента пропорциональности между модулями параметров в пределах отрезка и с ним за его пределами в виде ряда Пилецкого обусловливает гармоничность множеству точек статико-динамической геометрии. Покажем развитие ряда Пилецкого посредством последовательного сложения чисел по горизонтали и умножения верхнего ряда на 4,24 и деления нижнего на те же 4,24 по вертикали (матрица 2).

Матрица 2

… … … … … …

…	42,37	68,53	110,9	179,4	290,3	…
…	10,00	**16,18**	**26,18**	**42,36**	68,54	…
…	2,360	**3,820**	**6,180**	**10,0**	16,18	…
…	0,557	0,902	1,459	2,361	3,820	…
…	…	…	…	…	…	…

В результате получаем, что сдвоенный ряд Пилецкого, образованный четверкой гармонических точек, является фрагментом одной из золотых русских матриц. Она изначально базируется на золотой пропорции и имеет следующие золотые коэффициенты взаимосвязи:

По строкам слева направо $\boldsymbol{\Phi^1}$ **– 1,618,**

По диагонали слева направо сверху вниз $\boldsymbol{\Phi^2}$ **– 2,618.**

По столбцам снизу вверх $\boldsymbol{\Phi^3}$ **– 4,236,**

По диагонали слева направо снизу вверх $\boldsymbol{\Phi^4}$ **– 6,854,**

Отметим одну существенную особенность фрагмента этой матрицы. Продолжим ряды Пилецкого за пределы фрагмента влево и вправо:

… 1,46; 2,36; 3,82; 6,18; 10,0; **16,18; 26,18; 42,36**; 68,54; …

… … ; … ; … ; 1,46; 2,36; **3,82; 6,180; 10,00**; 16,18; …

И оказывается, что здесь наличествует последовательность чисел одного ряда, сдвинутого относительно друг друга на три числа. Эта операция сдвижения рядов, по-видимому, возникает потому, что поляра разделяет диаметр (или отрезок) в крайнем и среднем отношении. (Известно, что сдвиг числовых строк натурального ряда обусловливает и появление мифических квадратов.) Матрицы данного типа (русская матрица со сдвинутой строкой) образуют группу золотых многобазисных матриц и, похоже, наиболее адекватно отображают структуру окружающего космического пространства. В матрице базисная единица отображает плотностное пространство, которое в окружающем космическом пространстве представляют, например, планеты, звезды, галактики. Пропорциональность же чисел обеспечивает коэффициент пропорциональности – свой для каждого сдвоенного ряда. Выше показано, что всякое динамическое развитие проходит начальную стадию (последовательность) формирования рядов Фибоначчи с выходом на ряды Пилецкого и в дальнейшим с переходом в один из вариантов русской матрицы.

Покажем, что остальные точки серий M и N образуют подобные сдвоенные тройки чисел, которые могут формировать такие же фрагменты. По методу, описанному выше, находим несколько точек серий M и N и последовательно по уравнению (4.5)–(4.6) определяем расстояние их от точек A, B и N для проективной пирамиды рис. 62. Поскольку операция по нахождению расстояния до этих точек достаточно проста, проводить ее не будем, а, просто замерив и выписав полученные при построении расстояния до трех точек каждой серии в см, попробуем определить возможность взаимного пропорционирования их модулей: $BM_1 = 4{,}52$; $AM_1 = 14{,}52$; $BN_1 = 2{,}32$; $AN_1 = 7{,}63$; BM_2 $==1{,}75$; $AM_2 = 11{,}75$; $BN_2 = 1{,}3$; $AN_2 = 8{,}7$; Это параметры точек расположенных по правую сторону от поляры (рис.62). Выпишем аналогичные параметры точек расположенных по левую сторону от поляры: $AM' = 42{,}32$; $BM' = 55$; $AN' = 4{,}5$; $BN' = 5{,}5$; $AM'' = 11{,}67$; BM'' $= 21{,}67$; $AN'' = 3{,}5$; $BN'' = 6{,}5$; $AM''' = 6{,}91$; $BM''' = 16{,}91$; AN''' $=$ $2{,}9$; $BN''' = 7{,}1$.

Отметим, что каждая из получаемых точек серий M отсекает на базисной прямой отрезок некоторой длины, пропорциональный определенным отрезкам, отсекаемым точками серии N на диаметре. Поэтому имеется возможность привести попарно сложение модулей величин этих отрезков, приводя их к виду (4.5)-(4.6).

Пары справа от поляры:

2*а*) $BM_1 + AM_1 = C_2Д_2 = 19{,}04$; 2*б*) $BN_1 + AN_1 = AB = 10$. (4.8)

3*а*) $BM_2 + AM_2 = C_3Д_3 = 13{,}50$; 3*б*) $BN_2 + AN_2 = AB = 10$. (4.9)

Пары слева от поляры:

1) $AM' + BM' = C_1'Д_1' = 100$; 1´) $AN' + BN' = AB = 10$. (4.10)

2) $AM'' + BM'' = C_2'Д_2' = 33{,}34$; 2´) $AN'' + BN''= AB = 10$. (4.11)

3) $AM''' + BM''' = C_3'Д'_3 = 23{,}82$; 3´) $AN''' + BN'''= AB = 10$. (4.12)

Еще раз отметим, что пропорциональность сдвоенных рядов обеспечивает коэффициент, получаемый делением каждого верхнего числа на нижнее. В частности, для ряда 3)-3´) этот коэффициент равен 2,382. Каждый последующий член ряда, по методу Фибоначчи, равен сумме двух предыдущих. А отношение двух соседних чисел ряда синхронно приближаются к Φ. Таблица 5 отображает эту синхронность. Приближение к числу Φ показано и над числами первого ряда, и под числами второго ряда.

Таблица 5

	2,447;	1,408;	1,710;	1,585;	1,631;	1,6131;	1,6199;	1,617
6,91;	**16,91;**	**23,82;**	40,73;	64,55;	105,28;	169,83;	275,11;	444,94;
2,9;	**7,1;**	**10;**	17,1;	27,1;	44,2;	71,3;	115,5;	186,8;
	2,448;	1,408;	1,710;	1,585;	1,631;	1,6131;	1,6199;	1,617

Внутреннее родство сдвоенных рядов подтверждается и методом вурфа. Если в уравнение (4.2) подставить числа парных рядов, то для каждой пары будет получен одинаковый вурфный коэффициент. Покажем это для пропорции образуемой с точками M и N:

$W_{1а} = (BM + AM)\,(AM + C_1Д_1)/AM(BM + AM + C_1Д_1) = 1{,}309 = Ф^2/2.$

$W_{1б} = (BN + AN)\,(AN + AB)/(BN + AN + AB) = 1{,}309 = Ф^2/2.$

Найдем попарные вурфы других рядов:

$W_{2а} = 1{,}156$; $W_{2б} = 1{,}155$; $W_{3а} = 1{,}074$; $W_{3б} = 1{,}074$;

$W_1 = 1{,}409$; $W_{1'} = 1{,}409$; $W_2 = 1{,}269$; $W_{2'} = 1{,}269$;

$W_3 = 1{,}074$; $W_{3'} = 1{,}074$.

Разная величина вурфных отношений, каждая для своей пары, тем не менее, не препятствует, как будет показано далее, пропорционированию всех точек в единую взаимосвязанную комбинацию. Отметим, однако, что пропорциональные отсекаемым отрезкам величины серии *СД*, являющиеся параметрами некоторых неявных гармонических точек на базисной прямой, вообще не используются в проективной геометрии. Это обстоятельство скрывает объективную пропорциональность всей системы образуемых отрезков и их попарную аналогию с первой тройкой чисел рядов Фибоначчи. Кроме того, наличие этих рядов свидетельствует о том, что образующаяся система пропорциональных гармонических отрезков отображает динамические процессы в проективной геометрии. Как явствует из (4.5)-(4.6) любое статическое положение поляры на диаметре фигуры обусловливает появление некоторой серии гармонических точек отсекающих на базисной прямой, за пределами окружности, симметричные и несимметричные попарно пропорциональные отрезки. Последние и формализуются в виде (4.7). С проявлением парных пропорций и с возрастанием количества точек на базисной прямой значительно расширяется структура пропорционирования отрезков.

Как уже было показано, основное уравнение гармонической четверки точек в проективной геометрии имеет следующий вид:

$AN/BN = AM/BM$

Оно может преобразовываться в следующую форму:

$$AN\cdot BN/AM\cdot BN = \mathbf{1}. \qquad (4.13)$$

Отметим, что отношение (4.13) – многозначная пропорциональность, приравненная базисной **1**, – основа памяти чисел и теории физической размерности. Она обусловливает нахождение любого неизвестного члена уравнения по трем известным. *Базисная единица есть безразмерностная константа в математике, и в частности особым (центральным или базисным) числом в русской матрице, а в физике может быть как размерностной, так и безразмерностной единицей,* *связывающей переменные параметры одной системы. Именно она отображает динамику (бесконечное движение) свойств одной системы как в статико-динамической, так и физической (динамической) геометрии. Пропорциональное изменение переменных параметров в аналогичной форме физических уравнений не оказывает влияния на базисную единицу. А поэтому аналоги* (4.13) *в физике, как и в статико-динамической геометрии являются инвариантами.*

Поскольку у ряда Пилецкого существует коэффициент, то использование его и золотых коэффициентов взаимосвязи обусловливает появления ряда других пропорций:

$AM/AN = BM/BN$; $AM/AN = СД/AB$; $BM/BN = СД/AB$;

$AM/BM = СД/AM$; $AM/BN = СД/AN$; $BM/AN = AM/AB$; и т.д.

Могут появляться и такие, экзотические для проективной геометрии, пропорции модулей отрезков:

$$|AN|^2/|BN|^2 = BM/AN; \quad |BM|^2/|AN|^2 = AM/BN; \tag{4.14}$$
$$|AM|^3/|BM|^3 = BM/BN; \quad |AN|^4/|BN|^4 = AM/BN; \text{ и т.д.}$$

Все пропорции модулей могут быть скомпонованы по единой форме и приравнены к базисной единице:

$$AM{\cdot}BN/AN{\cdot}BM = \mathbf{1}; \quad AM{\cdot}AB/AN{\cdot}СД = \mathbf{1};$$
$$|AN|^3/|BN|^2{\cdot}BM = \mathbf{1}; \quad |BM|^2{\cdot}BN/|AN|^2{\cdot}AM = \mathbf{1}; \tag{4.15}$$
$$|AM|^3{\cdot}BN/|BM|^4 = \mathbf{1}; \quad |AN|^4/|BN|^3{\cdot}AM = \mathbf{1}; \text{ и т.д.}$$

Базисная единица, стоящая в правой части каждого уравнений (4.13)–(4.15), свидетельствует, что сложные отношения множества модулей пропорционально сбалансированы. *При дальнейшем движении поляры точки серий M и N тоже передвигаются, но величина каждого модуля изменяется таким образом, что их пропорциональность базисной единице сохраняется*. Эта сбалансированность сохраняется и в том случае, когда отношения модулей приравниваются друг другу через их равенство базисной единице:

$$AM{\cdot}BN/AN{\cdot}BM = AM{\cdot}AB/AN{\cdot}СД;$$
$$|AN|^3/|BN|^2{\cdot}BM = |BM|^2{\cdot}BN/|AN|^2{\cdot}AM; \tag{4.16}$$
$$|AM|^3{\cdot}BN/|BM|^4 = |AN|^4/|BN|^3{\cdot}AM;$$

Пропорции типа (4.16) можно подвергнуть дальнейшим преобразованиям и приравнивать базисной единице:

$$AM{\cdot}BN{\cdot}AN{\cdot}СД/AN{\cdot}BM{\cdot}AM{\cdot}AB = \mathbf{1};$$
$$|AN|^5{\cdot}AM/|BN|^3{\cdot}|BM|^3 = \mathbf{1}; \tag{4.17}$$
$$|AM|^4{\cdot}|BN|^4/|BM|^4{\cdot}|AN|^4 = \mathbf{1}; \text{ и т.д.}$$

Процесс компонования пропорцией базисных уравнений может, по-видимому, продолжаться до тех пор, пока не охватит все параметры, входящие в структуру рассматриваемой фигуры. Это возможно потому, что в полудинамической геометрии все параметры взаимосвязаны и с изменением формы фигуры в движении все они деформируют, сохраняя, однако, взаимную пропорциональность. Это природное качество – сохранение взаимосвязей всех свойств тел при деформациях и отображает статико-динамическая геометрия. Члены базисных уравнений могут образовывать как простые пропорции, так и пропорции связанные с числами Фибоначчи и с золотым числом Φ.

Золотые числа проявляют себя в движении в статико-динамической геометрии как три числа начала ряда Фибоначчи в потенции к образованию геометрической прогрессии и с переходом к золотым матрицам.

4.4. Двойственность точка – прямая

Остановимся на операции замены прямых точками или точек прямыми в проективной и в статико-динамической геометрии и определим, какова разница в зависимости геометрических образов этих геометрий даже при одинаковом подходе к пониманию одних и тех же операций. Операция замены точек прямыми, а прямых точками является процессом преобразования элементов фигуры одного вида в другой. При этом сохраняются некоторые существенные качества первой фигуры. Замена хорошо отработана в проективной геометрии, вытекает из того эмпирического обстоятельства, что замена каждой плоскости или прямой некоторой фигуры на точку и последующее соединение этих точек образует другую фигуру, в известной степени отображающую первую. Используя то обстоятельство, что в проективной геометрии все прямые пересекаются, и каждая пересекается с другой в единственной точке, французский геометр Понселе предложил «принцип двойственности» [27]:

«…из каждого проективного предложения относительно точек и прямых на плоскости может быть получено второе предложение путем замены слова «точка» словом «прямая» и наоборот».

А для понимания процесса приведения в соответствие точек и прямых введен термин «инцидентность». Так, если прямая и точка инцидентны, то либо точка лежит на прямой, либо прямая проходит через точку. Поэтому две различные точки инцидентны одной (единственной) прямой, или две прямые инцидентны единственной точке.

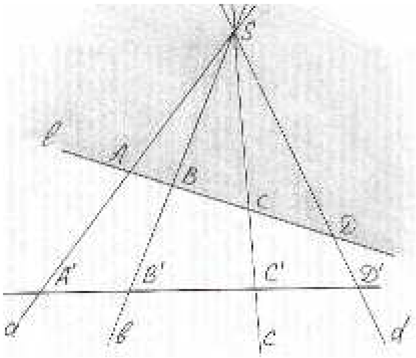
Рассмотрим приведение в перспективное соответствие точек и прямых на примере фигур изображенных на рис**.** 7 и 8 работы [27]:

«Простейшая связь между точкой и прямой – перспектива. Она приводит в соответствие точкам А, В, С, Д … одной прямой (l) точки А´, В´, С´, Д´, … другой прямой (l´), а также пучок прямых a, b, c, д, … с центром в S (рис. 63).

Заменим теперь прямую l точкой L, прямую l` точкой L`, точку S прямой s, а точки А, В, С, Д… и А´, В´, С´, Д´… прямыми a, b, c, д … и a´, b´, c´, д´…, как это сделано на рис. 64., т.е. применим принцип двойственности.

В первом случае два точечных ряда приведены в соответствие при помощи пучка прямых. Во втором – два пучка прямых приведены в соответствие при помощи точечного ряда. Оба соответствия называются перспективными».

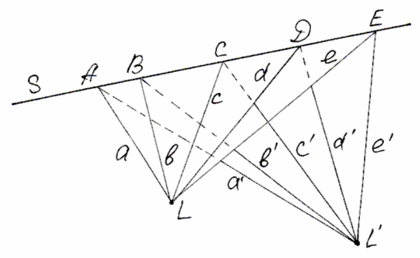
Рис. 63.



Отметим, что в статико-динамической геометрии точка и прямая обладают различными качествами и потому прямая никогда не может проходить через точку. Точка, это нечто напоминающее черную дыру, которая «впускает» прямую, но из себя не выпускает. Прямая – всегда последовательность впритык расположенных несобственных точек другого ранга. Лучи же прямыми не являются. Они виртуальные, подсобные части необходимые для выявления взаимосвязей элементов фигур. В статической геометрии точка, и прямая равнозначны и равнокачественны. Именно это обстоятельство и становится формальным обоснованием возможности замены точки на прямую и обратно. Рассмотрим, что же получилось на рисунках 63, 64? Прежде всего, рисунки 63 и 64 выполнены по законам статической геометрии и при выполнении их не принимается во внимание скрытая двойственность фигур, и не учитывается существование несобственных точек и плоскостей. На рис. 63 смотрятся только прямые и точка *S*, в которую «входит» пучок лучей, проходящих через эти прямые. Однако рис. 63 – копия рис. 8 [27] отображающего перенос гармонической четверки точек с одной прямой на другую. Выше же показано, что точка *S* является точкой опоры, а прямая *АД* – базисной прямой. Последнее изменяет смысл рис. 63, обусловливая соразмерность четырех точек на базисных прямых *l* и *l´*. Эта соразмерность главный элемент фигуры, и ее необходимо получить на прямой (рис. 64).

Однако не исключено, что на рисунке 15 изображены две плоскости, на которых проведены лучи от *l* и *l´*, пересекающиеся в точке *S*. При этом лучи плоскости, на которой находится прямая *l*, покрывают часть лучей плоскости, на которой находится прямая *l´*, что отмечено на рис. 63, затемнением плоскости *АSД*. Схема, полученная на рис. 63, с опорой на евклидову геометрию, обусловила появление искажения при замене прямых точками на рис. 64. Рисунок исполнен в данной работе уже с учетом того, что на рис. 63 изображено пересечение плоскостей в точке *S*, и лучи, находящиеся под верхней плоскостью выполнены штрихованными (в работе [27] они не штрихованы). На этом рисунке видно, что прямая *S* является следом пересечения плоскостей, на которых находятся точки *L* и *L´*.

Рис. 64.



От этих точек нет логического перехода к прямой *s* и потому «гармонические» отрезки на прямой *S* получены случайным образом, а не перенесены с рис. 63 и потому не могут считаться гармоническими. Наличие гармонических отрезков на рис. 63 и должно являться ее существенным признаком. Отсутствие четырех гармонических точек прямой *s* свидетельствует о том, что фигура на рис. 64 не является отображением фигуры рис. 63. Да и обозначения точек на ней просто перенесены с прямой *l* рис. 63, тогда как должно быть: $A_о$, $B_о$, $C_о$, $Д_о$. Таким образом, проведенная операция замены прямых точками и наоборот не может считаться корректной и скорее представляет не замену прямых точками, а точек прямыми, а выполненный с искажением поворот элементов фигуры рис. 63 на некоторый угол. При этом прямая *s* нанесена на плоскость под некоторым углом, прямые *l* и *l´* входят в эту плоскость под прямым углом, а лучи *a, b, c, д* … и *a´, b´, c´, д´*…,только выглядят входящими в точки *L* и *L´*, оставаясь гармоническими на видимых с торца прямых *l* и *l´*.

Отметим еще раз, что на каждом из рисунков 63 и 64 изображены, как минимум, два вида фигур. За каждым лучом, исходящим из некоторой точки на прямой, может располагаться другой луч и, возможно, не один, который может проявить себя, когда прямая превращается в точку и наоборот. Поэтому в опорной точке *S* (рис. 63) могут сходиться четыре пространственных луча, разделяющие базисные прямые *l* и *l´* на гармонические отрезки. Прямые *l* и *l´* не просто прямые, а прямые базисные и отображают они гармонические точки базисной плоскости, плоскости – все точки которой несобственные. И лучи-прямые, «исходящие» из точки опоры *S*, не пересекают их, а только отмечают те места базисной плоскости, которых они касаются. И, следовательно, на рисунке 63 отображен перенос базисной прямой *l* в прямую *l´*. Другой вариант, в соответствии со статической геометрией, в точке *S* пересекаются две поверхности, на которых расположены прямые *l* и *l´*, от которых к точке пересечения сходятся по две пары лучей. И чтобы заменить евклидову точку на прямую, достаточно предположить, что прямая на рис. 63 «входит» в плоскость. «Поворот» плоскости на некоторый угол выявит наличие этой прямой.

В статико-динамической геометрии опорную точку Дезарга превратить в прямую невозможно. Это не фигура статической геометрии. Большинство точек Дезарга образуются в визуально видимом конусе лучей, сходящихся в точку под «острым» углом. Никакие повороты плоскости не отобразятся на плотностных точках Дезарга, они только «перемещают» эти точки на иной градус относительно плоскости. Но точка Дезарга может быть представлена в виде множества точек расположенных на несобственной плоскости и образующих базисную прямую. И на эту базисную прямую, по принципу двойственности, можно перенести гармоническое пропорционирование четырех точек с любой прямой, например, с *l* или *l´*. Следовательно, прямые *l* и *l´* на рис. 63 оказываются не евклидовыми, а базисными прямыми. При замене их точками они превращаются в базисные точки опоры *L* и *L´*.

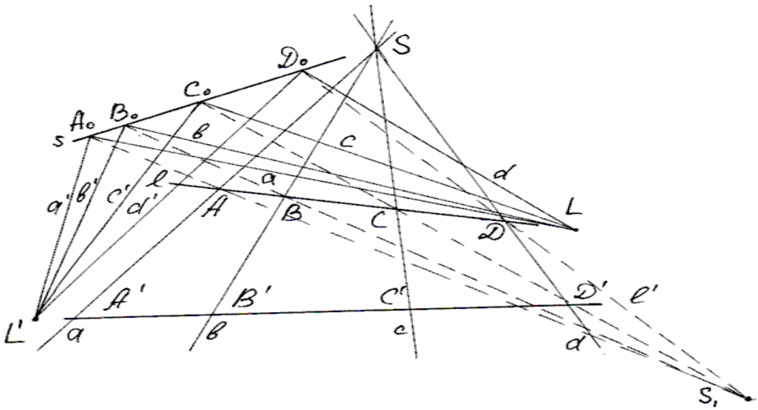
Отметим, что в соответствии со статико-динамической геометрией, точка *S* на рис. 63 является опорной точкой, а прямые *l* и *l´* базисными прямыми пропорционированными четверкой гармонических точек. На этом рисунке, аналогичном рис. 56, отображена деформация расстояний между гармоническими точками, обусловленная удалением базисной прямой от точки опоры *S*. Естественно, что с начального состояния *l* в мгновенном процессе этого перемещения происходило бесчисленное количество «рывков» и «остановов» прежде чем было достигнуто положение l'. Ведь это мы, по своему усмотрению, проявили здесь первый и последний кадры прошедших деформаций. И в этих кадрах незримо, не проявлено в движущемся отображении, присутствуют как элементы фигурной системы: и окружность, и трапеция, и касательные и поляра, вне зависимости от того изображены ли они на рис.63 или нет.

Теперь имея первоначальный вариант фигуры рис. 63 можно заменить точку опоры S множеством опорных точек образующих прямую s на несобственной плоскости (рис. 65.). Прямая s становится новой базисной прямой, на которую и следует перенести с прямой l либо l' гармоническую четверку точек. Для проведения этой операции необходимо в любой удобной точке пространства выбрать вспомогательную точку опоры S_1 (поскольку все пространство образовано несобственными точками) и от нее через точки *А, В, С, Д* или *А´, В´, С´, Д´* провести лучи до пересечения с базисной прямой s (показано штрихами). Получаем на базисной прямой s новый ряд гармонических точек $А_о$, $В_о$, $С_о$, $Д_о$ (рис. 65). Заменяем базисные прямые l и l' на опорные точки L и L' расположенные напротив своих прямых (правильнее – расположенных на своих виртуальных прямых, поскольку прямые заменены точками в тех районах, по которым они проходили) и соединяем их лучами с точками $А_о$, $В_о$, $С_о$, $Д_о$. Построение закончено. Два точечных ряда *А´, В´, С´, Д´* и $А_о$, $В_о$, $С_о$, $Д_о$ приведены в соответствие пучкам прямых точек L и L'.

Образовавшаяся сдвоенная фигура (две наклонных проективных пирамиды) оказывается подобной двум кадрам пирамиды Дезарг (вертикальной и наклонной), отображенной на (рис. 59), только изображена она под базисной прямой. А это, по-видимому, означает, что данная фигура представлена двумя кадрами, изображающими состояние проективной пирамиды в различные промежутки времени. При этом кадр с вершиной L предшествует кадру с вершины L', перемещались эти вершины по определенной траектории в пространстве под базисной плоскостью. А их основание не подвергалось перемещению. Простейшей траекторией движения вершины L может оказаться прямая соединяющая LL'.

И в то же время, если рассматривать полученную фигуру с позиций классической геометрии, на рисунке 65 изображен поворот двух пересекающихся по линии $А_оД_о$ плоскостей с расположенными на них точками LL' и лучами *a, b, c, д …* и *a´, b´, c´, д´…* .И образованная фигура как будто бы повторяет фигуру изображенную на рис. 64, но смысл их различен. Точка на рис. 64, являясь евклидовой прямой, ви-

Рис. 65.



димой с торца, и все лучи от базисной прямой
попадают на эту прямую в разных местах ее. Точки же на рис. 65 являются несобственными точками и в них сходятся все «приходящие» к ним лучи. Похоже, что операция замены точек прямыми, а прямых точками, сопровождаемая изменением качества элементов образующих фигуру и сохранением одного из ее важных признаков, возможна только в статико-динамической геометрии.

Рассмотрим в соответствии с [27], способ нахождения перспективы переводом одного ряда в другой:

«*Итак, возьмем прямую p и на ней точки A, B, C и Д. Измерим длины отрезков AC, CB, AД, и ДB. Подсчитаем сложное отношение (AB; CД). Полученное число обозначим q. Итак,*

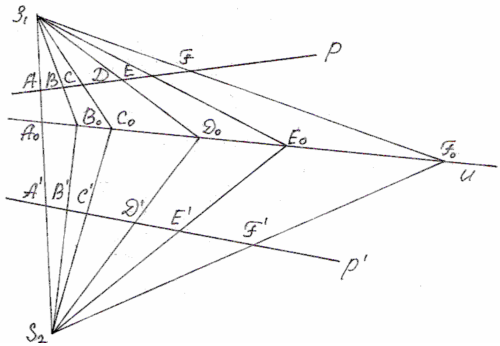
$(AB; CД) = (|AC|/|CB|)/(|AД|/|ДB| = q$.

Возьмем другую прямую p´ и на ней три точки A´, B´, C´ (рис. 66) *Проведем прямую через точки A и A´ и на этой прямой выберем произвольные точки S_1 и S_2, которые объявим центрами искомых перспектив. Проведем прямые S_1B и $S_2B´$ и точку их пересечения обозначим B_o. Затем проведем прямые S_1C и $S_2C´$. Они пересекутся в точке C_o. Точки C_oB_o определяют прямую u, ее мы назовем осью перспективы. Если теперь провести прямую $S_1Д$, то ее пересечение с осью перспективы даст точку. $Д_o$, причем ясно, что по свойству перспективы $(A_oB_o; C_oД_o) = q$. Соединим теперь точку $Д_o$ с точкой S_2. На прямой p´ появилась точка Д´. Сложные отношения (A´B´; C´Д´) и $(A_oB_o; C_oД_o)$ равны. Следовательно равны и сложные отношения (AB; CД) и (A´B´;*

С´Д´) (транзитивность!). Дальше построение можно было вести так: на прямой р взять пятую точку Е и, проведя S_1E, отметив E_o, соединив E_o с S_2, получить пятую точку Е´ на прямой р´. Очевидно, (АВ; СЕ) = (A_oB_o; C_oE_o) = (А´В´; С´Е´). Продолжая в том же духе, мы получим один проективный ряд из другого двумя перспективами».

(Примем во внимание, что установить проективное соответствие можно было бы и по трем парам гармонических точек. Двух пар для этого недостаточно.)

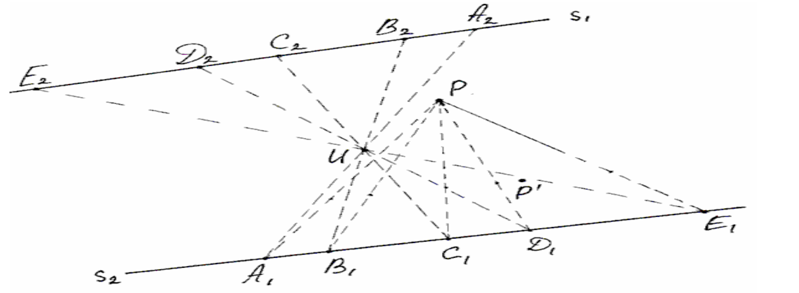
Рис. 66.



Полученная фигура (рис. 66) представляет собой вид сверху и потому кажется выполненной на плоскости. Однако наличие двух опорных точек S_1 и S_2, разнесенных по разные стороны базисных прямых, свидетельствует о том, что фигура образована в простран-стве, а прямые *р* и *р´* и точки *А*, *В*, … и *А´*, *В´*, … и т.д. на них, соединенные лучами с опорными точками, оказываются расположенными на разных плоскостях. Об этом же свидетельствует прямая, соединяющая опорные точки. А поскольку эта прямая проходит также через точки *А* и *А´* то они лежат на одной плоскости с опорными точками и плоскость эта пересекает все три прямые.

Появляется две возможности: одна – определить конфигурацию образованную тремя прямыми, а уже потом заменять прямые и точки, другая – сразу начать замену прямых точками, а точек прямыми. Поскольку нас интересует только замена, проведем один из ее возможных вариантов (рис. 67). Сначала заменим опорные точки базисными прямыми s_1 и s_2 любого направления удобного для перенесения на них сложного отношения четырех точек. Затем заменим одну из прямых опорной точкой, например, *Р* и проведем от нее лучи (показано штрихами) через точки либо прямой *u*, либо прямой *р´* (оставлены точки без индексации) до пересечения с прямой s_2 в точках A_1, B_1, C_1,

Рис. 67.



Д$_1$. После этого можно заменить оставшиеся прямые u, и $p´$ точками U и $P´$. Затем из точек A_1, B_1, C_1, *Д*$_1$ прямой s_2 через, например, точку U проведем лучи до пересечения с прямой s_1. Образовавшиеся на прямой s_1 точки A_2, B_2, C_2, *Д*$_2$ и составят четверку гармонических точек. Далее повторим аналогичную процедуру с точкой $P´$, проведя через нее лучи либо с точек A_1, B_1, C_1, *Д*$_1$ A_1 прямой s_2, либо с точек A_2, B_2, C_2, *Д*$_2$ прямой s_1 (последняя операция не отображена на рисунке 67). Построение закончено. Посредством замены точек прямыми и прямых точками два проективных ряда получены двумя перспективами

4.5. Гармоническое пространственное пропорционирование

Гармоническим пропорционирование можно назвать такое пропорционирование, которое обусловливает параметрам любого проектируемого объекта совокупную соразмерность с параметрами Земли. (Совокупная соразмерность – взаимосвязанная соразмерность по высоте, ширине и длине.) На первый взгляд кажется, что предъявляемое требование к пропорционированию объекта, по меньшей мере, завышено, ибо размеры каждого объекта несоизмеримы с размерами Земли. И данное требование невыполнимо. Но это по первому взгляду.

Отметим: система соизмерительных инструментов, обеспечивающая пропорционирование параметрам Земли любых возводимых объектов использовалась на Древней Руси и у многих других древних народов. Она представляла собой комплекс соизмерительных инструментов – саженей и на сегодня утрачена. В частности на Руси существовал «Всемер» из пятнадцати саженей переоткрытый А. Пилецким (см. приложение 2). Методика очертания объектов по данным саженям полностью утеряна и только начинает воспроизводиться. Главное в ней то, что сажени не измерительные, а соизмерительные инструменты, и все они между собой пропорциональны золотому числу *Ф*. Поэтому сооружение, проектируемое по комплексу саженей, изначально закладывались в золотых пропорциях, а разметка объемов производилась так, что высота разбивалась саженью одного размера, ширина – сажень другого размера, а длина – третьего размера. В результате строительство каждого объекта велось в гармоничных золотых пропорциях, т.е. в тех параметрах, которые пропорционированы параметрам Земли.

В данной работе не будем останавливаться на методах гармонического проектирования и строительства, кое-что об этом можно найти в [23], здесь же качественно познакомимся с некоторыми проективными способами проведения пропорционирования фигур на плоскости и в пространстве. При этом надо помнить, что исходным пунктом всякого гармоничного пропорционирования является использование золотых пропорций. Гармоничное пропорционирование это всегда пропорционирование на основе золотых пропорций. В проекте строительства объекта высота, ширина и длина должны быть выполнены пропорционально золотому числу или золотым числам, т.е. в соответствии с методом проектирования на основе древнерусских саженей.

Остановимся на возможности гармонизации фигур в статико-динамической геометрии. Еще раз отметим, что в проективной полудинамической геометрии фигуры пропорционированы изначально как системы, способные кадрировано деформироваться в процессе перемещения в пространстве. И хотя все деформации будут постоянно происходить пропорционированно, и каждый кадр изменения фигуры, например, четырех точек, в движении называют гармоничным, это не всегда соответствует действительности. Гармоничное пропорционирование деформации элементов каждого кадра фигуры происходит только тогда, когда высота и ширина (для плоскости), и длина (для объема) исходной фигуры проектировались по соизмерительным инструментам, содержащим золотые числа. Все другие пропорции не приводят к получению гармоничного отношения. Поскольку объемное пропорционирование по золотым пропорциям еще не устоялось и не применяется в проективной и начертательной геометрии, разберем несколько примеров пропорционирования фигур на плоскости.

Основная задача статико-динамической геометрии – нахождение элементов фигур, пропорционированных в золотых числах, и обеспечение возможности перенесения этих пропорций на любой элемент внешней фигуры. Выше показаны два способа проведения гармонического пропорционирования как отрезка *AB*, так и базисной прямой точками *N* и *M*: методом пирамиды Дезарга и методом параллельных Евклида. Оба способа дают аналогичные результаты и отличаются лишь трудоемкостью их исполнения. Оба способа начинаются с выбора отрезка *AB* и деления его в произвольном отношении точкой *N* – следом поляры. И только две точки на этом отрезке могут обусловить появление золотых пропорций. Естественно, что в проектировании фигур или объектов эти точки могут проявить себя только при целенаправленном выборе. Не останавливаясь на описании использования золотых пропорций, приведем пример пропорционированого переноса в пространстве плоской фигуры.

Рассмотрим построение на поверхности плоской или объемной фигуры и передвижение ее в пространстве способом пропорционирования. Проведем базисную прямую *p* и выделим на ней отрезок *АД*, который произвольно разделим на три части точками *B* и *C* (рис. 68). Получили некоторый аналог четырех гармонических точек. Поставим произвольную точку *S*, соединим ее лучами с точками *A*, *B*, *C*, *Д*, и посмотрим, что же получилось. Можно предположить, что здесь изображена проективная пирамида в которой точка *B* проекция поляры на базисную прямую, а точка *Д* полюс этой поляры. Однако для такой остроконечной фигуры полюс находится неестественно близко. Можно сделать другое предположение: фигура составлена из двух пересекающихся проективных пирамид *ASB* и *BSД*, каждая из которых включает поляру, а полюса у них – отсутствуют. Наконец возможен и третий вариант: на фигуре изображена четырехгранная пирамида, находящаяся на горизонтальной плоскости.

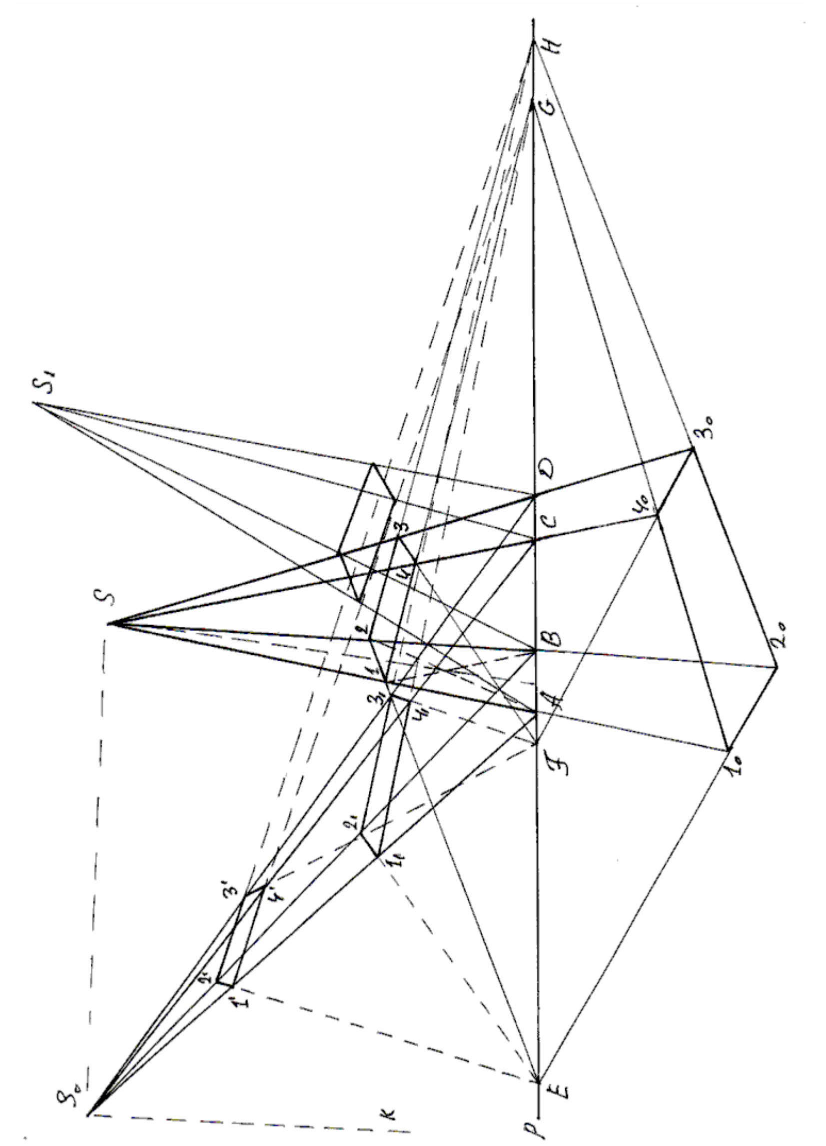
Допустим, что это четырехгранная пирамида и в произвольном месте пересечем ее плоскостью. Пронумеруем углы образовавшейся площадки 1, 2, 3, 4, и обратим внимание на то, что каждая сторона полученного четырехугольника образует со сторонами пирамиды трапеции: *A*12*B*, *B*23*D*, *D*34*C*, *C*41*A*. Выше было показано, что продолжение крыши каждой трапеции пересекает базисную прямую, образуя на ней свой полюс. Появление полюса свидетельствует о том, что внутри каждой трапеции существуют диагонали, а вместе с ними и виртуальная поляра. Проявим поляру, например, у ребра *ASB*, для чего проведем в трапеции диагонали и через их пересечение проведем прямую – поляру *SL* (показано штрихами). Далее проведем лучи от крыш до пересечения базисной прямой в точках *E*, *F*, *G*, *H* и отметим, что любое наклонение пирамиды сопровождается деформацией всех ее элементов, но точки полюсов при этом своего положения не меняют и потому становятся реперами. Воспользовавшись этим обстоятельством, поставим произвольно новую точку опоры S_o. Соединим ее прямыми с точками *A, B, C, D* и перенесем на нее площадку 1234. Перенос можно произвести двумя способами: произвольным способом и пропорционально занимаемому ею месту. Для получения площадки по первому способу следует в нужном месте поставить на одно из ребер наклонной пирамиды AS_oD точку, например, 1´ и, соединив ее лучами с реперами *E* и *G´*, получить стороны 1´2´ и 1´4´. Далее соединив лучами точку 2´ с репером *F* и точку 3´ с репером *H* получить стороны 2´3´ и 3´4´. Искомая площадка 1´2´3´4´ построена.

Чтобы оставить все элементы пирамиды AS_oD пропорциональными *ASD*, необходимо провести две вспомогательные прямые. Одной соединить вершины *S* и S_1, а другую S_1K – провести перпендикулярно первой. Затем перпендикулярно прямой S_oK перенести с пирамиды *ASD* точки 1, 2, 3, 4 на ребра пирамиды AS_oD получить точки 1_1, 2_1, 3_1, 4_1 и соединив их прямыми, найти искомую площадку. Можно наклонить пирамиду и вправо, например, в точку опоры S_1 провести построение пирамиды аналогично вышеизложенному.

Может возникнуть необходимость пропорционального перенесения площадки 1234 под базисную плоскость пирамиды. Поскольку первая точка искомой площадки может выбираться произвольно, ее ставят на продолжении любого ребра, например, точку 2_o на продолжении ребра *SB* и лучами соединяют с реперами *E* и *H* (рис. 68). Лучи пересекают продолжения ребер *AS* и *SD* в точках 1_o и 3_o. Теперь, соединяя лучами точки 1_o и *G*, получаем точку 4_o, соединив ее с точкой 1_o, находим искомую площадку $1_o2_o3_o4_o$. Полученная площадка является видом сверху с базисной плоскости.

Пространственное пропорционирование и перенос плоских и объемных фигур в рамках пирамиды хорошо известен и применяется в начертательной геометрии. Но в ней используется метод пропорционирования относительно сдвинутой базисной прямой или плоскости.

Рис. 68.



Реперный способ пропорционирования, похоже, неизвестен и не применяется. Естественно, что фигуры, пропорционированные обоими методами, должны быть конгруэнтными. Покажем это на примере пропорционирования той же площадки 1234.

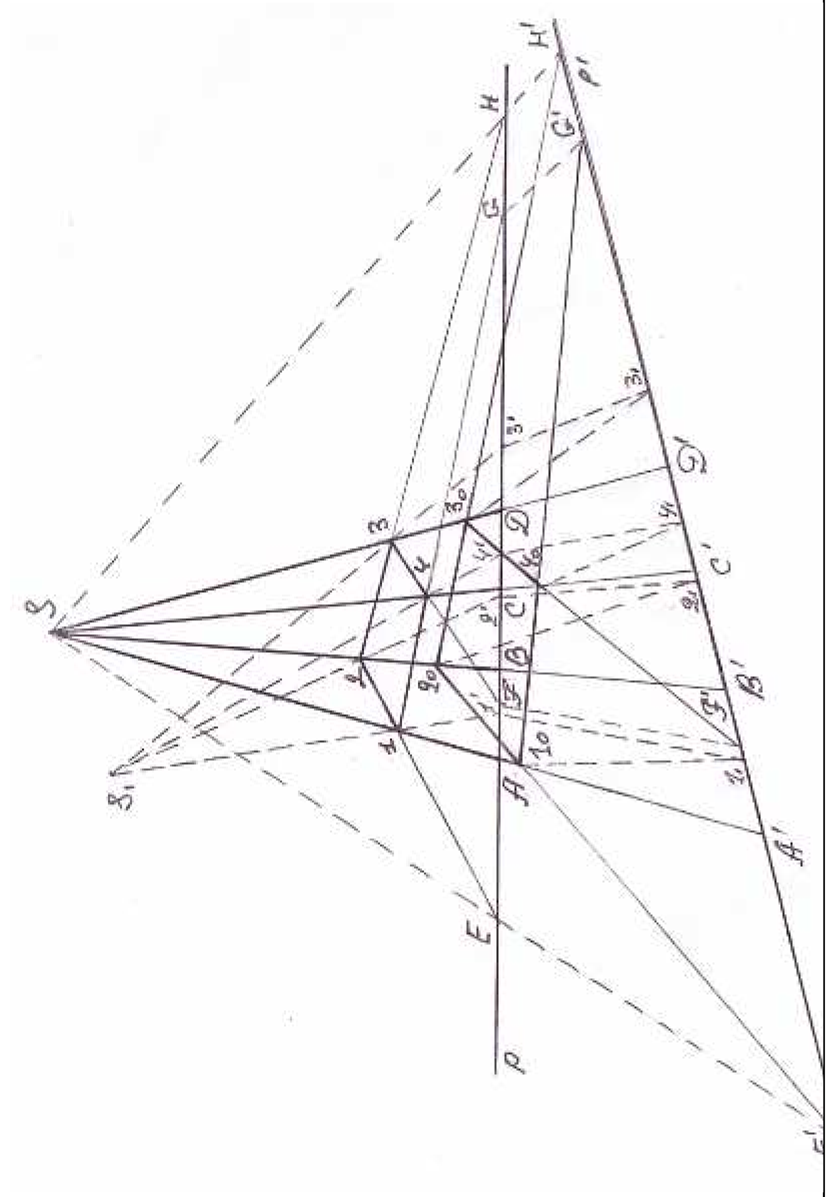
На базисной плоскости *p* построим прямоугольную пирамиду с основанием *ABCD* и с вершиной *S* (рис. 69). Рассечем ее плоскостью 1234. Каждое ребро плоскости можно представить как крышу некоторой трапеции. Перенесем лучами на базисную поверхность *p* реперные точки *E, F, G, H,* от каждой крыши. Поведем другую базисную плоскость *p´* и продолжим грани пирамиды до пересечения с нею в точках *A´*, *B´*, *C´*, *D´*. Проведем через вершину *S* и точки *E, F, G, H* лучи до пересечения с *p´* в точках *E´, F´, G´, H´*. Реперные отметки перенесены на новую базисную плоскость.

Теперь можно поступать двумя способами: либо, как это изложено в начертательной геометрии, выбрать произвольную вершину S_1 и провести от нее лучи до пересечения с *p*. Либо сразу же поставить на одно из ребер пирамиды какую-то точку плоскости, например 1. Выберем вершину S_1 и проведем от нее лучи (показано штрихами) через точки 1, 2, 3, 4 до пересечения с *p* в точках 1´, 2´, 3´, 4´. Потом из вершины *S* проведем лучи через точки 1´, 2´, 3´, 4´ до пересечения с плоскостью *p´* в точках 1_1, 2_1, 3_1, 4_1. Возможность пропорционального перенесения площадки 1234 на другое место подготовлена. Теперь соединим лучам точку S_1 с точками 1_1, 2_1, 3_1, 4_1 и пересечение их с ребрами *A´S, B´S, C´S, D´S* пронумеруем точками 1_o, 2_o, 3_o, 4_o. Соединив полученные точки прямыми получим искомую площадку $1_o2_o3_o4_o$. Теперь через точки 2_o и 1_o, проведем луч до пересечения с плоскостью *p´*. Луч пройдет через репер *E´*. Проведя аналогичную операцию с точками 2_o и 3_o, получим репер *H´*, с точками 3_o и 4_o, получим репер *F´*, с точками 1_o и 4_o, получим репер *G´* (показано на рис. 69 штрихами.).

Таким образом, «площадки» $1_o2_o3_o4_o$, перенесенная методом начертательной геометрии и методом реперов, оказываются конгруэнтными.

Не будем останавливаться на пропорционировании объемных фигур методом реперных отметок, поскольку он в принципе повторяет способ пропорционирование плоскостей. Покажем в заключение метод гармоничного пропорционирования вынесенных на оптимальное расстояние за начальную фигуру других плоских или объемных фигур. Этот метод существенен потому, что на сегодня, похоже, отсутствует способ перенесения одной фигуры пропорционально другой и гармоничного сочетания объектов по площади, высоте и объему.

Рис. 69.



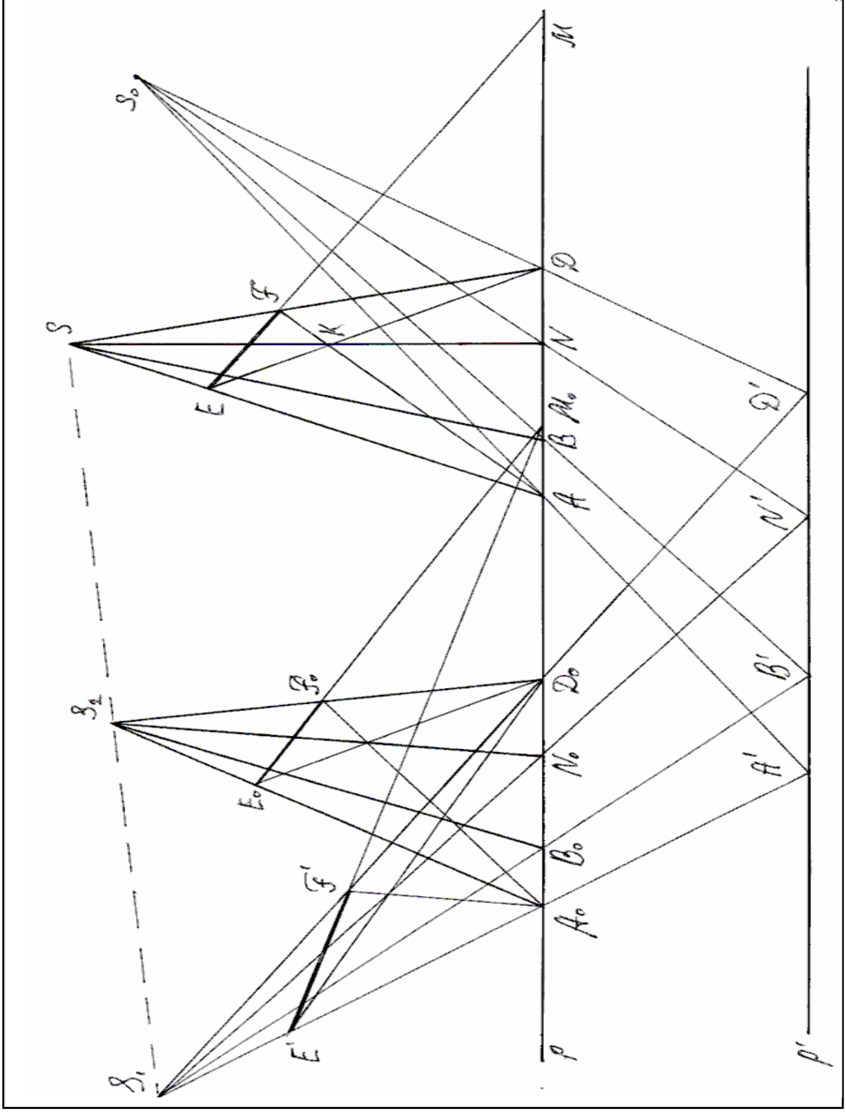
Поэтому застройки городов по высоте, расположению в пространстве и конфигурации объектов представляют безобразное, ангармоничное нагромождение строений, уродующее структуру Земли и разлагающе действующее на психическое здоровье человека.

Еще раз отметим, что гармоничными сооружениями считаются такие объекты, которые *по высоте, ширине и длине пропорционированы в золотых пропорциях*. Пространственное размещение гармоничных объектов предполагает также использование не измерительных, а соизмерительных инструментов, тех же саженей, как для архитектурного проектирования, так и для размещения их на местности.

Покажем на одном примере пропорциональное перемещение фигуры с одного места на другое, расположенное рядом. Для этого отложим на базисной прямой отрезок AB = 6 см и разделим его точками A, B, N, D на три части (рис. 22.), причем точка N делит AD в крайнем и среднем отношении. Из точки N восстановим перпендикуляр – поляру, на которой определяем точку опоры S отстоящую от основания на величину, например, равную 9 см. Соединив точку S с точками A и D находим пирамиду ASD, по которой и будет пропорционирована соседняя фигура. Далее следует определить расстояние от пирамиды до соседней фигуры. Оно должно быть кратным золотому числу, например AB : 2,618 = 3,5 см.

Построение пропорционированной фигуры, отнесенной от пирамиды на расстояние 3,5 см, начинаем с проведения второй базисной прямой p', параллельной первой. Поскольку предстоит пропорциорованный «переход» пирамиды ASD на новое место, то следует эту пирамиду «наклонить», перенеся ее точку опоры, например, в точку S_o. И из нее через точки A, B, N, D провести лучи до пересечения с p' в точках A', B', N', D'. Теперь отложим от точки A отрезок AD_o = 3,5 см и через точку D_o из точки D' проведем луч, на котором в произвольном месте поставим опорную точку S_1. Соединим точку S_1 лучами с точками A', B', N' и в месте пересечения p' получим точки A_o, B_o, N_o основания наклонной пирамиды $A_oS_1D_o$. Искомая пирамида $A_oS_1D_o$ пропорциональна по вурфу пирамиде ASD. Это можно показать графически. Ранее было показано, что лучи от крыш всех трапеций пропорционированных по вурфу пирамид сходятся в одной точке M. Найдем эту точку для пирамиды ASD. Для этого на поляре возьмем произвольную точку K и от A и D проведем через нее лучи до пересечения с ребрами AS и SD в точках E и F. Прямая EF − крыша, спроектируем ее на базисную прямую p и получим полюс M. Отметим, что для всех пропорционированных пирамид расстояние от правой точки опоры до полюса будет всегда одинаковым и равным *DM*.

Рис. 70.



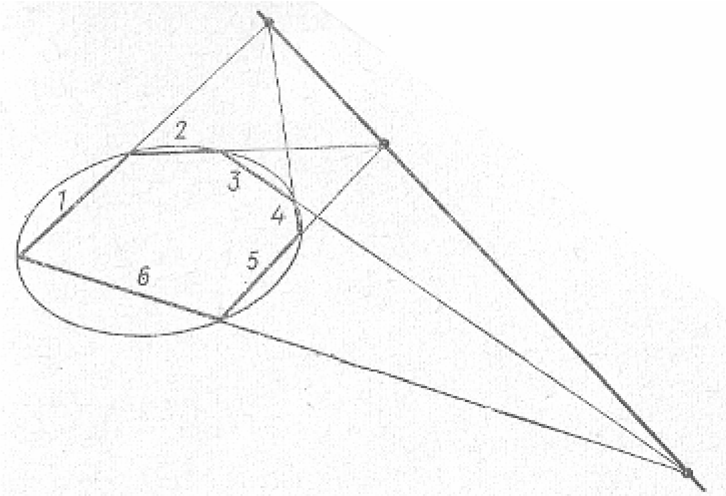
Чтобы убедиться в этом построим аналогичную крышу для пирамиды $A_oS_1D_o$ и продолжим ее до пересечения с p в точке M_o. Замерим отрезок D_oM_o и получаем, что расстояние $ДМ = D_oM_o$. Дополнительно проверим это явление. Поставим еще одну точку опоры S_2 и соединив ее сточками B_o, D_o получаем еще одну пирамиду пропорциональную $A_1S_2D_o$. Определим на ней крышу E_oF_o проведем от нее луч до пересечения с p. Луч пересек p в точке M_o. Таким образом вурфную пропорциональность пирамид $A_oS_1D_o$ и ASD можно считать доказанной.

Кратко рассмотрим особенности фигуры называемой «теорема Паскаля». Вот как она описывается [27]:

«*Впишем в любое коническое сечение (для проективной геометрии разницы между ними нет)* ***произвольный*** (произвольный?? – *Авт.*) *шестиугольник (см. рис. 71, на котором стороны занумерованы). Продолжим теперь до пересечения первую и четвертую, вторую и пятую, третью и шестую стороны. Полученные прямые обязательно пересекутся, ибо параллельных в проективной геометрии нет* (?? − достаточно сомнительное заявление − *Авт.*). *Итак, мы имеем три точки пересечения трех пар прямых. Вообще говоря, три произвольные точки плоскости не лежат на одной прямой, но эти* ***три*** *− лежат. В этом и заключается теорема Паскаля. Если теперь проектировать коническое сечение вместе с шестиугольником, с точками пересечения его сторон и с прямой, проходящей через эти три точки (ее называют паскалевой прямой), на другую плоскость, то, как бы не изменялось коническое сечение и вся конфигурация, указанные три точки все равно будут лежать на одной прямой. Теорема Паскаля – проективная теорема*».

Фигура, изображенная на рис. 71, чуть ли не единственная в проективной геометрии явно отображающая все входящие в ее структуру элементы. А изложенное объяснение ее построения демонстрирует односторонность современного статического подхода к рассмотрению образовавшейся фигуры. Математик, построивший в коническом сечении шестиугольник, полагает, что за пределами шестиугольника ничего нет. И это совершенно правильно, если фигура принадлежит статической геометрии. Но если она относится к проективной геометрии, то сама фигура «знает», что она всего только базисный, опорный элемент единой невидимой фигуры. Вторым элементом является базисная прямая, проходящая за ее пределами и потому попарные лучи, продолженные за пределы сторон шестиугольника обязательно пере-

Рис. 71.



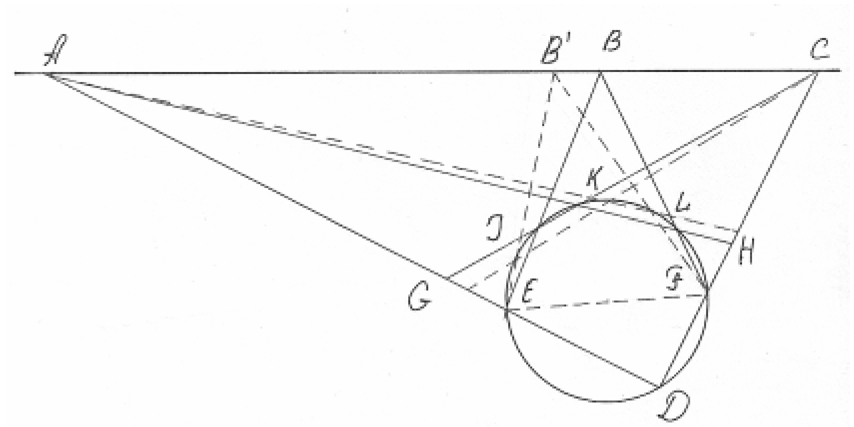
секутся на базисной прямой.

Только в проективном представлении субъекта вписанный в коническое сечение шестиугольник (далее, для упрощения, будем говорить об окружности), является самостоятельной фигурой. В статико-динамической геометрии это несколько неявных фигур-треугольников. Они, частично перекрывая друг друга, наложены на опорную окружность, отсекая своими сторонами шесть хорд, образующих шестиугольник, и составляя вместе с базисной прямой, единую фигуру.

Проведем построение вписанного шестиугольника иначе, чем было описано выше. Возьмем опорную окружность и на некотором расстоянии от нее базисную прямую, на которой находятся точки *A, B, C*. На окружности расположена точка *D*, место схождения двух сторон шестиугольника (рис. 72.).

Соединим точки *A* и *C* прямыми с точкой *D*. Точки пересечения *E* и *F* прямых с окружность соединим прямыми с точкой *B*. Получим новые точки *I* и *L*. Из точки *C* через точку *I* проведем прямую до пересечения с прямой *AD* в точке *G*. А из точки *A* прямую через *L* до пересечения с прямой *CD* в точке *H*. Точка пересечения этих прямых *K* окажется на окружности и замыкает шестигранник. Шестигранник *DEIKLF* построен. Он составлен тремя треугольниками *ADH*, *BFE*, *CDG*. Стороны этих треугольников, проходящие внутри окружности, и образуют искомый шестигранник. Он весь включен в треугольник *ACD* и одновременно, отсекаемыми хордами, вписан в опорную окружность.

Рис. 72.



Перемещение любого из элементов этой фигуры сопровождается деформацией всех ее элементов кроме базисных. Они же, оставаясь базисными, не испытывают деформации. Базисные фигур испытывают деформацию только тогда, когда перемещаются в другую область пространства. Именно в этом случае окружность, например, отображает коническое сечение.

Покажем деформацию треугольников *AHD BFE, и CDG* обусловленную перемещением точки *B* вдоль базисной прямой, допустим влево (показано штрихами). Перемещение *B* оставило неизменным треугольник *ACD* и основание треугольника *BFE* но переместила одну из их сторон (показано штрихами), изменив площадь каждого внутреннего треугольника и точки их пересечения таким образом, что четыре стороны вписанного шестиугольника переместившись по окружности, изменили свою длину, а следовательно, и конфигурация шестиугольника подверглась изменению. Перемещение же точек *A* и *C* вдоль базисной прямой, «удаление» или «приближение» к ней опорной окружности, вызывает деформацию всех элементов фигуры, но не сдвинет «произвольные» точки с паскалевой прямой, поскольку эта прямая – базисная.

Таким образом, *деформация фигуры в пространстве статико-динамической геометрии, происходящая в результате перемещения отдельных ее элементов или опорных узлов не нарушает структурного единства самой фигуры*.

Глава V

Элементы физической геометрии

5.1. Физика в геометрических символах

В физике постоянно дискутируется в физике вопросы о физической сущности свойств: Являются ли геометрические свойства свойствами физическими или эти свойства не имеют отношения к физике? Является ли геометрия самостоятельной наукой со своими свойствами и законами или она есть раздел физики? Ответы на эти вопросы определяются тем представлением о геометриях, которое складывается в науке на протяжении длительного времени, и о связях свойств статических геометрий с физическими свойствами природы. Поскольку до настоящего времени наука оперирует только статическими геометриями, то однозначного ответа на эти вопросы получать не удается. Статические геометрии базируются на аксиомах и теоремах, отсутствующих в природе и получаемых путем абстрагирования от природных свойств. Это обстоятельство обусловливает видимость как бы самостоятельности геометрических свойств, их независимости от природы. Подчеркнем – самостоятельность геометрических свойств. Но является ли статическая геометрия единственным предметом, описывающим геометрические свойства природы? Ниже мы покажем, что классическая геометрия не единственный способ описания геометрии природы. Эти свойства можно описывать и полудинамическим (статико-динамическим) и динамическим методом, что обусловливает возможность лучшего понимания природных процессов. Но продолжим.

Абстрагирование начинается с выделения из природы отдельных свойств, с аксиоматизацией связей между ними и с введением эталонных измерителей количественных параметров этих свойств. При этом практически не учитывается то обстоятельство, что физические свойства невозможно отделить от тел. Они, эти свойства, как уже говорилось, неотъемлемые составляющие комплекса свойств, образующих тела, их атрибуты. *Они – в природе никогда не бывают самостью, каждое из них существует в совокупности и только в совокупности всех свойств рассматриваемого объекта. Без любого из свойств материальный объект не существует*.

Но для субъекта – ученого – они суть отдельности – мыслимые субстанции, на которых базируется все его представление о природных свойствах, и «выделяются» они из этой совокупности мыслящим субъектом для его практических целей как самостоятельные качества. В природе отсутствуют такие отдельные физические и геометрические свойства, как «расстояние», «плоскость», «пространство», «время» «бесконечность» и т.д. К тому же свойства: расстояние, плоскость, пространство, бесконечность находят применение и в физике и в геометрии свидетельствуя, таким образом, о некоей неразрывности понятий физики и геометрии. Тем не менее, представления об этих свойствах в физике и в статической геометрии могут оказаться различным. И то, что оно сейчас необъяснимо совпадает, свидетельствует о недостаточном представлении сущности физических и геометрических свойств.

В основе всех представлений геометрических свойств, как уже неоднократно подчеркивалось, заложено понятие о пространстве. И в первую очередь о вещественности этого пространства. Многократно повторимся. Невещественность пространства – есть пустота, в коей ничего нет, и по определению быть не может. Пустота – категория непостижимая для ума, т.к. в любом построении ум субъекта обязан быть «наблюдателем». А как «оказаться» в месте, в котором ничего нет? И что можно сказать о нем? Только одни отрицания: неподвижный, невещественный (бестелесный), не пространственный и т.д. и т.п. А нет пространства, нет и эталона для его измерения.

Однако, по укоренившейся традиции, такой неподвижной, невещественной, примысливаемой пустоте приписывают свойство самость – пространство и существование некоего расстояния между примысливаемыми в нем телами, которое замеряют размерными эталонами, в частности – метром. Но метр – вещественный эталон. И в его современной формулировке заложены два основных признака вещественности – материальность и движение. Ответ на вопрос: − Как можно замерять невещественное (примысливаемая пустота) вещественным? − естественно отсутствует. И бессмысленная традиция сохраняется. Однако во всех мировых философиях имеется тезис «подобное взаимодействует с подобным» и только в физике этот тезис нарушается, поскольку получается, что пустота, не имеющая свойств тел, и, следовательно, не подобное телам, вмещает совокупности свойств – тела, а отсутствующая в пустоте протяженность замеряется протяженным телом. Попробуем еще раз определиться с пространством и расстоянием в физике и геометрии.

Естественно, что необходимость выживания и ориентации человека в жизненном пространстве породила понимание реального (вещественного) пространства и расстояния как протяженности, как промежутка между телами, задолго до того, как у него появились даже самые первичные представления об измерениях и числах. И это представление определялось не выделением свойства из общей совокупности, а *сопоставлением свойства отдельного предмета с таким же свойством другого подобного предмета, принимаемого за эталон*. И потому измерение промежутков можно было проводить только посредством применения имеющихся тел, используя их в качестве эталонов. Первоначальные эталонные измерительные инструменты, как предполагается, не базировались на параметрах Земли, и, более того, ничем не были связаны с физическими параметрами, а для определения протяженности использовались некие практические факторы. Например, расстояние у греков определялось по дальности падения брошенного копья, у кочевников по дальности полета стрелы и т.д. Т.е. развитие представлений о пространстве и расстоянии происходило от частного к общему. И логика этого развития привела к формальному, опосредованному пропорционированию размеров эталонного измерительного инструмента, названного метром, параметрам Земли. Произошло чисто механическое пропорционирование инструмента по измерению расстояния – метра, параметрам планеты, а потому физическая сущность понятия «расстояние» оказалась не выявленной. Попробуем прояснить, что же лежит в основе физического понятия – «расстояния» как категории, на которой основывается вся геометрия.

Если за отправную точку рассуждения принять предположение о том, что космос отображает пространство, то обращает на себя внимание визуально «наблюдаемая» изотропность космического пространства. Имеется ли в действительности изотропность – пока неизвестно, хотя в соответствии с диалектикой пространство вещественно и, следовательно, анизотропно. Но в космосе наличествуют выделяющиеся на общем, как бы безматериальном фоне отдельные вещественные тела – планеты, звезды, галактики и т.д. Т.е. тела, имеющие большую, против остального пространства, массу и плотность.

Эти выделенные тела влияют, через пространство (добавим, вещественное, иначе как может это влияние передаваться), друг на друга гравитационными полями. Энергия последних убывает по мере отдаления от самих небесных тел. Убывание энергии гравитационных полей с расстоянием однозначно свидетельствует об анизотропии космического пространства и о том, что плотность энергии вблизи тел больше, а в отдалении меньше. И еще о том, что где-то между взаимодействующими телами существует зона одинаковой гравитационной энергетической плотности (нейтральная зона). Все объекты, находящиеся между двумя гравитирующими телами, под воздействием их полей изменяют свою форму – деформируют [2]. Уменьшаются или увеличиваются в размерах в зависимости от того, находятся ли они ближе к гравитирующему телу или дальше от него. Причем в движении от одного плотного тела к другому до нейтральной зоны они увеличиваются в размерах, а после прохождения ее – уменьшаются пропорционально энергии того тела, к которому они приближаются. Этой деформации подвержены все тела без исключения, в том числе «твердые» эталоны.

Свойство деформации плотностного тела в физическом пространстве и отображает статико–динамическая геометрия. В ней фигуры, как и свойства тел природы, есть – взаимосвязанная совокупность всех элементов, составляющих фигуру, т.е. отдельное. В дискретном (дуальном) мире телам присуща внутренняя целостность, но отношение с другими телами переводит целостность в отдельность. Ни один элемент отдельной фигуры из нее изъять невозможно, так же как невозможно изъять из тела ни одного его свойства. Удаленный из фигуры элемент, тем не менее, в скрытом состоянии, остается в ней так же, как рассмотрение отдельных свойств тела не свидетельствует о том, что тело исчезло. Это обстоятельство и обусловливает наличие в статической (?) и статико-динамической геометриях скрытых фигур. По аналогии можно отметить, что свойства, не учитываемые в физических расчетах, остаются скрытыми в комплексе совокупности свойств тела.

Анизотропная плотностность геометрического пространства обусловлена тем, что все точки пространства статико-динамической геометрии имеют статус несобственных, т.е. плотностных точек Дезарга. Причем плотностность всех несобственных точек различна. Наибольшую плотностность имеют точки, образующие базисные фигуры. Плотностные базисные фигуры – опорная точка и базисная плоскость, своеобразно отображают в геометрии свойства тел, создающих гравитационные поля. Они «создают» некоторое анизотропное, изменяемое с расстоянием плотностное пространство статико-динамической геометрии. Под воздействием этих невидимых «геометрических полей» находящиеся в них фигуры деформируются. Все элементы фигуры, передвигающейся между плотностной точкой опоры и такой же базисной линией (базисной плоскостью) деформируются пропорционально плотности того геометрического пространства, в которое они попадают, возрастая по длине при удалении от плотностных точек и уменьшаясь с приближением к ним.

Естественно, что в статико-динамической геометрии отсутствуют реальные плотности, энергии, расстояния и силовые деформации. Имеется своего рода проективное отображение плотностного пространства, протяженности и взаимодействия фигуры с пространством. Именно оно вызывает пропорциональное изменение размеров элементов фигуры при движении на плоскости геометрического листа как некоторое подобие реальных физических процессов. Эти фиктивные для геометрии плотностные свойства, тем не менее, моделируют природные процессы в пространстве статико-динамической геометрии. При этом в отображении протяженности используется общая для всех геометрий и физики методика измерения длин и расстояний и единый эталонный измерительный инструмент. Например, метр. Но измерительный эталон вещественная величина. Чтобы им пользоваться в статико-динамической геометрии надо определиться с физическими свойствами протяженности, обусловливающими появление геометрического понятие «расстояние».

Обратимся к телу, например, к Земле и определимся, можно ли из совокупности ее свойств определить те физические свойства, которые образуют геометрическое понятие «расстояние», и какие взаимосвязи они создают. В первом приближении Земля – шар. Параметры шара включают его радиус и поверхность. Радиус и есть «расстояние» от поверхности до центра Земли. Возникает вопрос: Совокупность каких «отдельных» физических свойств планеты определяет длину радиуса?

Радиус Земли R определяется через ее частоту пульсации (угловую скорость?) ω и скорость v вращения гравитационного поля, равную первой орбитальной скорости:

$$R = v/\omega, \qquad (5.1)$$

частота пульсации пропорциональна периоду T:

$$\omega = 1/T, \qquad (5.2)$$

и, подставляя в (5.1) вместо ω из (5.2) $1/T$ имеем:

$$R = vT. \qquad (5.3)$$

Т.е радиус Земли «определяется» не эталонным инструментом длины, а физическими свойствами некоторого колебательного процесса (периодом или частотой) и скоростью его распространения, и, следовательно, измерительный инструмент, используемый для измерения должен обладать подобными свойствами. Отметим; параметры окружности Земли по поверхности L, как и ее площади S тоже включают в себя колебательный процесс и длину волны $\lambda_з$ планеты:

$$L = 2\pi R = 2\pi vT = \lambda_з, \qquad (5.4)$$

$$S = 4\pi R^2 = \pi v^2 T^2. \qquad (5.5)$$

И это естественно, поскольку все тела, как и эталонные измерительные инструменты, физически пульсируют [2]. Пульсация, как и все остальные свойства, – атрибут каждого тела и отдельно от тела не существует, но может передаваться через вещественное пространство другим телам. Так передаются, например, электромагнитные и гравитационные волны.

Возьмем эталонный метр. Его линейная длина равна одной сорокамиллионной длины парижского меридиана. Но как единица эталона длины он определяется равным 1650763,73 $\approx 1{,}65\cdot10^6$ длин волн в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p_{1c}$ и 5_{d5} атома криптона-86. Т.е. в длине метра укладывается именно такое количество волн криптона. И, следовательно, длина одной волны, испускаемой Землей, будет соответствовать $1{,}65\cdot10^6\lambda_з$ волн криптона. *Пропорциональность длины волны криптона длине некоторого предмета и определяется при измерении этого предмета метром.* Т.е. сопоставляются одинаковые свойства предмета и эталона, скрытые от взгляда структурой твердого вещественного метра. И здесь подобное определяется подобным. Вот тот физический процесс, который используется для нахождения протяженности длины, ширины и высоты предмета. При этом визуально для измерения выделяется не сопоставление длин волн, а тот телесный предмет, который это количество волн вмещает. *Не волна становится отдельным для измерения, а* *протяженность по волновому качеству самого измерительного эталона, как обладающего свойством отдельного.*

В геометрии волновое движение отсутствует. А протяженность обозначается искусственной фигурой – линией. Линия не является ни свойством и ни веществом. К колебаниям она не имеет никакого отношения. И никакими своими качествами не может быть сопоставлена с вещественным эталоном. Однако процесс измерения линии полностью аналогичен процессу измерения вещественного предмета. И эта аналогия является следствием того, что *линия на любом фоне или выраженная предметом всегда является отдельностью. Качество отдельного присуще и эталону измерения и произвольной линии. По этому качеству и только по этому качеству линия и метр подобны друг другу.* Это качество и замена взаимосвязей природных свойств аксиомами обусловливают возможность использования в статической геометрии физического свойства протяженности. Другие физические свойства применения в ней не находят. Опора на два природных свойства и определяет представление о самостоятельности геометрических свойств и их независимости от природы. Опора на двуединое свойство и делает статическую геометрию математическим предметом, таким же, как и все остальные математические предметы.

В статико-динамической геометрии кроме длины как выражения природного свойства протяженности, проявляют себя свойства взаимосвязи элементов фигуры и плотностность как отображение полевого взаимодействия тел в пространстве и их деформации под воздействием пространства. Причем в некоторой степени аналогами тел выступают несобственные точки и несобственные плоскости Дезарга. Фигуры – несобственные точки, уменьшение пространственной плотностности от которых происходит по тем же законам, по которым изменяются сила взаимодействия гравитационных и электромагнитных полей. Плотностные свойства, отображающие природные свойства в геометрии, качественно меняют ее характер, превращая из статической в полудинамическую, в которой одновременно присутствуют и подвижные и неподвижные элементы. В геометрию, в которой наличествует движение при отсутствии времени как длительности.

Отсутствие времени как свойства тел и «поддерживает» эту геометрию в неопределенном положении между физикой и математикой. С одной стороны она оказывается статической, и как таковая может быть отнесена к предмету математики. С другой ее фигуры и элементы фигур могут «перемещаться» в пространстве и пропорционально деформироваться при перемещении, − качества, которыми обладают только природные системы. Качеством пропорционального деформирования не обладают, например, фигуры статической геометрии. Пропорционирование фигур и их элементов в классической геометрии явление случайное или искусственное. В статике отсутствуют внутренние связи между элементами фигур и потому практически невозможно достижение гармоничных пропорций между фигурами и их элементами не только в проекте, но и в практике возведения объектов. Именно поэтому в геометрии и связанных с нею науках, и в частности в физике, не проявляют себя золотое число и золотые пропорции.

В статико-динамической геометрии пропорционирование фигур и их элементов смешанное (простое и гармоническое) и происходит постоянно. Оно – следствие системной структуры фигур всеобщей взаимосвязи их свойств и деформации при перемещении в плотностном пространстве. В процессе перемещения фигур в определенных областях пространства может появляться как отношение элементов фигур золотое число, а вместе с ним проявляются зачатки гармоничного пропорционирования по золотым пропорциям. Золотое пропорционирование в статико-динамической геометрии есть случайное следствие ее динамичности. Тем не менее, оно позволяет получать гармоничные пропорции в том случае, когда в элементы движущейся фигуры положены золотые отношения. Динамичность фигур является той основой, которая обусловливает появление рядов Фибоначчи и золотых чисел в данной геометрии и потенциальную возможность отображения в процессе нарастания рядов Пилецкого золотых матриц. Статика не попадает в мир золотых чисел и пропорций. Она не образует связи между элементами фигур и числами и потому не «чувствует» взаимосвязи золотых чисел. На это способны только динамические системы. Повторимся: *Фигуры статико-динамической геометрии обладают качеством природной системы.* И это качество как бы свидетельствует о ее частичной принадлежности к физическим наукам.

Немного о динамической геометрии. В этой геометрии впервые появляется время как рядовое физическое свойство. И наряду с ним в геометрию сразу же входят все остальные свойства природы, превращая геометрию из математической науки в науку физическую. Естественно, что все они входят в систему геометрии, а не в обиход геометров, поскольку количество природных свойств бесчисленно. Все свойства динамической геометрии равнозначны и фундаментальны.

Ни одно из них не может исчезнуть или быть приравнено нулю, поскольку это равнозначно исчезновению тела. В динамической геометрии изначально наличествует только гармоничное пропорционирование на основе золотых чисел базисного ряда русской матрицы [2]. Все природные свойства, рассматриваемые физическими науками, имеют не только количественную величину, но и качественное числовое отображение. Они взаимосвязаны и взаимообусловлены через качественное числовое отображение, через кратные золотому числу качественные коэффициенты физической размерности (КФР).

Динамическая геометрия качественно отличается от классической математики уже тем, что имеет дело со всеми физическими свойствами тел, а не только с их количественным отображением и является открытой системой, наиболее полно выражающей систему природных взаимосвязей и взаимодействий. В ней отсутствуют аксиомы и теоремы, а система логичного доказательства опирается на инвариантные взаимосвязи свойств. *В динамической геометрии фигуры, как таковые, отсутствуют, поскольку они есть крайняя степень упрощения связей.* К ним прибегают только для пояснения тех или иных взаимосвязей свойств. Другими словами динамическая геометрия уже не является математической дисциплиной, а оказывается составной частью физики и может быть названа *физической геометрией*. Геометрией, описывающей динамику реальных природных процессов.

5.2. Структура русских матриц

С русской матрицей мы познакомились при изучении секретов старинных соизмерительных инструментов – древнерусских саженей. Необъяснимой особенностью этих инструментов являлось то, что их было много (десятки), они были несоизмеримы между собой, а *при разметке объекта не допускалось разбиение осевых (координатных) размеров одной саженью*. Разметка *обязательно* начиналась с высоты (координата – z) одной саженью, далее ширины (координата – x) – другой саженью и, наконец, длины (координата – y) – третьей саженью. Все оси разбивались только четным числом саженей.

Было непонятно: зачем и как пользоваться десятками саженей, осложняя работу? Почему саженей много, разве нельзя обойтись одним измерительным инструментом? Почему они несоизмеримы между собой? Как могла сложиться такая архаичная система измерения? Почему она оставалась в употреблении в течение многих тысячелетий? И т. д. На эти многочисленные вопросы десятилетиями не находились ответы.

Однако А.А. Пилецкий [25] сумел свести все многообразие не пропорционированных друг другу древнерусских саженей к 15 «типоразмерам», показать, что все они пропорциональны золотому числу *Ф* и подойти к построению матрицы, отражающей их взаимосвязи, используя для этого *применяемый только на Руси метод раздвоения-удвоения для получения из саженей более мелких измерительных инструментов*. Согласно древнему методу пропорционирования, как уже упоминалось, сажень делилась пополам, получалось полсажени. Полсажени надвое - локоть и так далее до вершка. Деление заканчивалось на вершке. Именно метод раздвоения удвоения привел к воссозданию объемной русской матрицы (подробнее [23, 26]). Приведем для примера фрагмент матрицы А. Пилецкого (фрагмент 1), включающий в см все древнерусские сажени (выделены полужирным шрифтом [23,25]:

Фрагмент 1

3288	2661	21,52	1740	1408	1139	921,6	745,6	***603,2***	488,0	394,8	319,4	**258,4**	**209,1**
1644	1330	1076	870,4	704,0	569,6	460,8	***372,8***	301,6	**244,0**	**197,4**	**159,7**	129,2	104,5
822,0	665,2	5348,0	435,2	352,0	284,8	***230,4***	**186,4**	**150,8**	122,0	98,70	79,85	64,60	52,57
411,0	332,6	269,0	**217,6**	**176,0**	***142,4***	115,2	93,20	75,40	61,00	49,35	39,93	32,30	26,14
205,5	**166,3**	**134,5**	108,8	***88,00***	71,20	57,60	46,60	37,70	30,50	24,68	19,96	16,15	13,07
102,7	83,10	67,20	***54,40***	44,00	35,60	28,80	23,30	18,85	15,25	12,34	9,980	8,075	6,534
51,40	41,60	***33,60***	27,20	22,00	17,80	14,40	11,65	9,42	7,62	6,170	4,990	4,040	3,267

Отметим, что сажени, являясь строительным инструментом, тем не менее, не относятся к мерным линейкам. Они инструмент соизмерительный, инструмент формирования площадей и объемов, пропорциональных естественным природным площадям и объемам. Однако в бесконечной по вертикали и горизонтали матрице, заполненной числовыми рядами взаимосвязанных геометрических прогрессий, фрагмент 1 содержит выделенное числовое поле, отсутствует базисная **1**. Чтобы ее получить достаточно выделенный ряд чисел поля, например, диагональ 33,60 – 603,2, идущую снизу вверх слева направо (полужирный курсив), или все числа матрицы, разделить на любое из находящихся на ней чисел. Например, на **230,4** и получить диагональ – элемент русского ряда (фрагмент 2, диагональ выделена полужирным курсивом). Аналогичное можно проделать и с числами диагонали 1408 – 5,250, идущей сверху вниз и слева направо (фрагмент 2, диагональ выделена курсивом), с числами горизонтального ряда и т.д. Вообще, для получения классического числового поля русской матрицы достаточно просто разделить все числа поля фрагмента 1 на одно из входящих в матрицу чисел. Эта операция проделана с тремя первыми столбцами фрагмента 1 поделенными на 230,4, и полученные числа выделены полужирным курсивом на фрагменте 2.

Фрагмент 2.

14,27	***11,54***	***9,340***		***6,112***				***2,618***	488,0	394,8	319,4	**258,4**	**209,1**
7,136	***5,772***	***4,670***			***2,472***		***1,618***	301,6	**244,0**	**197,4**	**159,7**	129,2	104,5
3,568	***2,887***	***2,335***	***1,888***	***1,528***	***1,236***	***1,00***	***0,809***	***0,654***	***0,529***	***0,428***	***0,447***	***0,280***	***0,227***
1,784	***1,443***	***1,167***			***0,618***		***0,404***	***75,40***	61,00	49,35	39,93	32,30	26,14
0,892	***0,722***	***0,584***		***0,382***				***0,163***	30,50	24,68	19,96	16,15	13,07
0,446	***0,361***	***0,292***	***0,236***						***0,066***	12,34	9,980	8,075	6,534
0,223	***0,180***	***0,146***								0***,027***	4,990	4,040	3,267

Приведем запись формообразующих центров числовых полей двух матриц 1' и 2':

Центр матрицы 1'		Центр матрицы 2'	
1,414	1,272	2	1,618
1	0,899	**1**	0,809

Основу структуры русской матрицы 3 составляет двойная крестовая последовательность записи чисел, при которой центр матрицы образует базисная **1** (единица), и в одной с ней строке находятся цифры горизонтального ряда, а перпендикулярно ей вертикальный (базисный) ряд, формирующий числовое поле матрицы, начинающийся с рационального или иррационального числа. По диагонали через **1** снизу вверх слева направо – диагональный ряд, начинающийся либо с золотого числа *Ф* либо с *Ф* в степени, либо степень от *Ф*. Числовое поле матрицы распространяется в бесконечность во все направления. Плоскую матрицу формируют три числа (объемную – четыре):

*базисная **1**, находящаяся в центре матрицы и наличествующая во всех матрицах, иногда в виртуальном виде;*

*золотое число, следующее по диагонали от **1**, как в виде Ф, так и Ф в степени или степень от него;*

*рациональное или иррациональное число над **1** (кроме Ф).*

Плоскость числового поля матрицы образуется как бы невидимыми квадратиками-клетками, в которые вписываются числа. Приведем фрагмент русской матрицы 3:

Матрица 3

9,609	8,643	7,774	6,992	6,289	5,567	5,088	4,576	4,116	3,702	**3,330**
6,795	6,111	5,497	4,944	4,447	4,000	3,598	3,236	2,911	**2,618**	2,355
4,804	4,31	3,887	3,496	3,145	2,828	2,544	2,288	**2,058**	1,851	1,665
3,397	3,056	2,748	2,472	2,224	2,000	1,799	**1,618**	1,455	1,309	1,177
2,402	2,161	1,943	1,748	1,572	1,414	**1,272**	1,144	1,029	0,925	0,832
1,699	1,528	1,374	1,236	1,112	**1,000**	0,899	0,809	0,727	0,654	0,588
1,201	1,080	0,972	0,874	**0,786**	0,707	0,636	0,572	0,514	0,463	0,416
0,849	0,769	0,687	**0,618**	0,535	0,500	0,449	0,404	0,364	0,327	0,294
0,601	0,540	**0,487**	0,437	0,399	0,354	0,318	0,286	0,257	0,231	0,208
0,425	**0,382**	0,344	0,309	0,278	0,250	0,225	0,202	0,182	0,164	0,147
0,300	0,270	0,243	0,218	0,196	0,177	0,159	0,143	0,129	0,116	0,104

Матрица 3, как и другие русские матрицы, *имеет объемную слоистую структуру. Так, числа 1,414..., 1,272..., 1,144... и т.д., образует ряд чисел, называемый также слоем, и заполняют слоями не только клетки вертикальной, видимой нами плоскости, но и те, которые существуют за ними и за данной плоскостью не наблюдаемы. За ними находятся пропорциональные им числа другого слоя-плоскости, еще дальше третьего и так далее в бесконечность.*

Перед ними, т.е. в нашу сторону, виртуально, продолжается такое же бесконечное поле взаимосвязанных и связанных с числами плоскости матрицы 3 *числовых плоскостей.* Их можно представить и по-другому, проведя через базисную **1** и другие числа горизонтального ряда горизонтальную плоскость-слой. Эта плоскость будет разграфлена такими же клетками, как и вертикальная плоскость и в каждой клетке будут находиться числа, пропорциональные числам вертикального слоя и *Ф*. То же произойдет и с горизонтальной плоскостью проведенной через числа 1,414, 1,272, 1,144 и т.д.

В результате клетки каждого слоя объемной матрицы как бы образуют единичные кубические объемы-ячейки, содержащие по одному иррациональному и редко рациональному числу. И все числа бесконечного объема матрицы оказываются связанными между собой определенной числовой зависимостью, а следовательно, базисная единица является невидимой составляющей каждого числа. Далее речь пойдет в основном о вертикальных слоях матриц. Отмечу основные особенности структуры русских матриц:

основу каждой матрицы составляет базисная **1**;

плоскость матрицы имеет двойную крестовую структуру расположения чисел с центром – базисной **1** (фрагмент матрицы 3);

числовое поле матрицы объемно и бесконечно во все стороны;

все члены любой части числового поля матрицы индивидуальны, иррациональны, взаимосвязаны, но каждое число не равно никакому другому числу и по другую сторону базисной **1,** оно имеет свой обратный аналог;

числовое поле плоской матрицы формируется тройкой чисел, а объемной матрицы - четверкой чисел. Количественные величины этих четырех чисел позволяет образовывать бесчисленное количество матриц со свойствами золотых пропорций;

базисная диагональ с числом, пропорциональным *Ф,* образуется только по структуре аналогичной русскому или египетскому ряду;

крестовая форма между столбцом и строкой матрицы обусловливает возможность использовать их как координатные системы для нахождения места любого числа ее множеств по показателю степени строки или столбца;

базисный ряд может начинаться с любого числа как рационального, так и иррационального, но не может начинаться с *Ф*.

То, что матрица 3 имеет сакральную структуру, не приходится даже доказывать. *Она – формальное математическое целое*. Она, как и все матрицы аналогичной структуры, базируется на том же русском числовом ряде и потому включает в себя сакральную структуру. В центре матрицы – базисная **1**, на которой, с любой стороны, заканчивается одно качество числового ряда и начинается другое. Все бесконечное количество чисел поля аналогичных матриц связано друг с другом через базисную **1** и, следовательно, имеет частичку ее качества. (Все, опять же, по Библии.) Все они связаны всеобщей инвариантной зависимостью, составляя взаимообусловленное числовое «население» матриц. И можно констатировать: как текст Нового Завета пронизан Божественностью Христа, его учением, и жизнью апостолов, так и все содержание динамической геометрии базируется на вещественности мира, на системе **1**∴12, всеобщем движении и качественном изменении (деформации). И так же как жизнь Христа доказывает существование Бога-Отца, так и структура и взаимосвязи русской матрицы подтверждают то же в опосредственной форме, становясь математическим подтверждением существования Бога.

Но вернемся к числовому полю матриц. Перед нами как бы необъятно расширенный вариант русского ряда, структура которого обладает множеством новых свойств. Вот некоторые из них.

Все последовательные тройки диагональных чисел матрицы 3 повторяют свойство русского ряда «плести гирлянду» подобных треугольников.

Если в матрице 3 все числа каждой клетки возвести в квадрат, то получим матрицу 4, главная диагональ которой структурирована египетским рядом.

Тот же результат достигается и в том случае, если, начиная от базисной **1,** и по горизонтали и по вертикали вычеркиваем через один столбец слои, начиная с числа 1,272..., и через строку, начиная с 1,414..., и оставшееся поле матрицы «сплачиваем», сдвигая слои к базисной **1** (матрица 4). Если же вычеркивать слои и столбцы через строку, начиная с крестовины базисной **1,** и сплотить оставшееся поле матрицы, то получим матрицу, обладающую теми же свойствами, но с виртуальной **1**.

Последовательность диагональных чисел матрицы 4 после сплочения из матрицы 3, «теряет» способность образовывать «гирлянды» треугольников, но у них ярко проявляется достаточно скрытая в других формах матриц качество матричной «вязи», заключающееся в возможности получения методом сложения или вычитания из одних чисел других, находящихся в том же поле.

Матрица 4

35,42	28,66	23,08	18,67	15,11	12,22	9,888	8,00	6,472	5,236	**4,236**
17,71	14,33	11,54	9,337	7,554	6,114	4,944	4,00	3,236	**2,618**	2,118
8,854	7,164	5,771	4,668	3,777	3,058	2,472	2,00	**1,618**	1,309	1,059
4,427	3,582	2,885	2,334	1,888	1,528	1,236	**1,00**	0,809	0,654	0,529
2,214	1,791	1,449	1,167	0,944	0,764	**0,618**	0,50	0,404	0,327	0,264
1,107	0,895	0,721	0,583	0,472	**0,382**	0,309	0,25	0,202	0,163	0,132
0,553	0,448	0,361	0,292	**0,236**	0,191	0,154	0,125	0,101	0,082	0,066
0,277	0,224	0,180	**0,146**	0,118	0,095	0,077	0,062	0.051	0,041	0,033
0,138	0,112	**0,090**	0,073	0,059	0,048	0,039	0,031	0,025	0,020	0,016
0,069	**0,056**	0,045	0,036	0,029	0,024	0,019	0,016	0,013	0,010	0,008
0,034	028	0,022	0,018	0,014	0,011	0,009	0,007	0,006	0,005	0,004

Приведем несколько примеров матричной вязи, опираясь на известное на сегодня правило сложения и вычитания Фибоначчи. Напомним его и покажем еще некоторые из них на примере числового поля, окружающего базисную **1**, отметив, что в примерах она не принимается за базисную, поскольку по той же конфигурации могут складываться любые числа поля [23].

Получаем 1, соблюдая правило Фибоначчи, когда сумма двух последовательных нижних чисел по диагонали слева направо снизу вверх равна верхнему числу. Те же числа находятся при диагональном вычитании из верхнего любого из двух нижних чисел:

0,382 + 0,618 = 1.

Складывая по диагонали вверх три числа подряд, получаем в результате число, стоящее в таблице над последним слагаемым:

0,382 + 0,618 + 1 = 2.

Берем число 0,191, стоящее в таблице под 0,382. И складываем его методом единицы (движение по полю матрицы как бы выписывает единицу) с числом 0,809, находящимся от него через два числа вверх, вправо по диагонали. Результат сложения находится слева от числа 0,809:

0,191 + 0,809 = 1.

Используем метод двойного хода “шахматного коня”: с поля 0,236 “переступаем” через число 0,472, а от числа 0,944 движемся направо к 0,764 и складываем его с первым:

0,236 + 0,764 = 1.

“Шаги” через числа могут быть и более длинными. Например, возьмем число 0,056 на главной диагонали. Через пять чисел вверх на числе 1,783 повернем вправо и через два числа найдем 0,944. Сложим их, сделав один шаг наверх и два вправо, находим 1:

0,056 + 0,944 = 1.

Или, по тем же правилам, от числа 0,118 пройдем к числу 2 и, сделав ход вверх и два вправо, имеем:

0,118 + 2 = 2,118.

Или по главной диагонали:

0,0213 + 0,0344 + 0,0902 + 0,236 + 0,618 = 1.

Количество слагаемых может возрастать. Например, суммируя от 0,146 по главной диагонали, двигаясь через число 0,382, к 1 и от него, тоже через число влево, можно получить результат 1,528:

0,146 + 0,382 + 1 = 1,528,

оставаться последовательным:

0,146 + 0,382 + 0,472 = 1,

становиться фрактальным:

0,1803 + 0,236 + 0,5836 = 1,

или образовывать различные комбинации из них:

0,08514 + 0,1114 + 0,146 + 0,2755 + 0,382 = 1 и т.д.

Количество примеров, и не только сложения, но и всех действий арифметики, можно множить и множить. Правила их использования относятся ко всем числам поля и в совокупности со степенными числовыми рядами образуют ***матричную «вязь»***, охватывающую все числовое поле как матрицы 3, так и матрицы 4. Матричная вязь есть следствие отдельности каждого элемента числового поля, и отображает принадлежность его к числовому полю как к целому. Именно матричная «вязь» обеспечивает корректность операций между золотыми числами полей этих матриц.

Русскую матрицу можно образовать, заполнив ее не иррациональными числами, а их отображениями в угловых единицах (в градусах). В такой матрице 5 необычная система углов представляет, по-видимому, некую величину поворота относительно базисной единицы. Хотя не исключена иная, еще не выявленная взаимосвязь**.** Немаловажно так же и то, что в матрице 5 наряду со значениями целых и дробных углов, например, 30°, 60°, 72°, проявляется число π с точностью как минимум до десятого знака (как *cos* 72°). И можно показать, что между золотым числом и коэффициентом π имеется взаимосвязь, отображаемая формулой:

$1/\Phi = (1 - \sqrt{5})/2 = 2\, cos72^{o} = 1/2\, sin(90^{o} - 36^{o})$

Матрица 5

15,11	12,22	9,888	8,00	6,472	5,236	**4,236**
7,554	6,114	4,944	4,00	3,236	**2,618**	2,118
3,777	3,058	2,472	2.00	**1,618**		
			90° 0′	***36° 0′***	49° 9′	58° 4′
19° 16′	40° 11′	**51° 50′**	*60° 0′*	66° 10′	70° 55′	74° 41,5′
61° 50′	**67° 32,5′**	***72° 0′***	75° 31′	78° 24′	80° 37′	82° 25′
76° 21′	78° 59′	81° 8,5′	82° 49′	84° 12′	85° 18′	86° 13′

Приведем еще один вариант матрицы, связанный как с древнерусскими саженями, так и с размерностью физических уравнений. Начнем с саженей. Оказалось, что длины древних саженей были извлечены из числового поля матрицы, в которой число, задающее шаг базисного столбца, является малой темперированной секундой музыкального ряда, равной 1,05945... и получается извлечением корня двенадцатой степени из 2, главная диагональ кратна *Ф*, а сама матрица имеет гармоническую структуру, относящуюся не только к музыке, но и самым непосредственным образом к физике. Числа базисного ряда гармонической матрицы 6 являются качественными коэффициентами физической размерности (КФР) свойств тел, составляя основу теории размерности. КФР позволяет принципиально по-иному подходить к этой теории и к формализации физических уравнений (ниже метод КФР будет разобран подробнее). Приведем фрагмент матрицы 6.

Следует отметить, что корень двенадцатой степени из 2 появился не случайно. Он следствие перенесения на базисный столбец рациональных чисел отображающих деление динамического отрезка на 12 физически одинаковых частей. То есть здесь имеет место почисловое отражение русского ряда на вертикальный базисный ряд матрицы.

В матрице 6 древнерусские сажени располагаются, начиная с 350-й строки, под базисной **1** и заканчиваются 418 строкой. А по столбцам начиная с 60-й и заканчивая 70 столбцом [23]. Отмечу, что величина саженей подобрана таким образом, что получается ступенчатая последовательность расположения значащих чисел (их длин с точностью до четвертого знака), которая обеспечивает, посредством 12 последовательных умножений на 1,05946, удвоение каждого числа. Это очень удивительная структура, определяющая некую «иерархически соподчиненную» взаимосвязь чисел матрицы 6. В ней величина длин саженей оказывалась «выше» по значимости, чем расположенные под ними 10 «промежуточных» чисел. Эти промежуточные числа в столбцах можно «убрать», проведя операцию «свертывания» промежуточных чисел и подтягивания в одну строку оставшихся значащих чисел. Последнее не меняя структуру матрицы, увеличивает шаг базисного столбца и изменяет ее числовое поле, а, следовательно, и ранг чисел, переводя их из «соподчиненных» в смежные, убирая физическую гармонику базисного ряда, а с ним «укрывая» и качественную обусловленность взаимосвязи всех физических свойств.

Матрица 6

0,1670	0,2550	0,3895	0,5949	0,9085	1,387	2,119	**3,236**	4,942
0,1576	0,2407	0,3676	0,5615	0,8575	1,309	**2,000**	3,054	4,665
0,1488	0,2272	0,3470	0,5300	0,8094	**1,236**	1,888	2,883	4,403
0,1404	0,2146	0,3275	0,5002	**0,7639**	1,167	1,782	2,721	4,156
0,1325	0,2024	0,3091	**0,4721**	0,7211	1,101	1,682	2,568	3,923
0,1251	0,1911	**0,2918**	0,4456	0,6806	1,039	1,587	2,424	3,703
0,1181	**0,1804**	0,2754	0,4296	0,6324	**0,981**	1,498	2,288	3,496
0,1114	0,1702	0,2599	0,3970	0,6063	0,926	1,414	2,160	3,296
0,1052	0,1607	0,2464	0,3747	0,5723	0,874	1,335	2,039	3,113
0,0993	0,1516	0,2316	0,3537	0,5402	0,825	1,260	1,924	2,939
0,0937	0,1431	0,2186	0,3339	0,5099	0,779	1,189	1,816	2,774
0,0885	0,1361	0,2063	0,3151	0,4812	0,736	1,122	1,714	**2,618**
0,0835	0,1275	0,1948	0,2974	0,4542	0,694	1,059	**1,618**	2,471
0,0788	0,1204	0,1838	0,2807	0,4282	0,655	**1,000**	1,527	2,332
0,0744	0,1136	0,1735	0,2650	0,4047	**0,618**	0,944	1,441	2,201

Выбор размеров древнерусских саженей оказался далеко не случайным, хотя таким он кажется на первый взгляд. Если, начиная с **1** сосчитать количество строк - 351 до численного размера наименьшей из саженей – 1,345 м. и, возвести основание 1,05946... в степень 351, то получим, с точностью до 0,1% модуль радиуса земного шара – 6384,5 км. Более точное целое число получается, если разделить радиус Земли, равный 6378 км, на длину царской сажени 1,974 м или на ту же меньшую сажень 1,345 м. Результат поразителен для чисел из четырех значащих цифр. Получаем целые до шестого знака числа: 323100 в первом случае и 474200. Эта интересная «случайность» обусловливает объектам, возводимым по древней методике получение объемов сооружений, квантованных пропорционально структуре Земли (подробнее [23]).

И, наконец, еще одна важная для понимания естественной структуры реального пространства особенность формы русской матрицы. Из всех клеток-ячеек матрицы уберем числа, оставив только базисную **1**, проведем нумерацию их, начиная с этой **1,** и поставим в верхнюю клетку цифру 2. Далее двигаясь по часовой стрелке, получим удивительную и странную полуматрицу (матрица 7), сводящую динамическую геометрию с геометрией золотых пропорций и отображающую их квантованное единство.

Рассмотрим фрагмент этой полуматрицы из 121-й клетки-ячейки.

Матрица 7.

85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
84	52	53	54	55	56	57	58	59	60	96
83	51	27	28	29	30	31	32	33	61	97
82	50	26	10	11	12	13	14	34	62	98
121	81	49	25	9	2	3	15	35	63	99
120	80	48	24	8	1	4	16	36	64	100
119	79	47	23	7	6	5	17	37	65	101
118	78	46	22	21	20	19	18	38	66	102
117	77	45	44	43	42	41	40	39	67	103
116	76	75	74	73	72	71	70	69	68	104
115	114	113	112	111	110	109	108	107	106	105

Образующаяся полуматрица интересна сама по себе и заслуживает отдельного исследования. Таблица названа полуматрицей, поскольку в нее входят и взаимосвязанные и степенные числа, изменяющиеся на одну и ту же величину.

Всеобщая связь между каждым числом, похоже, отсутствует. Например, все клетки базисного «креста» горизонтального и вертикального слоев заполнены четными числами, что свидетельствует о качественном отличии базисной **1** от других чисел матрицы. Но главное достоинство полуматрицы в том, что на ее примере можно наглядно демонстрировать образование лучей-спиц, но не снаружи внутри, как на рис. 33, а изнутри наружу. Иначе говоря, структура этих двух моделей аналогична. И аналогия эта, во-первых, подтверждает единство геометрий, а во-вторых, позволяет проследить процесс образования ячеистой системы лучеиспускания на плоскости. Процесс сохраняется и при построении объемной ячеистой структуры (в ней клетки превращаются в кубики-ячейки).

Итак, первые четыре луча 2-90; 4-100; 6-110; 8-120 исходят от границ базисной ячейки и образуют крест. В своем движении наружу они «засвечивают» все встречающиеся ячейки. Следующие четыре луча (9-85; 3-95; 5-105; 7-115) исходящие из центров нечетных ячеек, «засвечивают» все диагональные ячейки, образуя диагональный крест. Далее количество ячеек удваивается, и лучи испускают ячейки 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25. Эти ячейки с нечетной нумерацией по очертанию начинают приближаться к окружности, образуя фигуру наподобие кольца (сферы в объеме). Испускаемые ими лучи двигаются наружу как бы от центра базиса «засвечивая» ячейки через одну. Лучи исходят из смежных, относительно центральной единицы, ячеек в противоположных направлениях. Например, луч из ячейки 11, пропуская одно кольцо ячеек, «засвечивает» 54, далее 129 и т.д. Противоположный луч из ячейки 19 через ячейку 70, 153 и т.д.

При переходе от плоской матрицы к объемной, эффект сферы лучеиспускания усиливается и с каждым новым слоем ячеек объем сферы возрастает, а плотность исходящих лучей превращается в некоторый аналог «ежика» следов, входящих в сферу как на рис. 33.

Уже говорилось, что *символом непроявленного «движения» чисел в ячейках может считаться образование числового поля в матрицах неопределенными числами. Неопределенными потому, что их точное цифровое значение неизвестно. Невычисляемо, а следовательно, и непостоянно, подвижно, причем самоподвижно.*

Теперь, имея представление о русских матрицах и опираясь на их числовые поля, попробуем рассмотреть возможность построения квантованной физической геометрии на основе числовых полей матриц 2 и 4 и той пространственной зависимости, которая скрывается за ними.

Еще раз вернемся к уравнению (3.12) и отметим странное заблуждение, чуть ли не эйфорию, охватившую ученых после введения Минковским времени и скорости света в уравнение системы взаимнопересекающихся плоскостей евклидовой геометрии. Получившемуся квадратичному уравнению

$$0 = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2, \qquad (5.6)$$

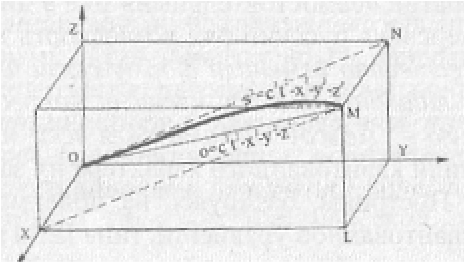
качественно не изменившему евклидовости пространства, поскольку в квадратичном уравнении Евклида один размерный индекс был заменен на другой и только, Минковский, без каких либо оснований, приписал ранг четвертого измерения. То есть нового качественного состояния – четырехмерной объемности, а, следовательно, и неевклидовости.

И, как это ни удивительно, но сначала физики, а затем и математики поверили в «четырехмерность» полученного квадратичного уравнения и, более того, стали получать аналогичные «пятимерные» (Калуца), «шестимерные»..., «одинадцатимерные»..., «двадцатипяти...» [33] и т.д. мерные квадратичные уравнения. Как то забылось, что x^2 – есть плоскость (не объем), разделяющая (а не образующая) пространство на две части, а координата x – след-линия пересечения этой плоскости с другой ортогональной ей, y^2 – тоже плоскость, но в ином ортогональном направлении. И, наконец, z^2 – такая же плоскость, ортогональная двум другим. *И объем не образуется этими тремя взаимнонезависимыми, не связанными между собой плоскостями, а заключается между ними*. И в этом объеме c^2t^2 – еще одна плоскость, проходящая ортогонально одной из них в стык двух других.

Введение в уравнение (3.9) неравенства и дополнительной координаты s не меняет качества уравнения, поскольку s^2 – тоже плоскость неопределенной ортогональности. или искривленная линия, если считать, что (5.6) аналог (3.12) С появлением этой индексации в евклидовой геометрии не изменилось ничего, кроме названия. Модель решения уравнения (3.12) получена Ф. Канаревым [34] и показана на рисунке 47, на котором путь от O к M отмечен и по уравнению (3.11) и по уравнению (5.6). Разница понятна и без пояснения.

Что касается $c^2 \cdot t^2$, то его появление в уравнении (3.12) нарушило пространственную соразмерность параметров x, y, z и потому превратило однозначность решения уравнения Пифагора в многозначность даже без учета того, что время как естественная категория в природе отсутствует [2], к тому же *плотность евклидова пространства изотропна, а матричного пространства – анизотропна*. Именно «выпрямляя» анизотропность, искривляют пространство члены уравнения (3.12) в «знаменитой» теории ОТО. И из решения уравнения (3.12) могут быть получены как корректные (случайно), так и полностью некорректные (регулярно) результаты.

Рис. 73.



Но элементы псевдоевклидовой геометрии русского ряда золотой пропорции (3.9) совершенно иначе «реагируют» на введение других членов. Они не могут содержать «лишних» членов и форма неравенства (3.10′) для них невозможна. Неравенство предполагает расширение количества членов, а ряд такого расширения не допускает. Поэтому неравенство (3.10′) «выводит» взаимосвязи между членами (3.10) за рамки отдельного ряда в плоскость матрицы, когда y_o оказывается не равной z: $y_o \neq z$, допуская введение в (3.10) новых членов, первым из которых и становится s^2.

Таким образом, заменив равенство в (3.10) на неравенство и введя равноправный член s^2 в уравнение (3.12), математики не в евклидовой, а в квантованной геометрии произвели не одно действие, а два (так же как и при делении в крайнем и среднем отношении). Превратили «самостоятельный» ряд в диагональ матрицы 1 переведя русский ряд в плоскость матрицы. *Качественно изменив, таким образом, форму связи членов уравнения* (3.9) *с линейной, между членами одного ряда, на плоскостную − между числами поля всей матрицы*, но не изменив квантованного характера их зависимости.

Построим, базируясь на поле матрицы 3, численное квантованное уравнение типа (3.11). Для этого, методом матричной «вязи» найдем такую комбинацию чисел, которая соответствовала бы равенству $n^2 = 1^2 - s^2$. Естественно, что число 1, в данном случае, не является базисным:

$$0{,}618 = 1{,}618 - 0{,}472 - 0{,}382 - 0{,}146. \qquad (5.7)$$

Если числа уравнения (3.14) записать в степенной форме, то оно станет некоторым подобием уравнения (3.12):

$$(0{,}786)^2 = (1{,}272)^2 - (0{,}687)^2 - (0{,}618)^2 - (0{,}382)^2.$$

В индексах уравнения (5.7) *и* (3.12) *− полные аналоги и представляют собой трехмерное пространство, поделенное плоскостями. Но* ***уравнение*** (3.12) ***отображает непрерывное, изотроп-***

ное евклидово пространство, рассеченное плоскостями и не имеющее выделенных точек, а (5.7) ***отображает квантованное пространство, состоящее из выделенных точек, – анизотропное пространство, точки которого хотя и связаны с другими точками своими свойствами, но индивидуальны по количественной величине этих свойств***. *Наличие* c^2t^2 *в уравнении* (3.12) *не изменяет качества статического, изотропного евклидова пространства.*

– Из (3.9) и (5.7) следует, что оба уравнения отображают строго определенные точки числовой матрицы, но (3.9) – линейное построение точек, а (5.7) – пространственное.

– И в том и в другом случае *имеет место принадлежность как минимум трех числовых точек x, y, z линейной структуре, что позволяет видеть за ними трехчастное членение числового поля матрицы y.*

– Переход от линейного уравнения (3.9) *к плоскостному* (5.7), *сопровождается качественным скачком, и можно ожидать аналогичного скачка и при переходе от плоскостного к объемному.*

– Переход от статической к квантованной динамической геометрии характеризуется появлением в математической формализации категории качества*, что еще раз свидетельствует о принадлежности динамической геометрии к физике.*

Уравнение (5.7) *характерно для динамического пространства изменяемой метричности, т.е. по смыслу противоположного евклидову и потому за ним можно сохранить название псевдоевклидово пространство.*

Таким образом, *введение неравенства* (3.10) *не приводит к получению четырехмерного пространства, а только изменяет форму вычисления точек в евклидовом трехмерном пространстве. Да и не может изотропное пространство, по определению, иметь измерений больше трех, поскольку увеличение мерности автоматически предполагает появление нового качества и, следовательно, нарушение изотропности хотя бы в одной точке пространства*. По евклидовой геометрии это просто не допустимо. Но динамическая псевдоевклидова геометрия, квантованная индивидуальными точками, и отображает анизотропное пространство.

Приведем некоторые соображения, связанные с золотыми пропорциями:

По-видимому, множество золотых сечений – пропорция иррациональных чисел, разделяющих объемные параметры фигур соответственно изменению пространственной мерности. Они отражают природную соразмерность соответствующих структур, взаимосвязей и взаимодействий реального мира. Они отображают гармоническую последовательность деформации материи при образовании кристаллических структур и структурирование тканей при росте и развитии живых организмов. Конструкции, нарушающие золотые пропорции, не совместимы с природными процессами, вносят возмущение в их течение, а потому обладают предрасположением к ускоренному разрушению.

Абстрактная единица в золотом многообразии отсутствует. Но ее условный символ - базис, – воспринимается нами как абстракция. Ряд иррациональных многомерностей бесконечен и внутрь и наружу. Он охватывает иррациональную Вселенную, но, по-видимому, не затрагивает рациональный мир (мир рациональных чисел), причем, похоже, иррациональными являются и простые числа, и их произведения. Важно не то, сколько чисел составляют золотой ряд, а какова их темперация, такт и лад.

Числа золотого многообразия – безразмерностные коэффициенты, отображающие пространственное изменение качества. Они «работают», по-видимому, только тогда, когда имеется «эталонный» модуль – первое от базисной **1** число, определяющий процесс восхождения или нисхождения ряда. Модуль – как бы является коэффициентом «приращения» мерности пространства, ее родственности этому пространству. Числа золотого сечения – «стержни» этого движения, придающие стабильность происходящим процессам.

Условная базисная единица символизирует постоянный переход, постоянное движение пространства в своей окрестности, и поэтому она никогда не может быть абстрактной. Представление ее как абстракции переводит математику иррациональную – динамическую в математику рациональную – статическую. Именно на абстрактной единице построена вся современная математика, которая поэтому не может адекватно описывать природные процессы.

Отбросив условности и превратив единицу в абстракцию, люди тем самым отбросили незаконченные переходные процессы, которые относятся как к развитию человека, так и к развитию любой области природы.

Отбросив переходные процессы, человечество ввергло себя в хаос технократии, включило механизм регрессивного движения к изначальному состоянию (буквально – в пещеры), к состоянию, определяемому выражением «конец света».

Существование чисел золотого многообразия, их связь с параметром π, а следовательно, со строением реального мира, обусловливает иное понимание структуры окружающего пространства и его мерности. Об этом же свидетельствует и структура квантованной динамической геометрии, базирующейся на золотых пропорциях и анизотропность окружающего пространства.

Три координаты евклидова пространства, проходящие через О, есть «свернутая» аналогия деления объема плоскостями. Они «закрывают» евклидову ортогональность, закрывают одно качественное состояние «равноуплотненного» пространства. Наращивание координат – наращивание количества плоскостей – не изменяет пространственной плотности и не открывает новой мерности, поскольку оставляет ей квадратичную (плоскостную) структуру. Только *изменение представления об объемности и координатности (количество координат в уравнении равно их степени) изменяет понимание о пространстве как о длине в разных направлениях, на представление плотности пространства как перехода к новому качественному состоянию, как отображение условий существования реального пространства*. Некоторое возможности такого наращивания, и построения n-мерного пространства рассматривается в следующем разделе.

5.3. Введение в плотностную ρ_n-мерность

Пространственное расположение фигур и расстояния между ними описываются в современной геометрии в основном методами координат, и в частности декартовых. Три взаимно ортогональные координатные оси обусловливают возможность привязки к их пересечению всех точек пространства. *Метод базируется на постулировании независимости и равнозначности каждой координатной оси, а их общее количество как бы отображает трехмерность реального пространства*. И остается под вопросом возможность существования большего количества мерностей. Однако, как уже упоминалось, это не мешает математикам оперировать с любым количеством мерностей. *Основа этих n-мерных операций заложена в* *постулате Римана о многократно протяженных величинах. Им, вслед за Декартом, постулируется, что все координатные оси равнозначны и каждое сверхтрехмерное измерение является самостоятельной мерностью, не связанной ни со свойствами пространства, ни со свойствами тел.*

Но природа едина, свойства ее взаимосвязаны, она не излишествует свойствами, обладающими «свободной волей», и поэтому надо искать в отображениях ее образований подсказку того, как и в чем проявляет себя пространственная n-мерность. За геометрической подсказкой снова обратимся к евклидовой геометрии.

Одной из наиболее известных теорем этой геометрии, как неоднократно подчеркивалось, является теорема Пифагора. В ней утверждается, что:

«*Квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов его катетов*».

Это знали еще древние египтяне, а священный прямоугольный треугольник со сторонами численно равными 3, 4 и 5, служил основой построения прямого угла на плоскости и носит название священного египетского треугольника.

Теорема проста, и ее изучение в школе сопровождается иллюстративным доказательством справедливости посредством построения на каждой стороне треугольника квадрата. Если же площади квадратов сложить, то они оказываются равными площади квадрата гипотенузы:

$$a^2 + b^2 = c^2. \qquad (5.8)$$

В аналитической геометрии уравнение (5.8), путем деления левой части на правую часть, превращается в уравнение окружности на плоскости:

$$a^2/c^2 + b^2/c^2 = 1. \qquad (5.9)$$

Особенность уравнения (5.8) в том, что подстановка в его левую часть вместо индексов a и b квадратов последовательности чисел $a = 3$ и $b = 4$ приводит к получению квадрата следующего числа натурального ряда $c = 5$. Существует еще одно аналогичное (5.8) суммирование, но уже не квадратов сторон, а их кубов:

$$a^3 + b^3 + c^3 = d^3. \qquad (5.10)$$

И в этом уравнении сумма кубов, построенных на длинах последовательного числового ряда египетского треугольника $a = 3$; $b = 4$; $c = 5$, равна кубу длины следующего числа ряда – 6. Поскольку кубы образуются на базе метрического числового ряда, то сумма их, равная кубу последующего числа, смотрится как некоторая случайность. Но два уравнения, подчиняющиеся одинаковой последовательности (5.9) и (5.10), образоваться случайно уже не могут. Они – следствие непознанной закономерности.

Логика геометрических построений подсказывает, что на этом ряд степенного суммирования не заканчивается и следует ожидать его продолжения добавлением к уравнению (5.10) очередной цифры числового ряда, а к показателю степени – очередной единицы.

$$a^4 + b^4 + c^4 + d^4 = e^4 \qquad (5.11)$$

Но, увы, левая сумма неравенства (5.11) не равна четвертой степени очередного числа. И на этом степенная последовательность уравнений как бы прерывается. Однако остается вопрос: почему она прерывается? Вопрос важен и потому, что со временем уравнение (5.8) стало геометрическим аналогом двумерного пространства, а подобное ему по структуре уравнение (5.10) аналогом трехмерного пространства. И не может ли неравенство (5.11) оказаться некоторым аналогом пространства четырехмерного?

Рассмотрим этот проблематичный ряд несколько с иной позиции. Уравнение (5.9) подсказывает, что *в египетском треугольнике может быть зашифрована не сумма квадратов катетов, а сумма площадей некоторых окружностей*, имеющих радиусом модуль чисел египетского треугольника. И это достаточно просто показать, превратив уравнение (5.8) из суммы площадей квадратов в сумму площадей окружностей, добавив в качестве сомножителя каждого члена π:

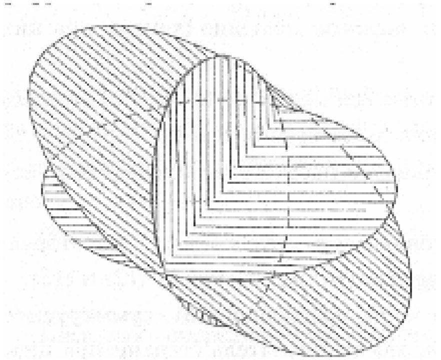
$$\pi a^2 + \pi b^2 = \pi c^2 \qquad (5.12)$$

Становится ясным то, что сумма квадратов площадей (5.8) была получена так же, как и третий закон Кеплера, посредством сокращения всех членов уравнения (5.12) на общий для них коэффициент π. *Результатом сокращения стало изменение смыслового значения самого уравнения. Иррациональная площадь одних фигур – кругов оказалась подменена рациональными площадями других фигур – прямоугольных треугольников*. (Очередной пример изменения качественной значимости уравнения при сокращении всех его членов на иррациональный коэффициент.)

Однако в (5.12) π *не коэффициент пропорциональности радиуса и окружности.* π *– это их соизмеримость. И в* (5.12) *складываются* *не площади. Сложение плоскостей и объемов ρ_n – мерностей есть сложение иррациональных степенных отображений свойств. Есть* ***соизмерение несоизмеримого****. Соизмеримость новое качество, элемент бесконечности и поэтому складываются степенные образования, а сложение оказывается элементом неопределенности.* И поэтому ***сокращение на π в принципе невозможно ни в одной математической операции, поскольку сопровождается качественным изменением смысла уравнения, неявным превращением иррационального в рациональное****. Отсюда следует, что уравнение* (5.8) *качественно отличается от уравнения* (5.12). Например, иррациональная неопределенность отсутствует у площадей многоугольников и их можно складывать в любых операциях. Сложение таких площадей не сопровождается появлением иррациональностей (конечно, если стороны многоугольников не иррациональны). *При сложении площадей кругов или объемов шаров наличие иррациональности неизбежно как следствие иррационального качества соизмеримостей.*

Из (5.12) следует, что в действительности складываются площади, но не треугольников, а двумерных окружностей. И сумма двух площадей, образуемых радиусами числовой последовательности 3, 4, составляет площадь окружности с радиусом 5. Если считать, что стороны египетского треугольника являются радиусами некоторых окружностей, то на их базе можно построить три взаимно пересекающиеся окружности. На рис.74 приведен один из вариантов такого построения. Взаимное расположение окружностей по координатным осям как бы показывает, что метричность двумерного пространства не меняется при любом положении окружностей в нем. Эту неизменность и демонстрирует равенство суммы площадей двух меньших окружностей – большей. Именно этот результат заставляет предположить, что формула (5.10) описывает аналогичное сложение объемов.

Рис. 74.



Переходя теперь к уравнению (5.10), следует отметить, что и его достаточно просто можно превратить в сумму, но уже не площадей окружностей, а объемов сфер-шаров на базе радиусов того же последовательного ряда чисел умножением каждого члена уравнения на коэффициент $4/3\pi$:

$$4/3\pi a^3 + 4/3\pi b^3 + 4/3\pi c^3 = 4/3\pi d^3. \qquad (5.13)$$

И здесь, аналогичным сокращением на $4/3\pi$ из шаров численно неопределенного объема были получены численно определенные кубы (5.10), которые окончательно скрыли зависимость количественной величины π от мерности, а, следовательно, и плотности получаемой геометрической фигуры. Уравнение (5.13), хотя и аналогично уравнению (5.10) по структуре и как бы следует из него, являет совершенно иной физический смысл. Оно показывает, что в трехмерном пространстве три радиуса любой области одной как бы рациональной числовой последовательности a, b, c, образуют сферы-шары, суммарный объем которых равен объему четвертой сферы – шару с радиусом d из той же числовой последовательности.

Таким образом, последовательность уравнений (5.12) и (5.13) демонстрирует некоторую однородность и изотропность двумерной и трехмерной части пространства. И эта *однородность прерывается на неравенстве* (5.11) *либо потому, что мир трехмерен, либо потому, что переход в более высокие измерения сопровождается изменением плотностной метричности пространства, а, следовательно, и изменением численной величины коэффициента* π. В этом случае уравнение числовой последовательности (5.13) запишется следующим образом:

$$4/3\pi a^4 + 4/3\pi b^4 + 4/3\pi c^4 + 4/3\pi d^4 = 4/3\pi_e e^4. \qquad (5.14)$$

Если считать, что каждое слагаемое имеет собственное числовое значение, соответствующее n-мерности, то логика последовательности может быть показана построением пространственного мерного ряда уравнений (Таблица 6).

Предположим, что:

a - индекс какого-то числа натурального ряда или абстрактное числовое обозначение длины, не связанной с плотностной мерностью;

a^1 - длина одномерного луча;

$a^n, b^n, c^n, l, \ldots, k^n$ - длины лучей, у которых показатель степени соответствует мерности пространства.

Таблица 6

Мерность пространства	Уравнения	
Безмерностное	a	
Одномерное	$a^1 = b^1$	
Двумерное	$a^2 + b^2 = c^2$	
Трехмерное	$a^3 + b^3 + c^3 = d^3$	(5.15)
Четырехмерное	$a^4 + b^4 + c^4 + d^4 = e^4$	
Пятимерное	$a^5 + b^5 + c^5 + d^5 + e^5 = f^5$	
... ...	... ...	
n – мерное	$a^n + b^n + c^n + ... + k^n = l^n$	

Этот ряд:

- логически последователен;

- свидетельствует о том, что пространство многомерно, а количество членов левой части уравнений, и числовое значение степени при них соответствует номеру мерности;

- показывает, что координатные оси не равнозначны. Каждая ось многомерного пространства связана со всеми остальными;

- что существуют ортогональные и не ортогональные координатные оси;

– двух – и трехмерная ортогональность обусловливает через π *некоторую стабильность метричности, которая следует из уравнений* (5.12) *и* (5.13);

– n–мерность пространства, похоже, характеризуется возрастанием пространственной плотности.

Отметим еще раз, что левая часть уравнений (5.15), – суммируемое количество степенных осей-лучей, как и показатель степени при них, соответствует мерности рассматриваемого пространства, и потому переход от кубичности длин к n-мерности суммируемых сфер-шаров происходит умножением трехмерных длин на коэффициент $4/3\pi_2$, а всех последующих на $4/3\pi_{n-2}$. И в модифицированных уравнениях сумма мерных величин будет приводиться к следующему виду:

$$4/3\pi a^n + 4/3\pi b^n + 4/3\pi c^n + ... + 4/3\pi k^n = 4/3\pi_{n-2} l^n. \qquad (5.16)$$

Из уравнения (5.16) следует, что его левая часть есть определенная числовая последовательность объемного, для данной мерности, типа. И, в первом приближении, констатируется, что коэффициенты 4/3 и π остаются неизменными в трех мерностях. А каждый прибавленный член последующей мерности находится из решения предыдущего уравнения. Он-то и определяет степень плотностной деформации пространства в данной мерности и в систему суммирования левой части входит в недеформированном виде как натуральный член числового ряда.

Однако *в современной геометрии не деформируемое* ***π постулируется*** *неизменным коэффициентом*, который *количественно равен числу 3,14159.... и остается*, как полагают, *неизменным не только в трехмерном евклидовом пространстве и при описании плоскостей этого пространства, но и при описании объемных пространственных мерностей.*

Думается, что здесь мы имеем дело с другими факторами. *Обратим внимание на то, что одномерное пространство - линия – не имеет никакого пространственного коэффициента. Это и понятно - она ничего не образует и потому для нее* $\pi_1 = 1$, и потому, не обнаруживается в уравнениях. *Но вот круг – плоская фигура, качественно отличающаяся от линии, и образование круга на плоскости сопровождается появлением трансцендентного коэффициента* $\pi_2 = 3{,}14159....$ *единого для окружностей любых недеформированных плоскостей.*

Переход от плоскости к пространству сопровождается новым изменением коэффициента связанного с окружностью. Безразмерностный трансцендентный коэффициент π_2 умножается на такой же безразмерностный, но уже иррациональный коэффициент 4/3 = 1,333333... и в этой связке употребляется во всех расчетах. Но правильно ли такое понимание объемности? ***Не имеем ли мы дело с другим безразмерностным, трансцендентным, объемным коэффициентом равным*** $\mathbf{4/3\pi_2 = \pi_3 = 4{,}18879}$.... . И не свидетельствует ли этот трансцендентный коэффициент 4,18879... о том, что ***существует определенное изменение качества при переходе от плоскостных фигур к объемным фигурам***. То есть каждое ***изменение численной величины пространственной мерности сопровождается изменением пространственного коэффициента*** $\boldsymbol{\pi}$. *К тому же образующиеся в точечных местах координатные оси не равнозначны (метрически), скорее они отражают изменение плотности пространства* ρ, *а не возникновение новых координатных осей (мерностей)* [35]. Отметив такую возможность, проведем расчеты по выявлению плотностной мерности пространства учитывая, что *степень деформации определяется числом* π_{n-2} *и индивидуальна для каждого* π *при* $n > 2$.

Проведем, используя в качестве примера, параметры чисел египетского треугольника, расчет для четырех- и пятимерного пространства:

$$4/3\pi(a^4 + b^4 + c^4 + d^4) = 4/3\pi_4 e_4^4. \qquad (5.17)$$

где: e_4 – количественная величина радиуса четырехмерного, объемного образования, равного сумме объемов левой части уравнения; π_4 – коэффициент отношения окружности к диаметру в четырехмерном пространстве.

Имеем:

$$a^4 + b^4 + c^4 + d^4 = \pi_4 e_4^4 / \pi_3. \qquad (5.18)$$

Поскольку очередной член числового ряда $e = 7$, то

$$e^4 = \pi_4 e_4^4/\pi_3. \qquad (5.19)$$

Подставляя значение e_1^4 из (5.19) в (5.17), имеем:

$$a^4 + b^4 + c^4 + d^4 = e^4. \qquad (5.20)$$

Перейдем к числовой записи:

$$3^4 + 4^4 + 5^4 + 6^4 = e^4$$

Решая уравнение (5.20), получаем, что $e = 6{,}8933604...$, и находим значение π_4:

$$\pi_4 = e^4\pi_3/e_4^4 = 3{,}3405509,$$

где π_4 – коэффициент четырехмерности. Для нахождения коэффициента пятимерности π_5 продублируем уравнение (5.17) для пяти членов в левой части:

$$4/3\pi(a^5 + b^5 + c^5 + d^5 + e^5) = 4/3\pi_5 f^5.$$

Приравнивая правую часть

$$f^5 = \pi_4 f_4^5/\pi_5$$

и имеем следующее числовое уравнение:

$$3^5 + 4^5 + 5^5 + 6^5 + 7^5 = f^5.$$

Определяем величину пятимерного радиуса $f^5 = 7{,}8055712$ и по нему находим π_5:

$$\pi_5 = f^5\pi_4/f_5^5 = 3{,}55284.$$

Аналогичным образом можно получить π_n любой плотностной мерности.

Появление многих π_n свидетельствует об изменении плотности пространства от некоторой поверхности к центру, о «подвижности» трансцендентного соизмерения. Сама трансцендентность числа π означает его «нераскрытость» (своего рода сакральность), поскольку нам неизвестны точные величины пропорционирования динамической окружности с радиусом.

Уравнение плотностной, пространственной размерности (5.15), начинающееся в числовом отображении с цифры 3 может начинаться и с числа 1 (что одно и то же). В этом случае оно имеет следующую ρ_n-мерную числовую последовательность:

$$1 = 1,$$

$$1^2 + 1{,}333^2... = 1{,}666^2..., \qquad (5.15')$$

$$1^3 + 1{,}333^3 + 1{,}666^3 = 2^3 \ ... \text{ и т.д.}$$

Где 1,333... и 2 – коэффициенты трехмерности, такие же, как π для двухмерности. *И, следовательно, встречающаяся во многих уравнениях цифра 2, рассматриваемая как удвоение какого-то параметра, может в отдельных конкретных случаях играть роль неявного индекса трехмерности,* так же как и 4/3 = 1,333.... И, возможно, коэффициенты многомерности образуются именно набором чисел, входящих в уравнения (5.15), (5.15′).

Таким образом, обращение к основам геометрии Евклида позволило нам перейти от трехмерной плотности пространства к плотности многомерной. Но в данном случае многомерность не является дополнительной размерностью к трем существующим. *Числа, члены матричных уравнений, отображая различную плотностную мерность, остаются взаимосвязанными объемами одного пространства, различные точки которого имеют неодинаковую пространственную плотность.* Последние и сравниваются с плотностью точек, входящих в квантованные уравнения посредством пространственных коэффициентов соизмерения π_n. *Они, похоже, отличают плотностную деформированность различных областей пространства, приводя ее к некоей одной деформированности, с использованием пространственных коэффициентов, своих для каждой его точки.*

Можно констатировать, что изменение пространственной мерности сопровождается не увеличением количества координатных осей, а изменением плотности рассматриваемой области и служит различная количественная величина π отображающая плотностную деформацию соответствующего n - мерного пространства. Поскольку на сегодняшний день и физики и математики исходят из неизменности π, то поколебать эту убежденность могут только конкретные доказательства истинности новых значений π, например, посредством образования с π_n количественной величины некоторых известных в физике безразмерных коэффициентов. Именно такую операцию еще четверть века тому назад предлагал П. Дирак [36] для вычисления самой фундаментальной константы квантовой механики – постоянной тонкой структуры α. Приведем дословно его высказывание:

«*Одна из них – величина, обратная знаменитой постоянной тонкой структуры* $hc/2\pi e^2$. *Она является фундаментальной константой в атомной физике и приблизительно равна 137. Другая безразмерная постоянная определяется отношением массы протона к массе электрона* m_p/m_e *и составляет около 1840. Удовлетворительного объяснения этих чисел пока нет, но физики надеются, что, в конце концов, оно будет найдено. Тогда* ***приведенные постоянные вычислялись бы с помощью основных математических уравнений; вполне вероятно, что подобные постоянные составлены из простых величин типа*** 4π». (п/ж курсив наш - *Авт.*)

Это предположение было высказано П. Дираком четверть века назад. Но и до сих пор многочисленные попытки вычисления этих констант с использованием трехмерного π не приводят к желаемому результату. Применение плотностных n - мерных π, похоже, позволяет приблизиться к решению проблемы. Прежде чем приступать к качественному расчету, попробуем представить, какими величинами «оперирует» природа при построении плоскостей и объемов. Расстояния, плоскости и объемы в природе отсутствуют. Все эти понятия придуманы человеком для облегчения восприятия и описания окружающего мира. В природе имеются только волновые взаимодействия и вещественная среда тел, обусловливающая данные взаимодействия. *И эти целостные взаимодействия мы, для получения необходимых результатов, вынуждены расчленять и интегрировать самыми разными способами, не имея даже представления о том, корректно это делается или не очень.*

Не исключено, что длину окружности, как и объем, «правильнее» получать не как произведение 2π, а как некое $r\cap^2$ где $\cap = \sqrt{\pi}$. То есть *пространственный коэффициент соизмерения* π *в природе не возрастает (и, соответственно, уменьшается) в n раз, а изме-*

няется в степенной пропорции. В этом случае нахождение постоянной тонкой структуры α формализовать достаточно просто исходя из того, что трехмерность равна плоскому π, умноженному на пространственный коэффициент трехмерности Λ = 1,33333...: $\pi_3 = \pi\Lambda$.

Тогда один из вариантов получения α:

$\alpha = 4^2\ (\sqrt{\pi\Lambda})^3 = 137{,}168$

Можно полагать, что α = 137,168 - есть некая грань-сфера между трехмерной и четырехмерной плотностью пространства. Причем количественная величина α является «плавающей» характеристикой, зависящей и от свойств атома, и от свойств элементарной частицы, преодолевающей эту сферу (например, для электрона водорода граница близка к 137, а урана к 137,16). Для пространств различных атомов она, вероятно, варьируется от 137,000 до 137,168 и непреодолима для элементарных частиц без изменения их качества. Она свидетельствует, например, о том, что *электрон является трехмерной частицей и, «преодолевая» грань-сферу трехмерность-четырехмерность, «разваливается» на два четырехмерных кванта, а фотон, в свою очередь, частица четырехмерная и потому практически не реагирует на воздействие электромагнитных полей трехмерного мира. Преодолевая сферический барьер четырехмерность-трехмерность, он тоже «разваливается» на трехмерностный электрон и позитрон.*

Основываясь на разделении пространства по плотностям, можно показать, что размер, известный как классический радиус электрона l; $l = e^2/mc^2$, есть, по-видимому, расстояние от центра ядра атома до границы перехода из третьего измерения в четвертое, т.е. в область, в которой электрон достигает световой скорости и стоит на «пороге» перехода в четвертое измерение (фотон, находящийся за этой границей, движется всегда со световой скоростью). Определим инвариант скорости v электрона на боровской орбите радиусом a:

$$av^2 = 2{,}53\cdot10^8, \qquad (5.21')$$

и посмотрим, на каком расстоянии l от центра ядра скорость электрона будет равна скорости света. Подставим в инвариант (5.21′) вместо v скорость c, и получим l:

$l = 2{,}53\cdot10^8/c^2 = 2{,}814\cdot10^{-13}$ см,

именно это расстояние и принимается за классический радиус электрона.

По современным представлениям размеры ядер атомов находятся в пределах 10^{-13} см. Но из данного расчета следует, что l – не классический радиус электрона и не размер ядра, а граничная сфера между четвертой и пятой плотностной мерностью пространства атома и, следовательно, границу поверхности ядра надо отодвинуть как минимум на два-пять порядков.

Перейдем к рассмотрению другого коэффициента 1840, не имеющего индексации. Обозначим его в данной работе, через α', и, рассуждая аналогично предыдущему случаю, приходим к выводу, что по своей величине он должен отражать плотность, находящуюся ближе к поверхности ядра, чем α (не исключено, что к поверхности ядра эфирного атома – псевдоатома, или плотность самого ядра). Скорее всего, эта сферическая поверхность является гранью между четвертым и пятым плотностным измерением. Если предположить, что коэффициент трехмерности 1,3333... содержат все π_n, то плотностные расчеты можно производить без коэффициента трехмерности. Находим α' как границу четвертого измерения при π_4 = 3,34055... . Формула очень проста и потому несколько сомнительна, хотя результат достаточно правдоподобен:

$\alpha' = 4\alpha \cdot \pi_4 = 1831,11$.

Сразу получаем величину, очень близкую к искомой. Но есть, по-видимому, более корректный результат по π_5

$\alpha' = 4\alpha\Lambda^2 \sqrt{\pi_5} = 1838$.

Некоторое доверие вызывает то обстоятельство, что в обеих формулах присутствует постоянная тонкой структуры α и коэффициент 4, как это и предполагал П. Дирак. К тому же если α есть переход из третьего плотностного измерения в четвертое, то α' – из четвертого в пятое, и таким образом, в полученных формулах оказываются, задействованы коэффициенты всех переходных пространств. Граница α' между плотностью четвертой и пятой мерностей, вероятно, тоже «плавает» в атомах различных элементов в пределах 1830 – 1840 и непреодолима для световых фотонов. Именно невозможность ее преодоления фотонами и обусловливает существование преломления и отражения света. И надо полагать, что *коэффициент α' есть не отношение масс протона к массе электрона, а еще неизвестное отношение плотности пятимерного пространства к плотности четырехмерного*. Нельзя исключить и того, что высокая плотность пятимерного пространства оказывается основным фактором существования сильного взаимодействия, поскольку это взаимодействие проявляется именно на таком расстоянии от центра ядра. (Вероятно, как сильное взаимодействие, приборно фиксируется изменение скорости течения времени вблизи ядра.) Тогда слабое взаимодействие может оказаться связанным с переходом из трехмерного пространства в некое промежуточное с двумерным. (А это означает, что и пространственная мерность может оказаться нецелочисленной как вглубь, так и наружу).

Таким образом, вероятность представления о плотностной ρ_n-мерности пространства как об изменении пространственной плотности можно считать достаточно убедительным и отметить следующую градацию плотностной мерности: коэффициент трехмерности равен $4/3\pi_2 = \pi_3 = 4{,}18879...$, четырехмерности $\pi_4 = 4{,}45407...$, пятимерности $\pi_5 = 4{,}73713...$, шестимерности $\pi_6 = 4{,}9812035...$, семимерности $\pi_7 = 5{,}1839564...$, восьмимерности $\pi_8 = 5{,}3532381...$ и т.д. Естественно также, что они должны быть каким-то образом взаимосвязаны. И эта взаимосвязь прослеживается методом трехчастных делений - методом вурфов. Познакомимся в общих чертах с этим методом.

5.4. Трехчастная взаимосвязь вурфа

Начнем с того, что важное место в понимании природных явлений и особенно в описании физических процессов принадлежит методике измерений. Такие методики хорошо отработаны во всех разделах физики и включают в основном операции по сравнению элементов тел и процессов с эталонным базисным образцом, т.е. двойное членение. Причем соизмеримость различных пространственных предметов определяется путем сопоставления их со стандартным измерительным инструментом, т.е. в статике. При этом для каждого процесса измерения существует определенный эталон. Таким эталоном для измерения длины служит, например, признанный всем миром метр или кратная ему часть − 1 см. А система его применения - евклидова геометрия. В результате таких измерений, как отмечал еще Пилецкий [25], мы получаем двучастное членение измеряемого тела. Такое *членение, которое органически не связывает между собой элементы делимого тела*.

Следует подчеркнуть, что именно такое членение и производится практически во всех случаях современных способов измерения. Однако в древности на Руси, и в основном в строительстве, существовала более действенная трехчленная система соизмерения элементов зданий, которая в своей сути может быть перенесена и на операции измерения в физику. Ознакомимся с ее основами [37].

Почленные части трехчастного деления образуют систему взаимного пропорционирования и потому становятся неразделимой общностью образующего единства тела. Надо отметить, что в живой природе, в биологических телах, например в строении тела человека, трехчастное деление наблюдается постоянно. Приведем в подтверждение несколько отрывков из [37]:

"Пальцы рук и ног имеют трехфаланговое строение, руки - трехчленистое (плечо-предплечье-кисть), такое же ноги (бедро-голень-стопа); в масштабе размеров тела также трехчленность (в антропологии различают: верхний отрезок - от макушки головы до основания шеи; средний отрезок или туловище - от основания шеи до тазобедренного сочленения; нижний отрезок от тазобедренного сочленения до конца пальцев ног).

Весьма показателен следующий факт: трехчленное устройство конечностей по данным эволюционной биологии появилось в живых организмах вместе с появлением самих скелетов, причем без каких-либо переходных форм (двучленной конечности, например, не существовало). Почленные части образуют системы пропорций".

"Пропорция характеризует отношение длин двух элементов, а биологические тела, включая человека, и произведения архитектуры, особенно древнерусской, простроены на трехчленных иерархиях. В итоге общая картина предстает в виде множества разнохарактерных и случайных отношений".

В. Петухов исследовал изменение структуры человеческого тела в процессе ее роста [37]. Используя для этого трехчастные блоки и трехчленные "вурфные" пропорции проективной и конформной геометрии. (Называемых двойным или ангармоническим отношением четырех точек.)

Для блока, состоящего из трех элементов с длинами a, b, c (можно эти три отрезка обозначить упомянутыми четырьмя точками), вурфное отношение $W(a, b, c)$ вычисляется по формуле:

$$W(a,b,c) = (a+b)(b+c)/b(a+b+c). \qquad (5.22)$$

При этом другой блок − с другими размерами и другими соотношениями элементов − *a', b', c'*, будет ему конформно симметричен, если величины их вурфов будут равны:

$W(a,b,c) = W(a', b', c')$.

Путем преобразований такие блоки могут быть совмещены один с другим с полным совпадением всех их точек... В процессе роста размеры частей тела человека и их соотношения все время меняются. Эти изменения следуют принципам конформно-симметричных преобразований. Например, если взять соотношение стопы, голени и бедра в возрасте 1 года, 10 и 20 лет, то изменения выглядят так: 1:1,27: 1,40;   1: 1,34: 1,55;   1 : 1,39: 1,68.

Рост различных частей тела не протекает равномерно. Голень и бедро увеличиваются значительно больше, нежели стопа, в результате чего пропорции тела человека все время меняются. Вурфные же пропорции для любого возраста вычисляются с одним и тем же значением: W(1;1,27;1,40) = 1,30; W(1;1,34;1,55) = 1,30; W(1;1,39;1,68) = 1,30. *Постоянная и неизменная величина вурфа свидетельствует о преобразовании форм нашего тела по принципам конформной симметрии.* Такая же картина открывается и для других блоков: плеча-предплечья-кисти; фаланг пальцев. Туловища, верхней и нижней конечностей тела и т.д.

Значения вурфов немного варьируются, составляя в среднем величину W = 1,31. В идеальном случае В.Петухов указывает W = 1,309, что при выражении через величину золотого сечения равно Φ/2 (второе вправо число в строке от 2 русской матрицы 3 - *Авт.*). Он называет его “золотым вурфом”...

«Вурфные пропорции позволяют, следовательно, выявить конформно симметричные группы, иными словами, группы родственных отношений с единым исходным началом. Обычные двучленные пропорции показывают лишь различия, вурфные − общность некоторого множества трехчленных соотношений».

Можно показать, что уравнение (5.22) следует из закономерности образования фигур гомотетии. Отметим: гомотетическое преобразование фигур может являться следствием прохождения тела (фигуры) к точка (на бесконечность) как вдоль прямолинейных лучей (рис. 32), так и вдоль «искривленных» лучей образованных дугами радиусов различной кривизны, стремящихся к одной точке на бесконечности.

И точек таких и лучей может быть множество. Может оказаться даже так, что любая точка пространства, или первых образующих становится образующей для новых искривленных образующих. И, следовательно, в результате решения, может появиться и множество себеподобных отображений гомотетического преобразования некоей фигуры. Именно это явление и наблюдается в фрактальной геометрии.

Что касается живых организмов и их структур, то похоже, что в частях организма существуют блоки, из множества центров-точек, обеспечивающие создание вблизи своей поверхности плотностной напряженности полей соответствующей структуры (что и наблюдается в статико-динамической геометрии). Рост организма сопровождается увеличением размеров каждой из клеток. Возрастание клеток в гомотетическом поле организма сопровождается их медленным перемещением от центров гомотетии на периферию под воздействием напряженности полей. И это перемещение теоретически описывается уравнением (5.22).

Выше показаны гомотетические деформации пирамид при перемещении точки опоры в другую область пространства. Причем элементы пирамид по высоте деформировали трехчастным образом, т.е. три последовательных элемента в деформации соблюдали вурфную пропорцию. Это основная особенность трехчленного вурфного деления. Именно она превалирует в уравнении (5.22). И может оказаться особенно важным при рассмотрении физических явлений. Следует отметить, что древнерусские зодчие были не просто знакомы с существованием вурфов, но и в своей повседневной работе постоянно использовали их. Так, на единственном и необычном измерительном инструменте XIII века, обнаруженном при археологических раскопках в Новгороде, на трех гранях нанесены деления, равные a = 5,919 см; b = 7,317 см; c = 8,358 см [38].

Соотношения деления таковы: $2a/b$ = 1,618 = Φ, $4a/3b$ = 0,944 (третье число влево в строке 0,5 матрицы 2 - *Авт.*).

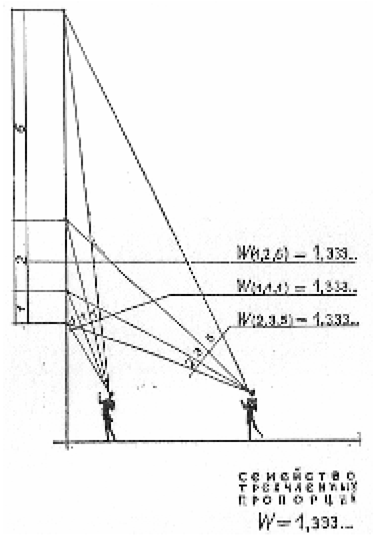
«*Суть инструмента состояла в том, чтобы целыми числами его деления строить не только эстетически совершенные виды архитектурных пропорций (невозможные по причине их иррациональности), но и широкий класс трехчастных вурфных пропорций. Если взять по одному делению в возрастающем порядке, то вычисляется вурф W(5,919; 7,318; 8,358), или в буквенном обозначении*

W(a,b,c) = 1,31; 1,309 = Ф²/2».

Таким образом, наиболее простое соотношение деления сразу же определяется через золотой вурф.

Что же дает архитектуре пропорционирование конструкции в соответствии с золотым вурфом? Ведь в отличие от изменяющегося со временем организма, она остается всегда неизменной.

Рис.72.



Однако неизменность конструкции на самом деле оказывается кажущейся (рис. 72.). Наблюдатель всегда перемещается относительно конструкции и рассматривает ее под самыми различными углами зрения. И если конструкция имеет вурфное отношение трехчленного деления, то, как бы ни перемещался наблюдатель относительно ее, угол зрения всегда будет иметь одно и то же значение вурфа, сохраняя для него гармоничную структуру рассматриваемого сооружения [38].

Именно гармоничность архитектурных сооружений, как некоторых аналогов природных образований, вписывается в пространственные и энергетические взаимодействия природы и обусловливает благотворное влияние Среды на психическое и социальное состояние человеческого общества.

Мы остановились довольно подробно на примере применения вурфов в биологии и архитектуре, во-первых, потому, что они очень наглядны и отображают процесс взаимосвязи явлений во времени и в движении, а во-вторых, потому, что применение системы вурфов находится в стадии становления, и не вышло, по-видимому, за пределы этих научных направлений.

Нахождение золотого вурфа $W = 1{,}309$ и вурфа $W = 1{,}250$ на основе золотых пропорций следует отнести к числу серьезных научных достижений В.Петухова [37]. Но природа не ограничивается этими вурфами и золотой пропорцией числа *Ф*. Все числовые структуры диагоналей класса русских матриц − числа базисных столбцов и строк при любых знаменателях так же образуют свои вурфы и по пропорции (5.22), и по бесчисленному количеству других диагональных пропорций.

Значение вурфа и возможность его применения в биологии показана в работе [37], в архитектуре – в работах [31, 39], однако это весьма скромное начало. *Вурф - понятие общенаучное и обусловливает гармоничное пропорционирование всех процессов и структур природы***.** Приведем пример наличия вурфных отношений в сугубо физической сфере, в пропорциях спектральных линий водорода. Наиболее известными спектральными линиями водорода являются серии Лаймана, Бальмера, Пашена. Запишем их в таблицу.

Таблица

1215,67		
1025,70	6562,80	
972,54	4861,30	18751
949,74	4340,65	12818
937,80	4101,70	10938
930,75	3970,00	10049
926,23	3889,10	9546
923,15	3835,40	9229
920,96	3797,90	9014,9

Просчитав величину вурфов по (5.22) последовательно снизу вверх по каждому столбцу, находим, что величина эта своя для каждого результата. И для всех линий варьируется от 1,33355 до 1,3764, т.е. в пределах 3%. Варьирование можно объяснить несколькими способами, но наиболее вероятное объяснение в том, что водородный атом испускает много фотонов, как бы не входящих в эти серии, но их отсутствие изменяет величину вурфа. Кроме того, на “расплывание” вурфа, по-видимому, оказывает влияние и особенности испускания фотонов в различных физических процессах.

Теперь, имея вурф водородных линий, определим, какой коэффициент матрицы 3 образует, с точностью до четвертого знака, аналогичный величины вурф. Величина этого коэффициента равна 1,0192975..., квадрат ее 1,038967... (обратная величина числа 1/1,019...= 0,98107.. выделена в матрице 4). Определим теоретически вурф W спектральных линий:

$W(1;1{,}01929...;1{,}0389...)$ = $(1+1{,}019...)(1{,}019...+1{,}0389...)/1{,}019...(1+1{,}019+1{,}0389) = 1{,}33343$.

А это означает, что все три серии спектральных линий водорода изменяются пропорционально некоторому коэффициенту k и числу 1,01929... Найдем этот коэффициент, для чего разделим предпоследние числа серий на последние:

$k_1 = 923{,}15/920{,}96 = 1{,}002378...$, $k_2 = 1{,}009874$, $k_3 = 1{,}02375...$

и получаем, что:

$k_1^4 = k_2$; $k_1^{10} = k_3$;

Следовательно, системы спектральных линий водорода, в пределах принятой точности измерения, кратны k, и можно полагать, что указанные выше серии не охватывают всего разнообразия испускаемых водородом спектральных линий.

Вурф позволяет не только проследить принадлежность некоторого параметра тому или иному процессу, характер его изменения, но и определить, что очень важно для физических исследований, “полноту” ряда показателей, относящихся к нему. Воспользуемся этим обстоятельством и проверим плотностную полноту ρ_n - мерного ряда, полученного в предыдущем разделе. Повторим его: коэффициент трехмерности π_3 - 4,18879; четырехмерности π_4 - 4,45407; пятимерности π_5 - 4,73719; шестимерности π_6 - 4,98120; семимерности π_7 - 5,18395; восьмимерности π_8 - 5,35324. Подставляем эти числа уравнение (3,28) и определяем величину вурфов:

$W(345) = 1{,}332955$; $W(456) = 1{,}33058$;

$W(567) = 1{,}34794$; $W(678) = 1{,}33144$.

Резкий скачок вурфа $W(567)$ с последующим опусканием показывает, что количественные величины плотностной мерности четвертого и пятого пространств либо пропорциональны иначе, либо в этой области плотности имеется еще одна сфера-граница, либо имеет место плотностное изменение пространства этой области. Во всяком случае, следует искать причину, вызывающую скачок или методы выравнивания плотностных величин вурфов.

Не только отдельные процессы и явления природы описываются в рамках русской матрицы, но и, по-видимому, все научные направления должны использовать эту методологию и в частности физика, изучающая свойства тел, полностью базируются на коэффициентных зависимостях. Оказывается, что все физические свойства тел качественно связаны степенными величинами малой секунды музыкального гармонического ряда 1,05946...[30]. И именно эта качественная взаимосвязь является основой теории размерностей.

Таким образом, *русская матрица является математической структурой, отображающей гармонию внутренних взаимосвязей всех свойств тел, материальных процессов или явлений*. Система вурфов, в свою очередь, соединяет, казалось бы, случайные, произвольные числа в пропорции, определяющие принадлежность этих чисел к некоторым процессам и коэффициентам русской матрицы.

Поэтому знание класса русской матрицы позволяет, по-видимому, не только отслеживать развитие любого материального процесса или структуры, но и возможности отклонения их от параметров матрицы и корректировать течение этих процессов.

3.5. Коэффициенты физической размерности

Системный характер механики Ньютона подтверждается базирующимся на ее постулатах методом физической размерности. Основу метода составляют различные взаимосвязанные свойства тел, количественные и качественные (размерность) обозначения которых и становятся единицами измерений. Свойства в современной классической механике делятся на основные, или фундаментальные, и производные. За основные свойства принимаются: длина (метр), масса (килограмм), время (секунда), градус Кельвина, ампер и свеча. Измерение физической величины сводится к сравнению ее с однородной физической величиной, принятой за эталон. Производные единицы измерения устанавливаются на основании законов и формул, связывающих эти величины с основными. В системе СГС, которая используется в настоящей работе, эти величины измеряются в граммах, сантиметрах и секундах. Описание произвольного физического параметра в единицах измерения основных величин и определяет его размерность. Поэтому в методе размерности:

– размерность произвольного параметра есть произведение степеней основных величин размерностей;

– размерность обеих частей физического уравнения всегда остается одинаковой.

Для получения физических взаимосвязей параметров достаточно выписать с размерностью группу физических величин N, между которыми требуется установить взаимосвязь, обусловленную соотношением $K \le N$ размерностей основных величин, и составить из них безразмерное произведение. Если N - K = 1, будет получено единственное произведение, приравняв которое безразмерной константе, находим закономерные зависимости между исходными параметрами.

Не останавливаясь на рассмотрении способов применения методов размерности, поскольку имеется достаточное количество первоисточников, отмечу, что метод позволяет быстро находить оценочные зависимости между физическими параметрами в различных разделах физики. Однако нет ясности в том, какие закономерности обусловливают существование метода размерности. А потому возникает множество безответных вопросов:

– Какие физические или математические закономерности составляют основы метода размерности?

– Может ли существовать не степенная зависимость в уравнениях физических параметров?

- Как использовать метод, когда $K >> N$?

– Только ли безразмерная константа может получаться при рассмотрении физических взаимосвязей?

– Какие закономерности обусловливают существование в одной системе фундаментальных постоянных и переменных свойств? И т.д.

Все эти вопросы остаются без ответа только потому, что метод размерности не выводится из классической механики, а только базируется на ней. По сути дела его основы остаются скрытыми.

Количественное описание физических взаимодействий возможно только потому, что все функциональные свойства в совокупности связаны между собой и образуют единую систему - тело. В этой природной системе, как уже говорилось, *все свойства имманентны по характеру взаимодействий, подобны, присущи всем телам, равнозначны и не разделяются на фундаментальные и производные. Они абсолютны, являются атрибутами всех тел, качественно взаимосвязаны, количественно изменяемы, но только в определенной пропорции с другими свойствами, при индексном описании всегда имеют размерность и не могут отсутствовать в теле. Ни одно свойство принципиально* ***никогда*** *не может, по своей количест-*

венной величине, быть равной 0. Равенство свойства 0 равнозначно отсутствию тела, которому это свойство "принадлежит".

Все бесчисленные свойства, образующие тела, имеют свою количественную величину, выражаемую числом с размерностью. И каждая величина – свойство, отображение отдельного качества, связана качественно и количественно со всеми остальными свойствами тел. Но численные величины свойств каждого тела всегда отличаются от численных величин любого другого тела. Поэтому *тождественные тела на всех уровнях в природе отсутствуют. Качественные же взаимосвязи свойств остаются одинаковыми. Именно эти взаимосвязи формализуются в виде физических законов, функций и уравнений, описывающих инвариантные соотношения природных систем.*

Поскольку тело есть система взаимосвязанных свойств, а *взаимодействие тел осуществляется только посредством свойств, то связь между свойствами может послужить основой для определения качественной зависимости между их параметрами.*

И если мы достаточно хорошо умеем находить количественные величины некоторых свойств, частично понимать их взаимодействие и поведение при изменении воздействий на тела, то качественные связи и законы нам понятны далеко не достаточно. Мы даже не знаем, заключают ли в себе качественные связи какие-либо количественные величины. И хотя в физике существует анализ размерностей, призванный способствовать определению функциональных связей посредством сравнения размерностей, он не является универсальным методом, позволяющим автоматически определять зависимости между физическими величинами. Более того, его применение требует учета размерных постоянных, выбора подходящей системы единиц, зачастую интуитивного нахождения различных дополнительных предположений. А главное - остается неизвестным, какие же закономерности предопределяют качественные взаимосвязи свойств.

Если исходить из предположения, что *может существовать система числовых коэффициентов, обусловливающая качественную взаимосвязь свойств, то достаточно* найти хотя бы один из них, чтобы, ориентируясь на него, постараться выявить всю систему.

Поскольку наличествует всеобщая взаимосвязь свойств каждого тела, то всякое изменение любого его параметра должно вызы-

вать пропорциональное линейное или нелинейное изменение всех остальных его свойств. Какова количественная величина этой пропорциональности, неизвестно, но хотя бы один параметр изменения мы можем выявить, например, посредством соединения вместе двух одинаковых твердых тел. Опишем такую операцию.

Возьмем для примера два глиняных шара радиусом r, слепим из них один шар радиусом R. Можно полагать, что с возрастанием величины одного параметра − объема шара произойдет пропорциональное (линейное или нелинейное) количественное изменение и остальных свойств нового шара. Наиболее заметную величину при этом имеет изменение радиуса от r до R.

Зная соотношение объемов V и V_1 шаров, определим коэффициент изменения радиуса:

$$4/3\pi R^3 = 2 \cdot 4/3\pi r^3.$$

Сокращая одинаковые члены левой и правой части уравнения, получаем:

$$R^3 = 2r^3,$$

откуда находим коэффициент изменения радиуса:

$$R = r\sqrt[3]{2} = 1{,}259921 \ldots r.$$

Число 1,259921 ранее уже встречалось как коэффициент объемной связности. Здесь оно определяет количественное изменение радиуса r при возрастании объема шара в 2 раза, и, по-видимому, *отображает качественную зависимость между параметром объема и радиуса*. Если считать, что *коэффициент k = 1,2599 ... - количественная величина качественной характеристики радиуса - связность, определяющая его участие во взаимосвязях с другими свойствами тела, то можно предположить, что и остальные свойства тел обладают такими коэффициентами*, и, зная k, попытаться по известным уравнениям определить их величину и для других свойств.

Наличие одного коэффициента связности, для которого подходит также название значимости свойства, требует такого подбора уравнений, в которых задействовано минимальное количество параметров, входит параметр R, а новые параметры добавляются, с прибавлением уравнений. *Лучше всего отвечают этим условиям инвариантные уравнения. В этих уравнениях все параметры связаны так, что изменение одного из них вызывает пропорциональное изменение другого (других) таким образом, что количественная* *величина произведения остается const*. Подходит, например, кеплеровская система инвариантов и планковский инвариант:

$Rv^2 = const,$ (5.23)

$R^2 g = const,$ (5.24)

$R^3/t^2 = const,$ (5.25)

$mvR = const',$ (5.26)

где v − скорость (например, орбитальная); g − напряженность гравитационного поля (ускорение свободного падения); t – *время*, m − масса.

Инвариантность уравнений (5.23) − (5.26) не изменится, если их правую часть приравнять базисной **1**, ($const$ = 1). Тогда, зная k, можно определить модуль значимости остальных параметров. Значимость – количественная характеристика размерности определенного свойства. Будем обозначать значимость звездочкой справа вверху индекса параметра. Например, числовая значимость свойства расстояния $R^* = 1,259921$ – безразмерностная величина.

Из уравнения (5.23) находим величину значимости v^*;

$R^*v^{*2} = 1,$

$v^* = 1/\sqrt{R^*} = 1/1,12246 = 0,890898...$.

Находим по (5.24) значимость напряженности g^*;

$R^{*2}g = 1,$

$g^* = 1/R^{*2} = 1/1,5874... = 0,62996...$.

Из инварианта (35.25) определяем величину значимости времени t^*;

$R^{*3}/t^{*2} = 1,$

$t^* = \sqrt{R^{*3}} = 1,41421.$

А по инварианту (5.26) выявляем значимость массы m^*:

$m^*v^*R^* = 1,$

$m^* = 1/v^*R^* = 1/1,12246 = 0,890898...$.

Последующие значимости получим, используя многие отработанные уравнения различных разделов физики. Для получения значимости силы F^*, «постоянной» тяготения G^*, энергии W^* используем формулы:

$F^* = m^*g^*,$

$m^*G^* = const,$

$W^* = m^*l^*v^*.$

Подставляя в них найденные ранее значимости свойств, находим их для времени t^* = 1,41421... , силы F^* = 0,56123... , «постоянной» тяготения G^* = 1,12246 ..., энергии W^* = 0,707106... Этим же методом можно получить значимости всех известных на сегодня физических параметров и тем самым обеспечить численное обоснование качественных взаимосвязей функциональных свойств. *Численные величины качественных взаимосвязей названы коэффициентами физической размерности* (КФР).

Поскольку *каждое физическое уравнение в статике описывает некоторую качественную зависимость входящих в нее параметров, то по своей структуре оно является инвариантом*. Так, уравнение гравитационного притяжения тел:

$$F = GMm/R^2, \qquad (5.27)$$

может быть следующим образом записано в инвариантной форме:

$$GMm/FR = \mathbf{1}. \qquad (5.28)$$

Итак, мы снова вышли на систему инвариантов с базисной единицей, которая впервые появилась в статико-динамической геометрии (4.8)–(4.17). Появление инвариантов с базисной единицей в физике, аналогичных инвариантам упомянутой геометрии, еще раз свидетельствует о наличии в ее элементах физических качеств, и следовательно, об аналогии проективного пропорционирования гармонической четверки точек пропорциональной взаимосвязи физических параметров. И уравнения (4.8)–(4.17) по своей структуре инвариантны, т.е. изменение количественной величины одного из составляющих его членов вызывает автоматическое и пропорциональное изменение другого (других) членов уравнения. Но если в статико-динамической геометрии пропорционирование элементов геометрической взаимосвязи носит случайный характер, т.е. определяется положением точки опоры, то пропорционирование значимостей свойств полностью определяется числовыми величинами коэффициентов физической размерности. Золотые величины коэффициентов свойств, становятся качественными значимостями каждого свойства и определяют его инвариантные взаимосвязи со всеми остальными свойствами тела. Они, количественные коэффициенты качественных значимостей свойств, являются едиными для всех материальных тел. Но количественная величина каждого свойства каждого тела всегда отличается от аналогичной величины любого другого тела. По количественной величине своих свойств тела просто несопоставимы, поскольку они есть самости несоизмеримые, и в каждой области пространства имеют различную количественную величину при постоянной и неизменной качественной значимости.

Качественная инвариантная взаимосвязь свойств посредством базисной **1** обусловливает взаимосвязь всех уравнений одного тела (одной системы). Она не ограничивается механикой, а пронизывает все разделы физики, объединяя их в единую взаимозависимую систему. А сами значимости являются, как показывают найденные числовые величины, некоторой степенью, например, от 3. Добавив несколько новых параметров, занесем их в таблицу 7 и определим способ формирования физических уравнений на основе качественных значимостей.

В таблице 7 приводятся коэффициенты физической размерности некоторых свойств (столбец 1), индекс свойств (столбец 2), количественная величина качественной значимости (столбец 3) и степенная зависимость условного знаменателя 3 этих свойств (столбец 4). Таблица может быть расширена посредством включения в нее всех тех свойств, которыми оперируют физические науки.

Рассматривая таблицу 7, отметим, что *она, и греческий ряд, включая восходящую и нисходящую ветви значимостей, повторяет базисный столбец русской матрицы* 4 [31] не только по структуре, но и по своей иррациональной численной величине. А это свидетельствует о том, что *функциональные свойства физических тел определяются 12-ю числами базисного ряда и в своей числовой форме качественных зависимостей являются структурной частью поля золотых чисел и связаны с каждым числом данной матрицы*.

Из таблицы 7 следует:

− *иррациональное число 1,05944..., корень двенадцатой степени из 2, малая секунда темперированной музыкальной гаммы исходное восходящей ветви значимости свойство, ее обратная величина* - *0,943890... исходное нисходящей ветви;*

− *все числа восходящей и нисходящей ветвей, кратны целым степеням исходных чисел* [31]*;*

− *встречаются группы свойств, обладающие равной качественной значимостью;*

Таблица 7

Физические свойства	Индекс	Величина значимости	Основание в степени
1	2	3	4
Объем	V*	2,00	3^{12}
Коэф. взаим. индук.	μ*	1,587401	3^{8}
Период колебания	T*	1,414213	3^{6}
Время	t*	1,414213	3^{6}
Магнитная постоянная	μ'*	1,259921	3^{4}
Радиус	R*	1,259921	3^{4}
Длина волны	λ*	1,259921	3^{4}
«Постоянная» тяготения	G*	1,122462	3^{2}
Удельный заряд частицы $f=\sqrt{G}$	f*	1,059463	3^{1}
Восходящая	ветвь		
Базисная единица		**1**,00	$\mathbf{3^{0}}$
Нисходящая		ветвь	
Заряд электрона	e*	0,9438743	3^{-1}
Масса	m*	0,8908987	3^{-2}
Скорость (включ свет.)	v*	0,8908987	3^{-2}
Постоянная Ридберга	R*	0,7937005	3^{-4}
Потенциал электрич. поля	φ*	0,7491535	3^{-5}
Энергия	W*	0,7071067	3^{-6}
Частота колебания	ω*	0,7071067	3^{-6}
Приведенная частота	θ*	0,7071067	3^{-6}
Сила тока	I*	0,6674199	3^{-7}
Напряж. гравиполя	g*	0,6299605	3^{-8}
Напряж. электр. поля	E*	0,5946035	3^{-9}
Сила	F*	0,5612310	3^{-10}
Мощность	N*	0,5000000	3^{-12}
Плотность	ρ*	0,4454493	3^{-14}
...	...	...	...

– степенная взаимосвязь функциональных свойств дает уникальную возможность формализации их некоторой системой инвариантных уравнений;

Опишем способ получения уравнений с использованием качественной значимости золотого числа 1,059463... Воспользуюсь для этого свойством инвариантности физических уравнений (3.34). Это свойство позволяет образовать взаимосвязь параметров одной системы в виде формул и инвариантов по правилу: *произведение значимостей, вводимых в уравнение параметров, должно равняться единице.*

Отметим, что *значимости как числовые величины, используются только при построении уравнений и никакого отношения к количественным величинам своих параметров не имеют. Параметры эти могут как угодно меняться по своей численной величине. Значимости остаются всегда неизменными. Они – постоянные, качественные коэффициенты, отображающие взаимосвязи свойств. А потому произведение значимостей, равное 1, даже без применения размерности выявляет только индексную структуру уравнения.* Форму же данного уравнения можно определить только тогда, когда индексация будет дополнена размерностью. При этом:

– размерностное произведение значимостей равное безразмерностной 1, – формула (базисная зависимость)*;*

– размерностное произведение значимостей, равное размерностной 1, – инвариант (промежуточная зависимость).

Рассмотрим для примера нахождение инвариантов с использованием качественных значимостей следующих параметров: W^* = 0,7071; M^* = 0,8908...; G^* = 1,1224...; R^* = 1,2599...; v^*= 0,8908...

Инвариант – произведение значимостей	Инвариант – уравнение
$1 = 0{,}8908M^*\cdot 1{,}1224G^* = 3^{-2}\cdot 3^2$;	$MG = const$,
$1 = 1{,}2599R^*\cdot(0{,}8909v^*)^2 = 3^4\cdot(3^{-2})^2$;	$Rv^2 = const$,
$1 = 0{,}7071W^*\cdot 1{,}1224G^*/(0{,}8909v^*)^2 =$	$WG/v^2 = const$,
$= 3^{-6}\cdot 3^2/(3^{-2})^2$;	и т.д.

Можно составить бесчисленное количество таких инвариантов, которые отображают качественное и количественное многообразие свойств веществ и их взаимосвязей.

Для получения формулы из инвариантов выбирают два из них, *имеющих одинаковую размерность или количественную величину* *произведения параметров*. Они приравниваются и решаются относительно нужного параметра. Например:

Инвариант уравнение	Формула	
$mG = Rv^2$;	$m = Rv^2/G$	
$mG = WG/v^2$;	$W = mv^2$,	и т.д.

В структуру уравнений и инвариантов могут входить параметры только тех свойств, которые подобны друг другу коэффициентом значимости. *Коэффициент значимости для элементарного (единичного) природного свойства никогда не равен 1. Этой величине равны только произведения значимостей, образующие инвариант. Именно инварианты, т.е. уравнения, произведения параметров которых остаются неизменными при пропорциональном изменении их количественной величины, и могут быть в физике постоянными величинами*.

Приложение №1

А.Н. Митрохин

О взаимодействии размерностей в математических преобразованиях

Заключение

«Представляя математику как самостоятельную и специфическую область знания, следует признать, что весь смысл ее как науки, без сомнения состоит в том, чтобы результаты математических исследований могли быть приложены к другим, тесно связанным с ней разделам наук для решения тех или иных количественных задач или установления тех или иных функциональных зависимостей. При этом соблюдение правил строгого взаимодействия количественных частей математических величин так же важно для получения субъектом исследования правильного результата, как и взаимодействия размерностей, представляющих собой качественные части математических величин.

Математика и тесно связанные с ней другие точные науки базируются в настоящее время на следующих ярко выраженных положениях.

1. Математика определена как наука о количественных отношениях. Тем самым предполагается, что исследуемые субъектом и взаимодействующие с помощью математических правил цифровые, буквенные или другие знаковые обозначения, входящие в математические выражения заключают в себе только количественное содержание, а математические действия есть действия над этим количественным содержанием. По мере необходимости количественные отношения могут быть приложены ко всему многообразию понятий, включая физические величины. Соединение (синтез) количественной и качественной частей математических величин сопровождается образованием и введением понятия «именованного числа».

2. Размерностный анализ не является предметом исследования математической науки, а рассматривается как отдельная область знаний, изучаемая преимущественно физикой и метрологией; размерно-

стный анализ основан на изучении взаимодействий физических величин и физических понятий, куда не входят понятия, не относящиеся к физическим величинам, но способные иметь количественное содержание; размерностный анализ осуществляется в основном не на уровне единиц измерения, а на уровне обобщающих понятий физических величин, записываемых в краткой их форме, таких, как длина *L*, время *T*, масса *M* и др. При этом под размерностью физической величины понимается математическое выражение или даже формула, отражающие связь данной физической величины с физическими величинами, принятыми за основные.

3. В системе взаимоотношений физических и математических величин прочное место занимают «голые числа» в виде «безразмерностных (как ошибочно пишут – безразмерных)» величин, которые наряду с физическими величинами участвуют в математических преобразованиях в различных отраслях наук. Соответственно этому метрологической наукой узаконены уравнения связи между величинами и уравнения связи между числовыми значениями.

4. Основным связующим звеном при переходе от теоретической математики к другим разделам наук и практике, т.е. прикладной математике, является Международная система единиц (СИ), которая предоставляет возможность осуществления количественных преобразований над физическими величинами и физическими понятиями. Международная система единиц и основанный на ней государственный стандарт ГОСТ 8.417–81 построены исключительно на понятиях, относимых к физическим величинам. В состав этой и других известных размерностных систем не включены понятия, не относящиеся к физическим величинам, но могущие иметь количественную оценку.

Проведенные исследования позволили выявить следующие противоречия и неувязки в математике, тесно связанных с ней точных науках, размерностном анализе и СИ:

вопреки классическому определению математики как науки о количественных отношениях в тригонометрических преобразованиях, являющихся неотъемлемой частью математики, существует необходимость использования в неразрывном единстве с количественной частью таких неколичественных понятий, как единицы измерения плоского угла;

анализ математических преобразований, начиная от действия счета и сложения-вычитания до операции взятия производной и нахождения первообразной, показывает, что количественные преобразования сопровождаются не только влиянием (счет, сложение-вычитание), но и самим взаимодействием и изменением в той или иной форме качественных составляющих математических величин (умножение-деление), при этом очевидность взаимодействий качественных частей увеличивается при переходе от простых форм математических преобразований к более сложным, где преобладающим являются преобразования не над количественными, а над качественными частями математических величин (взятие производной – нахождение первообразной);

основополагающие математические понятия, которые составляют сущность математики, такие как «математическая величина», «функция», «угол» и др., характеризуются в настоящее время неоднозначностью их толкования. Например, понятие математической величины в одном случае соотносится с количественным ее содержанием, а в другом – с качественным, которому может быть присвоено определенное количественное содержание; понятие функции увязывается в одном случае с числовым множеством, а в другом – с множеством каких-либо элементов, объектов и предметов, в третьем – с тем и другим одновременно; понятие угла имеет несколько толкований в математической интерпретации, но в основном он определяется как фигура или участок; рассматривая угол как фигуру или участок, в дополнение этой неоднозначности, можно видеть такую необъяснимую картину, что одинаковые по размеру углы могут иметь неравновеликие фигуры или участки;

в дифференциальных уравнениях колебательного движения, рассматриваемых в математике, механике, электротехнике, теории автоматического управления и других разделах наук, отсутствует единый понятийный подход к математической величине, именуемой согласно ГОСТ 24346–80 «угловой частотой колебаний», при этом указанная физическая величина в исходном уравнении колебательного движения имеет размерность 1/секунду, а его решение вследствие вхождения этого параметра под знак тригонометрической функции обязана иметь размерность радиан/секунду, и если следовать правилам международной системы единиц (СИ) и ГОСТ 8.417–81, то данная физическая величина в исходном уравнении колебательного движения, судя по ее размерности, может выражать собой и частоту вращения, и частоту колебания, и угловую скорость, но в решении уравнения колебательного движения это уже однозначно угловая скорость;

из анализа исходного уравнения колебательного движения и его решения следует, что «радиан = 1» и это непонятное равенство, в котором качественное понятие приравнивается к количественному, математикой не исследуется и не объясняется, хотя в размерностном анализе на основании того, что размерность угла $[\varphi] = l/r = L/L = 1$, утверждается, что угол не имеет размерности. Парадокс заключается в том, что следом авторами исследования говорится совершенно обратное, т.е. о наличии размерности угла и с этими доводами также нельзя не согласиться, так как если имеется единица измерения, то существует и размерность. Полемика о размерности плоского угла в науке не окончена до настоящего времени;

исходное дифференциальное уравнение колебательного движения и его решение приводят к следующему равенству: 1[радиан/секунду] = 1[1/секунду]. В то же время согласно ГОСТ 24346–80 угловая частота колебаний определена как частота колебаний, умноженная на 2π, откуда следует, что 1[1/секунду] = 6,283…[радиан/секунду];

угловая скорость и ее единицы измерения противоречат закону сохранения энергии в том смысле, что изменение значения угловой скорости материального тела с неизменной массой может не сопровождаться изменением кинетической энергии движущегося материального тела; наличие линейной и угловой скоростей сопровождается тем, что материальное тело получает две меры инерции: массу и момент инерции; причем если масса не зависит от траектории движения (?), то момент инерции представляет собой переменный параметр;

во многих литературных источниках авторы работ по исследованию колебательных процессов настойчиво внедряют тезис о том, что понятия «частота колебаний» и угловая частота колебаний» могут быть объединены под одним термином «частота колебаний». Однако известно, что эти две разнородные физические величины, связанные соотношением $f = \omega/2\pi$, и рекомендовать их объединение под одним и тем же термином, находящимся на той же ступени обобщения, ошибочно;

анализ Международной системы единиц показывает, что в ней имеется ряд существенных неувязок, вызванных “радианной” проблемой, заключающихся в том, что несколько разнородных понятий имеют одинаковые размерности и единицы измерения; например, частота вращения, частота колебаний, угловая скорость, угловая частота колебаний имеют размерность времени и единицу измерения, кратко записываемую как c^{-1};

ни одна из известных размерностных систем, включая СИ, не вводит в свой состав все многообразие понятий, не относящихся к физическим величинам, но которые могут быть количественно определены. Ни одна из размерностных систем не объясняет, в каком соответствии находятся по отношению к математике эти понятия и физические величины; ни одна из них не определяет в качестве единицы измерения такую физическую константу, как π, которая повсеместно входит во всю учебную, научную и техническую литературу и несет в настоящее время двойную смысловую нагрузку: как отношение длины окружности к диаметру этой окружности и как радианная мера измерения углов.

Исследования, проведенные на основе гипотезы о единстве, обязывающей рассматривать в единстве количественную и качественную части математических величин, участвующих в преобразованиях, позволили решить основную задачу, состоящую в том, что размерностный анализ включается в область математических исследований и становится его неотъемлемой частью, а выявленные противоречия и неувязки получают логическое объяснение и разрешение.

1. В математических выражениях снимаются вопросы, связанные с неотъемлемым содержанием (тригонометрические вычисления), влиянием (операции счета и сложения-вычитания) на математические преобразования и участием в этих операциях (умножение-деление, взятие производной – нахождение первообразной) качественных частей математических величин.

2. Устраняется неоднозначность в толковании основополагающих математических понятий, обеспечивается возможность дать им краткое и более точное определение, например:

математическая величина – понятие, состоящее из количественной и качественной частей;

функция – математическая запись устойчивого количественного соответствия (зависимости) между двумя или несколькими математическими величинами;

размерность – качественная часть математической величины;

единица измерения – единичное знание математической величины, принимаемое за основание для сравнения однородных математических величин, осуществляемое на уровне единиц измерения;

угол – место пересечения двух линий или плоскостей.

3. Устраняются неувязки в дифференциальных уравнениях колебательного движения в отношении обеспечения однородности размерностей слагаемых исходного уравнения и его решения. Одновре-

менно установлено, что показатель степени показательной функции и аргумент круговых (тригонометрических) функций имеют идентичное качественное содержание, а именно количество радиусов, содержащееся в дуге соответствующей окружности.

4. Получает объяснение и разрешение “радианная проблема”, характеризующаяся следующими результатами:

радиана, как и других единиц измерения плоского угла, объективно не существует, возникновение угловых единиц измерения объясняется следствием того, что математика была искусственно отделена от анализа размерностей и поэтому слабо влияла на уяснение во всей полноте сущности взаимодействия единиц измерения. Учитывая почтенный возраст упомянутых единиц измерения, их следует сохранить, объяснив причины их происхождения. И определив область применения с указанием условного их характера с поправкой на то, что измерению подвергается не угол, а величина раскрытия (раствора, непараллельности) двух линий или плоскостей;

под знаком круговой (тригонометрической) функции должна находиться не единица измерения плоского угла, а радиус окружности как средство измерения длины кривой линии. При этом важно уяснить, что аргумент, стоящий под знаком круговой (тригонометрической) функции, и полученный после вычисления результат будут заключать в себе одну и ту же размерность – размерность длины. Краткой формой записи единицы измерения длины кривой линии, каковым является радиус окружности, будет качественная единица 1[1].

5. Разрешена проблема неоднозначности математического толкования понятия угла, характеризующаяся следующими результатами:

дано уточнение, а по сути новое для математики толкование угла как места пересечения двух линий или плоскостей;

сам угол не подлежит измерению, измеряется величина раскрытия (раствора, непараллельности) двух линий или плоскостей. Средством измерения при этом служит кривая линия в виде дуги окружности, единицей измерения длины которой в свою очередь является радиус окружности;

определение величины раскрытия (раствора, непараллельности) двух линий или плоскостей может быть не связано с наличием угла в случае отсутствия места пересечения линий или плоскостей.

6. При изучении криволинейного движения одновременно с установлением сущности единицы измерения скорости криволинейного движения выявлена несостоятельность таких терминов, как “угловая

скорость” и “угловое ускорение”, вместо которых введены новые термины: “скорость криволинейного движения” и “ускорение криволинейного движения”, соответствующие сути происходящего физического процесса; отпала необходимость в использовании такого понятия, как “угловая частота колебания”, которое представляет собой не что иное, как скорость криволинейного движения на сопутствующей окружности.

7. Приведены в соответствие с их содержанием и обоснованы краткие формы записи единиц измерения ряда физических величин и понятий. Например, единицу измерения скорости криволинейного движения следует кратко записывать в виде 1/с, а не $с^{-1}$, как принято в настоящее время; краткая форма записи “обратного метра” должна выглядеть как $1/[м] = [м]^{-1}$, а не $[м^{-1}]$ и т.д.

8. Проведена классификация единиц измерения, образованы новые группы единиц измерения: счетные, неявные, условные.

9. Определены новые принципы построения размерностных систем, в том числе СИ, главный из которых состоит в том, что любая размерностная система должна охватывать все виды единиц измерения, которые на равных “правах” взаимодействуют между собой.

10. Уточнено определение математики как науки.

11. Определены классы неполных (математических) функций и полных функции.

12. Обосновано возвращение в литературный оборот термина “единица измерения” вместо термина “единица физической величины”.

Приложение 2

А. А. Пилецкий

СИСТЕМА РАЗМЕРОВ И ИХ ОТНОШЕНИЕ В ДРЕВНЕРУССКОЙ АРХИТЕКТУРЕ

Творческий метод древнерусских зодчих далеко не во всем нам понятен, и многое остается для нас загадкой [25].

Анализ форм произведений древнерусской архитектуры показывает, что при своей простоте они обладают пропорциями весьма не простыми − лучшими из известных нам видов: золотым сечением и различными производными от него функциями.

Методы работы древнерусских зодчих существенно отличались от современных. Сложнейшие здания возводились без чертежей и в короткие сроки. Древнерусские зодчие и ведущие мастера владели, видимо, определенной специфической методикой проектирования, знаниями и умениями, многие аспекты которых неведомы для нас. Подобные знания, учения и методы, не получившие продолжения и последующего развития, современный исследователь называет «тупиковыми». В прошлом они могли достигать высокого совершенства, но затем по разным причинам не находили применения, постепенно забывались, остались вне основ наших современных знаний и неизвестны современным специалистам.

Именно таковой является древнерусская числовая система архитектурного пропорционирования, представляющая предмет данного исследования. Она функционировала, как показал анализ памятников архитектуры, от домонгольского периода по XVIII в. и окончательно была забыта в XIX в. В XX в. начала частично «открываться» вновь.

В сооружении, помимо основных форм, существуют еще слагающие их сотни и тысячи различных элементов, соподчиненных им и одновременно связанных с ними и между собой своими маленькими формами, масштабностью, характером рисунка и т. д. И все они, прежде чем из них было что-то сложено и еще до изготовления, должны были тщательно выискиваться. Их формы и размеры должны были рассчитываться, взаимоувязываться, определяться по количеству и габаритам. Кто, как и когда это выполнял?

Подобная работа в условиях современного архитектурного проектирования под силу мастерской, состоящей из многих десятков архитекторов, конструкторов, техников, чертежников, работающих с помощью современных инструментов. Только для разработки стадии рабочего проекта им потребовалось бы долгие месяцы (или год и более) кропотливого труда над тысячами листов чертежей и шаблонов с поиском на них форм во всех проекциях, прорисовка в натуральную величину всех сложных криволинейных профилей с подсчетом десятков тысяч размеров.

Существует представление, что зодчий ограничивался лишь общими и крупными объемами здания, а мелкие детали были уделом других мастеров артели. Но для изготовления деталей требовались хотя бы габаритные размеры, чтобы потом готовые изделия не переделывать. Можно предположить, что большая их часть могла уточняться в ходе строительства, но не менее примерно одной тысячи надо было обязательно назвать заранее для всех параллельно заготавливаемых элементов, деталей, стройматериалов.

Как справиться со столь большим объемом взаимно соразмеренной числовой информации без чертежей?.

Продолжая сравнение с современной практикой, заметим, как бы талантлив ни был в наше время зодчий, он не может знать и называть размеры, определять габариты элементов и деталей до того, пока не выполнены в комплексе все рабочие чертежи, не произведена взаимоувязка всех форм, размеров и решений, пока не завершены все расчеты.

Древнерусский же зодчий должен был к тому же обеспечить согласованную деятельность множества строителей и направить в единое русло неисчислимый объем ручных операций. Так, например, сроки строительства храма Василия Блаженного вполне сопоставимы с современными − от получения задания на проектирование до завершения строительства потребовалось 5 лет.

Можно добавить, что храм Василия Блаженного − произведение высокого искусства. Поэтому обычные мерки еще менее к нему применимы и творческий метод древнерусских зодчих приобретает еще большую значимость и загадочность.

Существует в связи с этим предположение, что здание могло расчерчиваться на земле; его изображение, главным образом план, могло выполняться в натуральную величину; совмещено с планом могли прорабатываться также его разрезы и фасады. Однако и это предположение не выдерживает критики, особенно применительно к архитектуре XVI–XVII вв. с ее развитыми и многообразными формами зданий. Так не могло быть потому, что с началом строительных работ при рытье траншей рисунки на земле пропадают, не говоря уже о трудностях геометрических построений и поиске форм и пропорций фасада, когда его не видно целиком и он воспринимается лишь кусочками. Кроме того, один чертеж, каков бы масштаб его ни был, дает лишь несколько десятков размеров, а нужны их тысячи. Можно допустить лишь эскизирование на земле, но не вычисление длинных цепочек размеров.

Характерные размеры в произведениях древнерусской архитектуры

Мы воспользуемся сведениями метрологических исследований, главным образом по мерам протяжения, поскольку размеры в памятниках архитектуры выражались обычно через систему функционировавших в древности мерных величин.

Сопоставление размеров различных сооружений выявляет в них, даже в случае значительного территориального удаления зданий и значительного разрыва в периодах постройки, множество сходных величин, однотипных пропорций, числовых структур и приемов пропорционирования, оказавшихся весьма устойчивыми во времени. Наша цель − ознакомиться с любопытным фактом: присутствием в самых разнообразных сооружениях множества одинаковых размеров.

В основном мы рассмотрим главные формо- и габаритоопределяющие размеры, так как они создают наиболее характерные количественные показатели той или другой формы, детали, элементов или всего здания.

В многообразии форм и объемов сооружения, как мы говорили, имеются сотни и тысячи различных размеров, но лишь небольшую их часть мы можем считать главными.

Например, в помещениях это длина, ширина, высота; в скульптуре - размер фигур в рост; в шатрах и башнях - их высота; в ордерных элементах - размер колонны, высота ордера; в защитных и оборонительных сооружениях - высоты и толщины стен и т. д.

Представляют интерес также размеры, связанные с «границами видов работ» разных строительных специальностей, выполнявшихся соответственно разными исполнителями и разными подрядными бригадами. Например, разграничения на стыках работ каменщиков и белокаменщиков, так как первые должны оставить в кладке определенных размеров ниши для изделий вторых и т. д. Эти размеры также весьма поучительны.

Покажем на ряде примеров некоторые характерные приемы, применявшиеся древнерусскими зодчими по размерению сооружений, и одновременно познакомимся с основными древнерусскими видами мер.

Мы рассмотрим:

- характерные и однотипные размеры в сооружениях и объектах вне зависимости от их назначения, времени постройки и территориального расположения;
- главные размеры одного сооружения;
- характерные размеры группы сходных сооружений.

Характерные и однотипные размеры в сооружениях и объектах вне зависимости от их назначения, времени постройки и территориального расположения

Толщина стен Коломенского кремля имела несколько характерных размеров − 3,72; 4,6; 4,88 м. Высота стен Тульского кремля от вала цоколя до уровня боевого хода − 3,7 м, до зубцов − 4,6 м.

К. Растрелли в монументе Петру I перед Инженерным замком в Ленинграде выполнил высоту конной статуи 4,61 м, высота фигуры всадника (в рост) − 3,73 м . Архитектор А. Захаров, реконструируя здание Адмиралтейства, заказал ваятелям сидящие фигуры (Ахиллес, Аякс, Пирр и Александр Македонский) и указал в задании их размер − 3,73 м.

В Дмитриевском соборе во Владимире ширина подкупольного прямоугольника равна 488 см, как и упомянутая толщина стен Коломенского кремля.

Размер спальни митрополита в его Крутицком дворце равен 4,61 Х 4,61 м. Спальня расположена не в общей системе помещений, а вынесена в ризалит. Любопытно, что в Петровском монастыре (в Москве) вынесенное в ризалит помещение также имеет размеры 4,61 х 4,61 м.

Высота палат в доме Марины Мнишек в Пскове − 3,96 м. Такая же точно высота керамических декоративных колонок во втором ярусе Крутицкого теремка.

Как видим, в весьма и весьма разнообразных по назначению объектах оказались одни и те же размеры. Совпадения на первый взгляд кажутся случайными. Подобные примеры могут быть продолжены, и совпадения произойдут в десятках и сотнях случаев. Кроме того, несмотря на столь значительные различия в назначении сопоставляемых элементов (размер скульптуры, толщина стены, спальни), существует и определенная логика применения именно таких, а не каких-либо других размеров, о чем в дальнейшем мы будем говорить подробнее.

Наши знания по данному вопросу уже сегодня позволяют в ряде случаев понять логику пропорционирования и мышления древнерусских зодчих и определять необходимые размеры для утраченных элементов памятников архитектуры, если от них не осталось даже никаких следов.

Можем это делать лишь потому, что случайных и необоснованных размеров древнерусские зодчие не применяли.

Исходными величинами тех конкретных размеров, которые были названы, являются сажени размером 186,4; 230,4; 244; 197,4 см.

Мы привели примеры зданий, сооружений и скульптуры, где в размерах принимались двойные количества этих саженей.

Величины саженей указаны здесь по так называемым среднерасчетным значениям, вычисленным на основании исследования многих памятников древнерусской архитектуры и объектов прикладного искусства.

Эти же сажени мы проследим в специальных работах, посвященных древнерусской метрологии, откуда нами заимствованы их названия.

Сажень 186,4 ем. Известный русский метролог Д. И. Прозоровский сообщает, что в принадлежащей ему солеваренной рукописи XVII в. сказано: «А трубная сажень полтретья аршина два вершка», т.е. 2½ аршина и 2 вершка, или всего 42 вершка. При вершке 4,445 см сажень составит: 42 Х 4,445 =186,7 см.

Далее: «При постройке в Китайгородском уезде церкви измерение производилось *церковной* саженью в полтретья аршина с двумя вершка», т. е. также саженью, равной, как и в предыдущем случае, 42 вершкам = 186,7 см.

Наше среднерасчетное значение сажени почти совпадает с данной величиной, и ниже, оперируя ею, мы будем пользоваться названием «церковная сажень». Как увидим, название часто оказывается ключом для решения практических задач, связанных с определением видов мерных единиц в сооружениях и нахождением размеров утраченных их частей.

По своему происхождению эта сажень ведет свое начало, по-видимому, от древнеримского пасса и почти совпадает с его размерами. В другом труде Д. И. Прозоровского говорится: «У Маржерета и Оленария значится одна и та же верста в 600 сажен пассовых или 525 сажен нынешних», откуда размер пасса равен (525 x 213,36) /600 = 186,7 см.

В других исследованиях римский пасс вычисляется на 1 – 1,2 см меньшего размера. Существует также мнение, что пасс был вообще других размеров, но против сажени размером 186−187 см среди исследователей древнерусской метрологии возражений нет.

Сажень 230,4 см. Такая сажень была применена в XVII в. при обмерах Ново-Иерусалимского монастыря, выполнявшихся сразу же по окончании строительства и освещении собора. Обмеры производились живописцем Карпом Ивановым Золотаревым и подьячим Иваном Ивановым. В обмерах указывается длина храма в 30 сажен. Современные замеры показывают ее в 69 м, что и дает возможность определить величину сажени, применявшуюся в XVII в. при обмерах в 2,3 м. Далее упоминается высота стен круглого помещения, где расположен «гроб господен», в следующем контексте: «Под шатром до своду 12 сажен». Этот размер, понимаемый как расстояние от уровня чистого пола до внутреннего карниза, выше которого начинались грани шатра, составляет 27,7 м, что также согласуется с ранее установленной величиной сажени

2770/12 = 230,8 см.

Сажень такого размера, как считает ряд метрологов, происходит от греческой оргии. Д. И. Прозоровский приводит следующие сведения о размерах греческой оргии. «По евангелию расстояние от Емауса до Иерусалима − 60 стадий. Один из наших путешественников − Инок Парфений определил его в 13 пятисотсаженных верст, т. е. в 6,5 тыс. саженей, что дает размер 6500 : 60 = 108⅓ саженей». Тогда один стадий будет

108⅓ x 213,36 = 231,1 м.

Известно, что 1 стадий = 100 оргий. Следовательно, 1 оргия = 231,1 см.

Сажень со среднерасчетным значением в 230,4 см ниже мы будем именовать «греческой». Слово «оргия» в одном из вариантов перевода означает «сажень».

Академик Б.А. Рыбаков высказывает возражения в отношении такого размера греческой оргии. «Л.В. Черепнин... при сопоставлении русской сажени с греческой оргией был введен в заблуждение ошибочными расчетами С. К. Кузнецова, полагавшего, что оргия равнялась 231,9 см, а римский пасс равнялся 186 см».

П о - видимому, размер 230,4 см функционировал главным образом не как бытовая сажень, а как величина, применявшаяся в пропорционировании произведений архитектуры и прикладного искусства. Эта сажень, по нашим исследованиям, имела весьма большое распространение.

Сажень 244 см. Мы встречаем ее в размерах линейного масштаба на чертеже X V I I I в. Чертеж этот (см. *рис. 10)* представляет собой проект нового шатра для Воскресенского собора Ново Иерусалимского монастыря, выполненный Растрелли. На чертеже, помимо проектируемых частей сооружения, изображены также и существовавшие стены круглого помещения (сохранившиеся до настоящего времени). Соразмерение их по линейному масштабу (по высоте стен и усредненному значению диаметра помещения) показывает, что принятый в линейном масштабе размер сажени был 244 см.

Предположение о названии встречаем у Д. И. Прозоровского. Он ссылается на Иорадиакона Иону, путешествовавшего в Иерусалим в 1651 г. Иона сообщает, что дверь «гроба господня» т.е. вход в пещерку, − «четыре пяти *великих».* Д. И. Прозоровский высказывает следующее предположение: «По словам покойного Норова, вход в пещерку должно нагнуться головою, а как Норов был среднего роста, то вышина входа несколько менее двух аршин, почему великая пять представляется мерою подобной английскому футу». Английский фут − 30,5 см. Следовательно, таков и размер предполагаемой великой пяди. Вход был высотой в 4 пяди и равнялся 122 см, а великая сажень равна соответственно 8 пядям; 8 х 30,5 = 244 см.

Выяснением размеров великой сажени занимался и Б.А. Рыбаков. По его данным, великая сажень равна 248−249 см**,** что в целом по наименованию согласуется с предположениями Д.И. Прозоровского, но по своей конкретной величине такая сажень немного превышает допустимые отклонения от среднерасчетных значений, выявленных нами на памятниках архитектуры. Б.А. Рыбаков великую сажень вычислил, исходя из размеров литовского локтя, который он называет в 62 см (62 х 4 = 248 см). Но имеются сведения об иной величине литовского локтя. Кроме литовского локтя, на территории Прибалтики функционировали также другие локти.

Ф.И. Петрушевский называет сажень строительную − в 6 *курляндских* футов, а фут, равным 15⅞ дм, что равно 40,32 см. Сажень при этом равна 242 см. Там же упоминается «локоть межевой» в 24 дм, что равно 61 см и дает четырехлокотную сажень: 4 х 61 = 244 см. Шведский межевой локоть (24,102 дм) дает сажень в 244,8 см.

Эти данные удовлетворяют среднерасчетным значениям великой сажени также и по величине.

Сажень 197,4 см. Д.И. Прозоровский со ссылкой па источники приводит данные об обмерах в 1647 г. Корочинского острога саженью в 3 аршина без полчетверта вершка (т. е. без 3½ вершков). Сажень получается равной $44^1/_2$ вершка, или 197,8 см.

Затем он указывает еще на одну весьма близкую по величине сажень со ссылкой на принадлежащую ему рукопись: «А сажень три аршина без четверти», равную, следовательно, 44 вершкам (т. е. меньше первой всего на 2,2 см). Там же Д.И. Прозоровский высказывает следующие оригинальные предположения по наименованию и происхождению этих саженей: «Если эту сажень разделить на 3 части, то ее аршин будет равен 14⅔ вершка (= 65,2 см. − *А.П.*). Это свойство заставляет обратиться к глубокой древности, именно к Геродоту, который, объясняя египетские или, скорее, греко-египетские меры, говорит, что было два локтя - обыкновенный в 6 пальм (= 24 дюйма) и царский − тремя дюймами больше, т. е. 27 дюймов (дюймы здесь имеются в виду не английские, а древние, по 35/64 вершка, или 2,43 см −*А.П.*), что позволяет найти и сам локоть: 2,43 х 27 = 65,63 см − откуда трехлокотная царская сажень равна 3 х 65,63 = 196,8 см».

Полученный размер царской сажени лишь незначительно отличается от наших среднерасчетных значений.

Г.Я. Романова замечает: «Встретившаяся только однажды в Писцовом наказе 1554 г. царская сажень является также обозначением какой-то официальной казенной сажени, о реальном содержании которой по этой единственной цитате судить невозможно: десятина в длину и ширину − десятая доля версты, а верста - 500 сажен царских».

Но в данном случае как раз реальное содержание почти согласуется с величиной рассматриваемой сажени. Десятина, как известно, равна 1,09 га, и, по-видимому, она не претерпевала кардинальных изменений . Если по предположениям царская сажень равна 197,4 см, то 500-саженная верста будет 987 м, а ее десятая часть − 98,7 м. Сторона квадрата площадью в 1 десятину равна 104,5 м. Как видим, не столь уж велика разница.

На основе исследования памятников архитектуры мы можем заметить: элементы сооружений, выполненные в размерах этой сажени, своим местоположением и значением в общей композиции показывают, что такое наименование сажени было весьма вероятным. Именно это наименование позволило в нескольких случаях решить ряд сложных практических задач по нахождению размеров утраченных элементов.

Приведем примеры применения саженей − церковной (186,4 см), греческой (230,4 см), великой (244 см) и царской (197,4 см) на других памятниках архитектуры и в других также весьма характерных количествах. Ширина Крутицкого теремка по фасаду и длина Воскресенской церкви (внутренняя) в Крутицах имеют один и тот же размер − 11,2 м, который пересчитывается в меры как 6 церковных саженей по 186,4 см. Длина (внутренняя) Крестовоздвиженского собора на Кий-острове, высота шатра церкви Вознесения в селе Коломенском, высота шатра Воскресенского собора Ново-Иерусалимского монастыря - также одного и того же размера − 22,37 м и составляют 12 саженей церковных по 186,4 см.

Внутренняя длина Георгиевского собора Юрьева монастыря в Новгороде − 24,4 м = 10 великим саженям по 244 см.

Внутренняя ширина церкви Параскевы Пятницы в Новгороде − 9,21 м = 4 греческим саженям по 230,4 см.

Высота главы, венчающей шатер над «гробом господня» в Воскресенском соборе Ново-Иерусалимского монастыря − 11,84 м = 6 царских саженей по 197,4 см.

Главные размеры одного сооружения

Следующую группу древнерусских саженей покажем на главных размерах церкви Параскевы Пятницы в Новгороде (рис.1).

Внутренняя длина (полная) − 21,1 м.

Внутренняя длина без притвора (западного) − 17,1 м.

Внутренняя ширина, включая северный и южный притворы, − 18,1 м.

В какие древнерусские сажени переводятся эти размеры? Церковь Параскевы Пятницы в метрологическом отношении имеет особое значение. Вблизи нее найден при археологических раскопках специальный мерный инструмент древнерусского зодчего, относящийся к рубежу XII-XIII вв. Церковь построена в 1207 г. Инструмент описан Б.А. Рыбаковым и, по его предположению, использовался в качестве мерила при строительстве Пятницкой церкви.

В данной статье мы не рассматриваем мерила; ограничимся лишь краткими сведениями о нем. Три шкалы мерила имели различную градуировку, позволявшую строить почти все виды архитектурных пропорций и воспроизводить почти все древнерусские сажени. Три сажени, воспроизводимые наиболее просто мерилом,

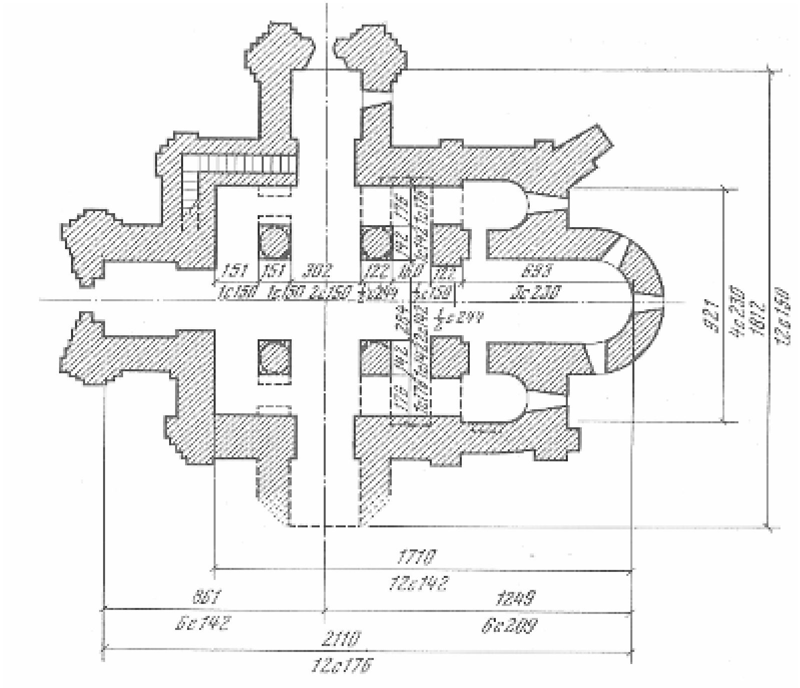


Рис. I. Церковь Параскевы Пятницы в Новгороде. 1207 г.
Анализ размеров

уложились по названным основным направлениям Пятницкой церкви ровно по 12, раз. В пересчете на сантиметры сажени получаются 176; 142,4; 150,8 см.

Внутренняя полная длина - 12 саженей - 176 см.

Внутренняя длина без притвора - 12 саженей - 142,4 см.

Внутренняя ширина с притворами - 12 саженей - 150,8 см.

Итак, три основных размера в одном здании выражаются тремя разными видами саженей. Ранее почти все исследователи древнерусской метрологии отмечали обилие различных видов саженей, но не предполагалось одновременное их применение в одном сооружении. Представлялось непонятным производить измерения несколькими видами саженей. Впервые Б. А. Рыбаков четко сформулировал казавшееся невероятным положение об одновременном применении в одном сооружении нескольких видов саженей. Ниже мы убедимся, что установленный им принцип является обязательным. Применяя лишь один вид саженей, древнерусский зодчий построить сооружение не мог, он столкнулся бы со сложными дробями и без ЭВМ не справился бы с вычислениями. Несколько саженей и соподчиненных им единиц сводили почти все размеры к целым завершенным, легко запоминаемым и символически осмысленным числовым выражениям.

Итак, по 12 саженей, но разных.

Сажень 176 см. Главным размером, как показывает наш опыт, является длина сооружения. И, действительно, 12 саженей по 176 см составляют размер 21,1 м, который Ф. И. Петрушевский называет среди древних мер Вавилона, Персии и Мидии «снуром персов». Говорить о заимствовании данной меры от персов, по-видимому, не следует, в чем далее мы убедимся. Но совпадение примечательно. Половина такого размера - 10,55 м, равных 6 саженям по 176 см, − также характерная и частоупотребимая величина. Мы встречаем ее, например, в первом этаже Воскресенской церкви в Крутицах, где помещалась казна. Это длина помещения казны. Система величин, базирующихся на сажени 176, довольно развита. Ряд ее наименований - «народная», «лавочная», «мерная» − передает и ее происхождение. Она воспроизводилась размахом рук человека среднего и выше среднего роста, т. е. наиболее распространенной антропометрической категорией людей.

Укажем еще на серию характерных размеров, связанных с этой саженью: 28,17 м = 16 саженей; половинный размер − 14,08 м = 8 саженей и 7,04 м = 4 сажени.

Размер 28,17 м мы встречаем, например, в хорошо известных всем нам сооружениях: высота восьмерика церкви Вознесения в с. Коломенском, от уровня чистого пола до наружного карниза, и высота стен круглого помещения Воскресенского собора Ново-Иерусалимского монастыря − также от уровня чистого пола до наружного карниза (напомним, что и высоты их шатров равны).

Сажень 142,4 см. Эта сажень не менее популярна в строительной практике; по своей конструкции она представляет собой двухаршиннуо меру. П.Г. Бутков определил, что именно о ней идет речь в надписи на Тмутараканском камне. *«В лето 6576 (1068 г.) индикта 6 Глеб князь мерил море по льду от Тмутаракана до Керчева 10000 и 4000 сажен».* Пролив этот П.Г. Бутков со ссылками на другие источники называет в 18⅔ версты и отсюда определяет размер сажени. Пересчитав на наши меры, можем найти, что сажень равнялась:

18⅔ х 1,0668 = 19,9 км,

1 990 000 : 14 000 = 142,2 см.

В последующем ряд исследователей древнерусской метрологии не соглашались с П. Бутковым (Д.И. Прозоровский, Б.А. Рыбаков). Имелись также и другие толкования надписи.

Разными исследователями сажень 142 см как опровергалась, так и подтверждалась.

Существует мнение, что 142 см сажень является одной из первоначальных мер. Впервые она и само слово «сажень» упомянуты в летописном рассказе 1051 г. об отшельнике Иларионе, который «Ископа печерку малу двусажену и моляшеся ту бу втайне», т. е. выкопал себе пещерку в две *«малых»* сажени. Г.Я. Романова считает, что слово «сажень» происходит от «сяг» (например, тот же корень в слове «досягать»), от видоизмененного «шаг». «Именно эта мера (сажень, равная удвоенному шагу) применялась князем Глебом при измерении ширины Керченского пролива в 1068 г.» Сажень в 142,4 см согласуется также и с антропометрией, о чем специально скажем в следующих разделах.

Сажень 150,8 см. В метрологических исследованиях сажень размером 150-152 см вдруг вновь встречается, будучи вычисленной, по той же надписи на Тмутараканском камне и тому же проливу, о которых только что шла речь. Б.А. Рыбаков, основываясь на сочинении византийского императора Багрянородного, называет ширину Керченского пролива в 18 миль и переводит их со ссылкой на того же Буткова в 21199 м. Тогда искомая величина сажени оказывается 2119900: 14000 = 151,4 см.

Другое упоминание там же со ссылкой на Никоновскую летопись о замерах Игнатием Смолянином в 1389 г. в Царьграде окон Софийского собора. Размер назван 2 сажени; современный промер показывает 3 м, откуда сажень приравнивается к 150 см.

Против этого возражает Г.Я. Романова и указывает, что в Никоновскую летопись текст попал с сокращением. В собственном тексте «Хождения» сказано: «Ходихом верху церкве святыа Софиа и видех 40 окон шииных и мерих окно с столпом 2 сажени без дву пядей». В Никоновской летописи не упомянуты еще 2 пяди, которые следовало вычесть. Сажень Игнатия Смолянина получается, как считает Романова, примерно 176 см. Б. Рыбаков дает для сажени размером 150-152 см наименование «простая», которое мы далее будем употреблять. Г.Я. Романова подтверждает наличие такого наименования.

В подтверждение функционирования сажени 150-152 см сошлемся на источник XVII в., на выполненный в XVII в. обмерный чертеж Троицкого собора в Пскове. Обмер был составлен по зданию, которое простояло уже 300 лет с момента его возведения в XV в. на фундаментах XII в.

После обмера здание было разобрано по причине ветхости и на прежних фундаментах поставлено новое, существующее в настоящее время. Таким образом, помещения сохраняют в основном свои первоначальные размеры, хотя и обрели новые стены. Указанные на чертеже сажени могут быть, поэтому соразмерены с размерами в натуре и приближенно определены их величины.

В таких случаях следует пользоваться наиболее протяженными участками здания. Обычно берется полная внутренняя длина с целью уменьшения возможных расхождений за счет изменения при последующих перестройках толщин стен.

Согласно записям на чертеже, полная внутренняя длина равна 10½ сажени. По современным замерам, это 31,8 м. Откуда размер сажени: 31,8 : 10,5 = 3,03 м = 2 х 151,5 см.

Сажень, которой производился обмер, слагалась, как видим, из двух простых.

Чертеж противоречит на первый взгляд принципу Б.А. Рыбакова об обязательном присутствии в сооружениях нескольких видов саженей; обмер выполнен лишь одним видом сажени. Правда, в нескольких случаях упоминается еще и аршин, не относящийся к системе сдвоенной простой сажени, но, в общем, сажень употреблена лишь одного вида.

Противоречия, однако, нет. Обмерный чертеж - это не творческие разработки зодчего. Обмер выполняется работниками своего рода «инвентаризационного бюро». Обмерные чертежи всегда содержат один вид саженей, потому что так удобно мерить. Обмеряльщик никогда и никаким образом не сможет догадаться, какие сажени, сколько их и где применил их зодчий. Характерная особенность обмерных чертежей, если они добросовестно исполнены, − наличие дробных величин. Зодчий же обычно мыслил целыми величинами, как это было показано на примере Пятницкой церкви в Новгороде.

Поэтому, вопреки распространенному мнению некоторых исследователей древнерусской архитектуры и метрологии, старинные обмерные чертежи не представляют столь большого интереса для раскрытия «кухни» и методики работы древнерусского зодчего. Даже проектные чертежи, как мы видели выше, не раскрывают этой кухни; она составляет собой как бы рабочую стадию проектирования, выполняемую зодчим и ведущими мастерами в процессе строительства, и строго ограничивается этим кругом лиц. Иногда лишь частичные сведения сообщаются еще и заказчику. В основном все это относится к профессиональным секретам зодчего и мастеров. Поэтому искать готовые ответы на творческие проработки зодчего в письменных источниках или обмерах бесполезно.

Для понимания творческих замыслов зодчего сажени, указанные на обмерных чертежах, в том числе и древние сажени, нуждаются в пересчете их на систему тех саженей, которыми мыслил древнерусский зодчий.

Среди саженей зодчего может оказаться и сажень исполнителя обмеров, так как последний ее брал из того же действовавшего в древности состава саженей. В нашем примере дробное значение длины здания в 10,5 саженей показывает, что замысел зодчего строился на других саженях. Но не любое дробное число являлось неприемлемым; некоторые из них понимались как целые и завершенные, о чем будет свидетельствовать нижеследующий пример, где также мы покажем любопытные приемы пропорционирования на группе сходных зданий, хотя и разобщенных территориально одно от другого.

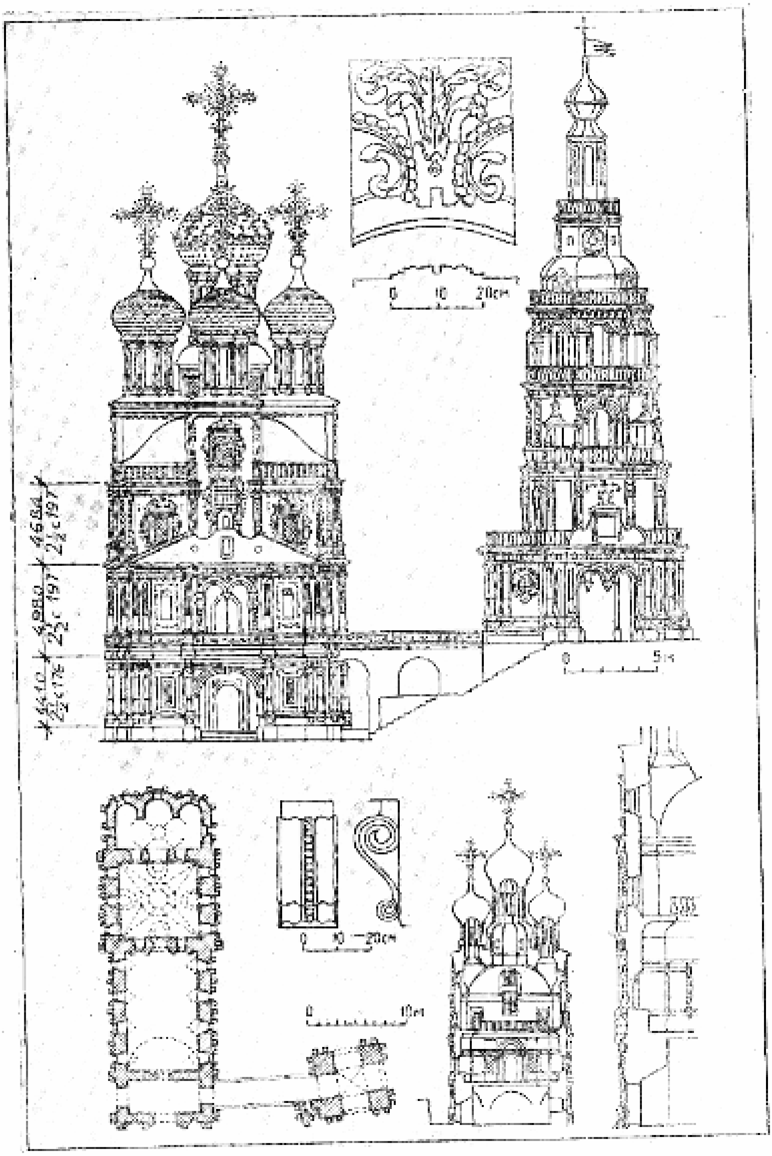


Рис. 2. Рождественская церковь в Горьком. Рубеж XVII—XVIII вв.
Анализ размеров

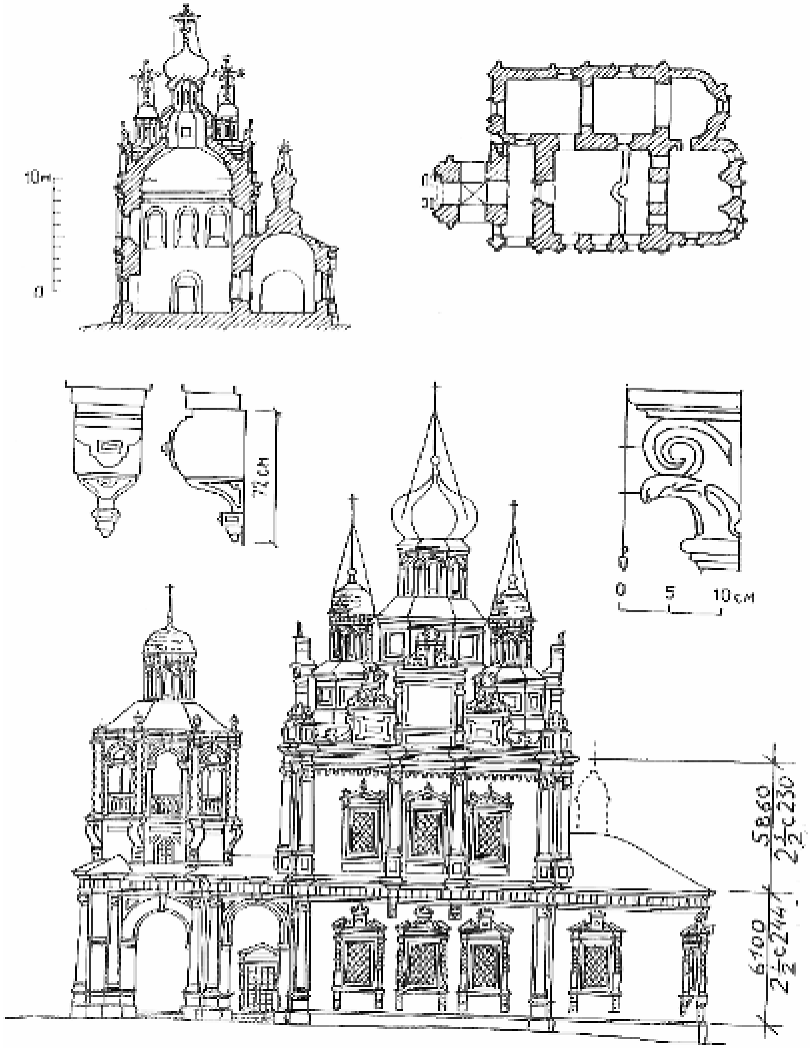


Рис. 3. Смоленская церковь в бывшей Гордеевке в Горьком. Рубеж XVII—XVIII вв.

Анализ размеров

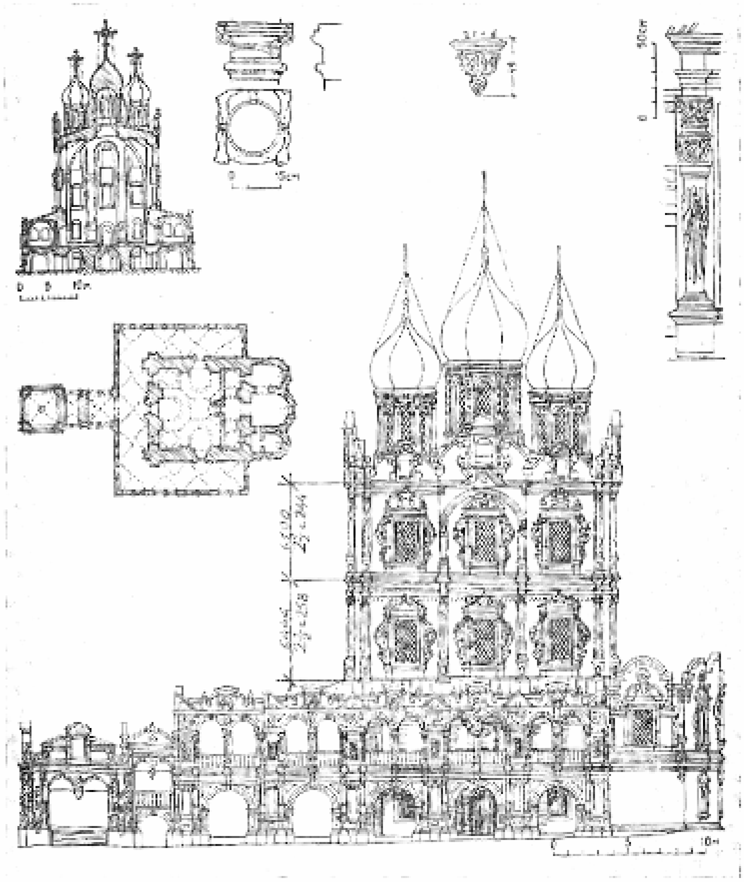


Рис. 4. Введенский собор в Сольвычегодске. Рубеж XVII–XVIII вв.
Анализ размеров

Характерные размеры группы сходных зданий

Строгановские постройки обычно рассматриваются как группа сходных сооружений. Они относятся к рубежу XVII-XVIII вв. и впечатляют нас виртуозностью и совершенством своих белокаменных деталей, мастерски сочетающихся с красной кирпичной кладкой. С рассматриваемой нами точки зрения в них достигнуто также мастерство взаимного соразмерения работ двух строительных специальностей − каменщиков и белокаменщиков. Предстает весьма занятная картина при изучении размеров их белокаменного декора.

Наиболее известной среди Строгановских построек является Рождественская церковь в Горьком (рис. 2).

Она эффектно расположена и изящно вписана в панораму города, согласуясь с видом на волжские просторы. На фасаде у нее три яруса белокаменного ордерного декора. Высота I яруса − 441 см; II яруса − 498 см; III яруса − 468 см. В сантиметрах эти размеры ничего нам не говорят; в древнерусских же мерах ярусы соответственно составляют:

I − 2½ сажени народных по 176 см; II − 2½ сажени царских по 197,4 см; III − 2½ сажени церковных по 186,4 см.

Везде по 2½ сажени, но разных видов. Их последовательность идет по направлению снизу вверх − народные − царские − церковные. Это весьма характерно, и, по-видимому, здесь ключ к архитектурным пропорциям. Расположения в обратном порядке нам не встречалось.

Смоленская церковь в Гордеевке имеет два таких яруса (рис. 3). Высота I яруса − 610 см, II яруса − 586 см. В пересчете на древнерусские меры они предстанут в таком виде:

I − 2½ сажени великих по 244 см;

II − 2½ сажени греческих по 230,4 см (с незначительными отклонениями).

Введенский собор в Сольвычегодске (рис. 4), первоначальная строгановская постройка, он также имеет два яруса ордерного декора. Высота ордера: I − 644 см, II − 610 см.

Второй ярус точно такой же по высоте, как первый в смоленской церкви − 610 см, и, следовательно, он также имеет 2½ сажени великих по 244 см. Первый же ярус в сольвычегодской церкви оказывается в величинах, не известных нам по метрологичесним источникам. Но нам эта величина хорошо знакома по памятникам древнерусской архитектуры. Ее среднерасчетное значение 258,4 см. Наименования ее мы не знаем. В I ярусе оказывается равной 2½ единицы этой величины, что отвечает общему строю размеров группы церквей.

Носила ли вообще величина 258,4 см наименование сажени? По сравнению с великой саженью (244 см) она является «сверхсаженью», но, если учесть наличие сдвоенных саженей, какие, например, значатся в обмерном чертеже Троицкого собора в Пскове и превышают 3 м, она не столь уж грандиозна.

И, наконец, Казанская церковь в Устюжне *(рис. 5)*. Как и в предыдущих постройках, в ней два ордерных яруса. Высота I яруса − 640 см, II яруса − 713 см. В первом ярусе вновь та же сверхсажень 258 см, что в сольвычегодской церкви, и вновь в количестве 2½. Второй ярус оказывается равным 2½ саженям, повторенным дважды, т.е. можно считать его равным 5 малым саженям по 142,4 см. Сдвоенные сажени к тому же могли носить и собственные наименования. Сажень близкого размера - 288 см, − указывает Г.Я. Романова, носила название «городовой» сажени. Поэтому второй ярус, возможно, пред-

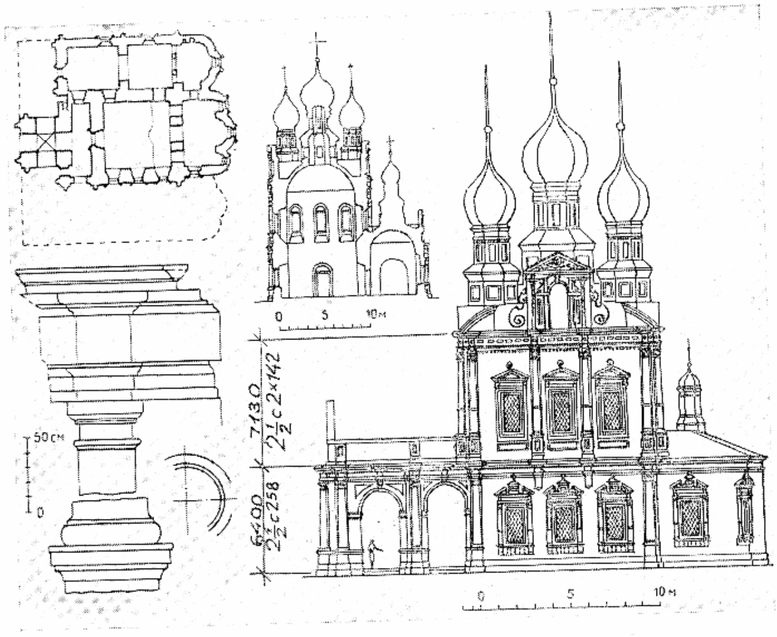


Рис. 5. Казанская церковь в Устюжне. Рубеж XVII—XVIII вв.
Анализ размеров

ставляет собой 2½ сажени городовых по 284,8 см.

Таким образом, в белокаменном ордерном декоре (рис. 6) в строгановских постройках использована почти полная гамма древнерусских саженей в единой числовой структуре − 2½. Сооружения относятся к одному периоду, хотя и несколько расходятся во времени постройки, к одной школе и сходны между собой по принципам пропорционирования; территориально они значительно разобщены.

Помимо перечисленных саженей и соподчиненных им единиц, существовали еще и другие величины, применявшиеся древнерусскими зодчими в пропорционировании произведений архитектуры.

Сажень 217,6 см. Ряд башен Коломенского кремля − Вознесенская, Ямская, Грановитая − указываются размером 17,4 м, что пересчитывается в старинные русские меры как 8 саженей по 217,6 см. Примерно таких же размеров оказывается сажень, показанная на линейном масштабе плана Москвы 1737 г. Это первая инструментальная съемка Москвы, выполнявшаяся главным архитектором города Мичуриным. Нами было произведено соразмерение линейного масштаба мичуринского чертежа с современным планом города. Брались характерные опорные объекты с различным взаимным удалением. Значение сажени колебалось в пределах 216 – 219 см.

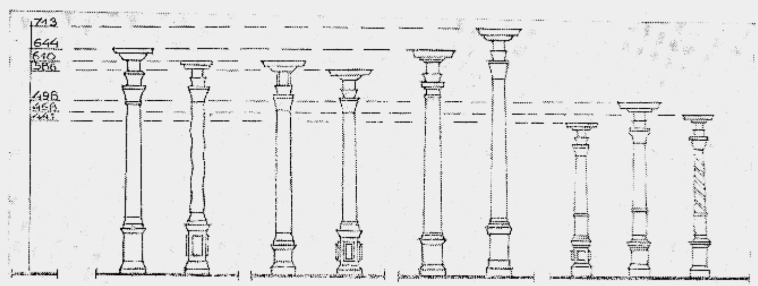


Рис. 6. Строгоновские постройки. Рубеж XVII—XVIII вв.
Анализ размеров основных элементов ордера

Для близкой по значению сажени – 216 см – Б.А. Рыбаков указывает наименование «казенной». Мы применяем его для величины с нашим среднерасчетным значением 217,6 см (что, кстати, не превышает допускаемых отклонений).

Надо сказать, что казенная сажень употреблялась древнерусскими зодчими в пропорционировании произведений архитектуры меньше других. В последующем казенная сажень была приравнена к английским 7 футам и обрела размер 213,36 см, ставший главенствующим в архитектуре XIX в.

В произведениях древнерусской архитектуры встречаются еще величины со среднерасчетными значениями - 134,5, 159,7 и др. Их названия (если только они были) пока не установлены. Условно мы именуем их «кладочными», так как они входят в состав размеров, хорошо согласующихся с габаритами кирпичной кладки в простенках и столбах.

Следует заметить, что, в отличие от современного кирпича, старинный, большеформатный (30 х 15 см) не был связан жесткими размерами с величиной простенков (для современного, например, требуются размеры 61-64-77-90-103-116-129 см и т.д.). Старинная кладка принимала любые размеры, так как шов не имел постоянной толщины. Но все же и для нее существовали как более, так и менее рациональные габариты простенков. Более подходящим был ряд следующих саженей, полусаженей и величин (в среднерасчетных значениях): 108,8 −115,2 − 122 − 134,5 −142,4 −150,8 −159,7.

Между величинами ряда разница около 7−8 см, примерно такая же, как между кирпичом полной длины (30 см) и его «трехчетверкой» − 3/4 частью кирпича (23 см), обрубавшейся для перевязки швов и обычно помещаемой по углам.

Мы невольно задаемся вопросом: в чем причина, и какие внутренние силы побуждали зодчих на протяжении многих веков пользоваться одними и теми же величинами, строить части и детали сооружений в одних и тех же размерах?

Иногда по поводу методики размерения зданий высказывается уже упоминавшееся нами мнение о якобы изображении на земле схемы абстрактных геометрических фигур, последующем перенесении размеров с помощью циркульных дуг в каком-то закодированном порядке в третье измерение и получении таким путем размеров на фасадах и разрезах архитектуры. Предшествующий рассмотренный нами материал не подтверждает таких предположений.

Какова должна быть циркульная засечка, чтобы высоту восьмерика из с. Коломенского перенести в Новый Иерусалим?

Если функционируют постоянно употребимые величины, то не нужны дуги для их переноса.

Возникает иной вопрос: не в том дело, каким путем размеры попадали в третье измерение, по-видимому, не сложнее, чем в первое и второе, но почему столь устойчивыми они оказались в четвертом измерении − во времени? Какова причина длительного функционирования системы размеров? Если на протяжении многих веков она способствовала созданию прекрасных произведений древнерусской архитектуры, то в чем конкретно состояла эффективность ее воздействий?

Числовые системы пропорционирования произведений архитектуры

Среди современных методов проектирования и пропорционирования зданий существует тенденция к применению определенных числовых систем, бл агодаря чему происходит упрощение процессов проектирования и достигаются большее единство и целостность решений. Вводятся различные «модули», стандартизируются с е т к и к о л о н н (6 −12 − 24 − 36 м), производится упорядочение размеров балок, плит и т.д. Существуют специальные госты. В результате в структуре здания создаются четкие повторяющиеся ритмы, сокращается число типоразмеров элементов, упрощается строительство.

На протяжении многовековой истории древнерусской архитектуры мы встречаем однотипные габариты и размеры злементов, деталей, помещений. Была ли и ранее какая-либо модульная или какая-то иная система, которая благоприятствовала определенным качествам древнерусской архитектуры? Существование единой стройной системы пропорционирования представляется невероятным, но вопрос этот не подвергался всестороннему рассмотрению.

Б.А. Рыбаков систему древнерусских мер представил как единую целостную систему с определенными закономерностями и характерными особенностями.

Связывая систему древнерусских мер с потребностями архитектуры, Б.А. Рыбаков показал геометрический характер взаимозависимостей некоторых мерных величин. В частности, в них слагались соотношения сторон и диагоналей квадратов. Графически мерные величины могли изображаться системой вписанных один в другой квадратов.

Такая система мер позволяла объяснить для культовых зданий домонгольского периода некоторые разбивочные операции, построение прямых углов, нахождение ряда размеров в наиболее сложной подкупольной части сооружения и по основным его осям. На примере Успенской церкви Елецкого монастыря в Чернигове была показана такого рода разбивка.

Однако сооружения последующих периодов − XV − XVI вв. и, особенно, XVII в. − с их развитыми многообразными формами, с целыми каскадами пышных белокаменных деталей, с виртуозными, льющимися, подобно музыке, изгибами линий не могли, естественно, обслуживаться системой величин, привязанных к несложной схеме нескольких квадратов. Системам пропорционирования вообще свойственно отражение более общих закономерностей, и они не объясняются какой-либо схемой здания, тем более упрощенной.

В этот период, по-видимому, в мерах возникли новые или несколько изменились некоторые прежние отношения.

Различные системы, предназначенные для пропорционирования и ускорения архитектурного проектирования, создаются вплоть до настоящего времени; не было препятствий к их функционированию и в прошлом; некоторые из современных находят себе преемственные прообразы в прошлых, несмотря на кардинальные изменения, произошедшие в современной архитектуре. Укажем, например, на разработки выдающегося французского архитектора Корбюзье. Его система пропорционирования, так называемый «модулор» (в которой, кстати, также делаются попытки увязки с системой мер), при относительно небольшом составе величин способствует достижению в архитектуре эстетически совершенных пропорций, обеспечивает многовариантность компоновок и соразмерение получаемых габаритов с человеком. Величины системы разработаны на основе модели человека. Система Корбюзье обобщила некоторый опыт современной и прошлой западноевропейской архитектуры и архитектурной математики.

Однако следует начать с работы знаменитого итальянского математика Леонардо Пизанского (Фибоначчи). В XIII в. он опубликовал числовой ряд, вошедший впоследствии в различные системы пропорционирования.

Этот числовой ряд называется его именем и имеет следующий вид:

1−2−3−5−8−13−21−34−55−89−144−233−377 …

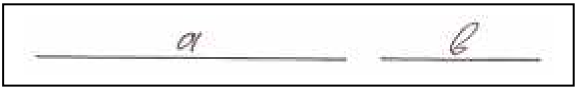
Каждый последующий член ряда равен сумме двух предыдущих:

1+2 = 3, 3 + 5 = 8, 8 +13 = 21...

А отношение двух соседних приближается к величине золотого сечения (Φ = 1,618...) особенно по мере увеличения порядковых номеров членов ряда:

5:3 = 1,666; 13 : 8 = 1,625; 34 : 21 = 1,619; 144 : 89 = 1,618...

Золотое сечение известно в архитектуре и изобразительном искусстве с античных времен (возможно, употреблялось и ранее). Наименование «золотое» принадлежит Леонардо да Винчи. Пропорции и отношения, построенные на золотом сечении, обладают исключительно высокими эстетическими качествами. Оно свойственно объектам живой природы − растениям, раковинам, различным живым организмам, включая самого человека.



Золотое сечение (его условное обозначение *Ф*) устанавливает наивысшую соразмерность между целым и частями. Возьмем отрезок и разделим его так, чтобы весь отрезок ($a + b$) относился к большей части (a), как большая часть (a) − к меньшей (b), т. е.

$(a+b) / a = a / b$.

Тогда найденное после решения квадратного уравнения отношение a / b будет равно величине золотого сечения, выражаемого бесконечной дробью: $a/b = Ф = 1{,}618034...$

Соразмерность частей и целого − необходимое условие любого произведения искусства. Лучшие произведения архитектуры всех времен и народов всегда строились соразмерными во всех своих частях, использовали золотое сечение и производные от него функции.

Последовательное деление в золотом отношении может быть продолжено, можно получить ряд величин, подобно ряду чисел Фибоначчи, но, в отличие от него, помимо возрастания, еще и в убывающую сторону.

В восходящую сторону:

1 −1,618... −2,618... −4,236... − 6,854... −11,090...

В нисходящую сторону:

1 −0,618... −0,382... −0,236... − 0,146... −0,090...

Эти ряды называются золотыми геометрическими прогрессиями. Знаменателем прогрессии является величина золотого сечения (знаменателем называется число, на которое умножается предыдущий член для получения последующего). В возрастающей прогрессии − знаменатель 1,618...; в убывающей −1⁄1,618 = 0,618…

Золотые прогрессии - единственные из всех геометрических прогрессий, где последующий член ряда может получаться так же, как и в ряду Фибоначчи, еще и сложением двух предыдущих членов (или вычитанием для убывающей). В отличие от чисел ряда Фибоначчи члены золотой геометрической прогрессии − бесконечные дроби (иногда исключением, как в данном случае, может быть лишь исходный =1).

Итак, несоизмеримые отрезки золотого сечения устанавливают наивысшую соразмерность частей и целого. В ряду Фибоначчи они возникают по мере удаления, когда отношения все более приближаются к золотому сечению.

Характерно и еще одно свойство, общее для рядов Фибоначчи и золотого сечения. Числам этих рядов свойственна многовариантная слагаемость с получением результирующего в их же системе:

3 + 5 = 8,

3 + 5 +13 = 21,

3 + 5 +13 + 34 = 55,

3 + 5 + 5 = 13;   3 + 5 + 5 + 8 = 21 и т. д.

Следует обратить особое внимание на эти комбинаторные свойства чисел ряда. Понимая под комбинаторной ветвь математики, исследующую комбинации и перестановки предметов, мы хотели бы подчеркнуть, что именно благодаря указанной взаимной соразмерности и сопоставимости величин ряда Фибоначчи обеспечивается возможность получения многообразных компоновок. Если размеры некоторого ограниченного количества элементов принять в величинах ряда Фибоначчи, то становится возможным образование из них более крупных габаритов и форм, взаимно соразмеренных и композиционно совместимых как между собой, так и в своих частях. Величины ряда Фибоначчи способствуют получению весьма интересных и многовариантных компоновочных решений.

Видимо, поэтому живая природа в своих построениях и компоновках часто прибегает к отношениям золотого сечения и величинам этих рядов.

Модулор Корбюзье как математическая система построен на двух рядах Фибоначчи (Корбюзье условно назвал их «линиями» − красной и голубой), взаимно соотносящихся между собой путем удвоения. Продолжая начатый пример, покажем схему комбинаторики модулора Корбюзье. Добавим еще ряд удвоенных величин с сохранением условных наименований рядов:

красная линия: 3−5−8−13−21−34−55...;

голубая линия: 4−6−10−16−26−42−68 ...

В каждом из рядов существует слагаемость величин, о которой говорилось выше, но, помимо нее, происходит еще и совместная слагаемость величин обоих рядов. Многочисленные варианты сложения можно разбить, например, на такие группы:

1) красные величины в сумме дают голубую: 3 + 5 + 13 + 21 = 42,

2) красные и голубые в сумме дают красную: 3 + 10 + 42 = 55,

3) красные и голубые в сумме дают голубую: 3 + 5 + 8 + 26 = 42,

4) красные и голубые, взятые по несколько раз, в сумме дают голубую:

2 х 5 + 2 х 16 = 42,

5) то же, но красную: 1 х 4 + 2 х 6 + 3 х 13 = 55 и т.д.

Этим далеко не исчерпываются возможные варианты. Количество величин в системе хотя и удвоилось, но комбинаторика возросла многократно как в абсолютном значении, так и в относительном (в расчете количества вариантов на 1 величину).

Небольшое количество величин позволило получать весьма много разнообразных компоновок.

Построив с использованием модулора всемирно известный дом в Марселе, Корбюзье писал: «Я дал задание проектировщикам мастерской составить номенклатуру всех использованных в здании размерных величин. Оказалось, что пятнадцати размерных величин было вполне достаточно. Всего пятнадцать!». Это весьма и весьма показательно. Правда, в названном количестве не учтены, видимо, суммарные, дробные и другие виды размеров; а лишь модулорные, но и они дают представление о высоких возможностях комбинирования с помощью системы «модулор».

Все величины модулора были увязаны с моделью человека. За исходные параметры модели Корбюзье принял рост, равный 6 футов = 183 см, и размер в положении с поднятой рукой = 226 см. От исходных величин по математическим закономерностям чисел Фибоначчи Корбюзье вычислил все остальные и получил в сантиметрах:

красная линия: 16−27−43−70−113−183 ...

голубая линия: 20−33−53−86−140−226 ...

На рисунках, выполненных Корбюзье, показывалось, как эти величины согласуются с размерами и положениями тела человека. За создание системы «модулор» Корбюзье получил патент и всемирное признание.

Укажем на некоторые распространенные виды пропорций, которые строятся величинами модулора:

$\Phi = 1{,}618 \ldots\ 2/\Phi = 1{,}236 \ldots\ \Phi^2/2 = 1{,}309 \ldots\ 2/\Phi^2 = 0{,}472 \ldots$

Последнее отношение представляет собой одну из так называемых «функций Жолтовского».

И.В. Жолтовскому, выдающемуся зодчему современности, назначенному еще в первые годы Советской власти при В.И. Ленине главным архитектором Москвы, принадлежит научное обоснование и практическое внедрение в современную практику эстетически наиболее ценных и изысканных пропорций в архитектуре, производных от золотого сечения. Он выявил их, исследуя лучшие произведения античности и ренессанса, точно рассчитал и применял в современной архитектуре. В частности, И.В. Жолтовский при анализе пропорции Парфенона в отношениях между диаметром колонны и интерколумнием, между высотой антаблемента и фронтона указывает отношение, составляющее в числовом выражении 528 : 472. Чтобы получить малый отрезок, характеризующий это отношение, Жолтовский в убывающем ряде золотой геометрической прогрессии берет значение третьего порядка − 0,236, удваивает его и получает 0,472. Вычитание этой величины из единицы дает 0,528. Отношение 528 : 472 было названо «функцией Жолтовского».

Учитывая, что в древнерусской архитектуре встречается очень много отношений, как по функции Жолтовского, так и по отдельным ее составляющим, мы ввели в целях удобства изложения материала, следующие условные наименования, которыми ниже будем пользоваться:

0,472 − первая составляющая функции Жолтовского, или сокращенно − первая функция Жолтовского с условным обозначением $F\text{ж}_1$

0,528 − вторая составляющая функции Жолтовского, или сокращенно − вторая функция Жолтовского с условным обозначением $F\text{ж}_2$.

0,528 : 0,472 = 1,118 ...− основная функция Жолтовского, или функция Жолтовского с условным обозначением $F\text{ж}$.

Корбюзье успешно использовал функции Жолтовского в своем марсельском доме. Перед началом строительства дома был заложен символический камень шириной 86 см и длиной 183 см. «Этот крупный камень, − писал Корбюзье, − действительно, обладает изяществом, и он послужил для прославления модулора...».

В соотношении размеров камня 86 : 183 = 0,472 ... мы узнаем первую функцию Жолтовского, благодаря чему и возникло изящество, о котором упомянул Корбюзье.

Размеры камня (86 и 183 см) брались по величинам модулора. Но в модулоре строились не все функции Жолтовского; получалась главным образом лишь первая (0,472); вторая − воспроизводилась сложным путем, и практически не возникала и основная функция. То же самое относится и к ряду других ценных в архитектурном отношении пропорций.

Таким образом, обладая в качестве системы пропорционирования многими полезными качествами, модулор все же не создал возможностей для построения полной гаммы лучших архитектурных пропорций.

Упомянем еще об одном весьма существенном недостатке модулора, пожалуй, принципиальном его недостатке. В своей основе система величин имеет одну модель человека. Только одного человека. Сразу же при разработке величин возникал вопрос, какого человека взять за образец, и, по-видимому, как само собой разумеющееся брался средний или выше среднего человек. В первом варианте модулора он был ростом 175 см, а в положении с поднятой рукой имел размер 216 см. От этих исходных величин и были подсчитаны все остальные.

Обычно средний человек мыслится более характерным и эталонным. Но последующие исследования в специальных областях, связанных с проектированием оборудования и помещений со строго регламентированными условиями пребывания в них людей, показали, что подобные положения являются неправильными.

«Создание машины в расчете на „среднего человека" является серьезной ошибкой. Если машина спроектирована на основании данных величин, соответствующих 50-му перцинтилю любой группы людей (т. е. средним значениям − *А.П.)*, то ею смогут нормально управлять только 50% людей из этой группы. Например, 50% операторов более низкого роста будут не в состоянии дотянуться до органов управления. Следующая ошибка концепции „среднего человека" в том, что она игнорирует вариативность людей. Только у небольшого количества людей размеры могут быть средними во всех отношениях...». Далее в упомянутом труде следует вывод о необходимости проектирования не на среднего человека, а на определенный размерностный диапазон людей и дается методика такого проектирования. Действительно, женщины, например, всегда меньше ростом и, если все делать по высокому или среднему человеку, для них многое в интерьере жилого помещения, на кухне и т.д. окажется недосягаемым и неудобным.

По-видимому, Корбюзье именно в этом ощущал недостатки своей системы, когда неоднократно менял модели людей. За первым следовал второй вариант модулора, с моделью человека ростом 183 см и размером в положении с поднятой рукой − 226 см Были и еще варианты. Все они существовали независимо один от другого, но целостной системы, в которой присутствовал бы необходимый диапазон моделей людей, у него не получилось.

Древнерусский «всемер»

Рассмотрим более развитый вариант системы величин пропорционирования, дополнив двухрядную модулорную схему новыми рядами Фибоначчи:

48										
24	40									
12	20	32	52							
6	10	16	26	42						
3	5	8	13	21	34	55				
1,5	2,5	4	6,5	10,5	17	27,5	44,5			
0,75	1,25	2	3,25	5,25	8,5	13,75	22,25	36	58,25	и т.д.

Все горизонтальные линии являются здесь, рядами Фибоначчи (в средней части − третий и четвертый снизу − знакомые нам ряды схемы модулора). Во вновь дополненных рядах, так же как и в прежних, сумма двух предыдущих членов равна последующему, а отношение двух соседних приближается к величине золотого сечения (тем больше, чем дальше от начала ряда). По вертикальным направлениям мы продолжили структуру удвоения величин (вверх) и половинных значений (вниз); поэтому отношение по вертикали составляют 1 : 2 : 4: 8 ... .

В этой схеме каждый из горизонтальных рядов обладает комбинаторикой одиночного ряда Фибоначчи; каждая пара рядов комбинаторикой модулора Корбюзье, а весь комплекс величин − еще более высокими комбинаторными свойствами. Взаимозависимости между величинами распространяются теперь на все их поле. Любую из величин можно получить множеством различных вариантов и комбинаций. Приводить все варианты мы, разумеется, не в состоянии, столь их много; покажем лишь на одном из примеров возможное получение одной и той же величины слагаемыми разных рядов:

3 + 52 = 55

10 + 13 + 32 = 55

4 + 5 + 13 + 16 + 17 = 55

2 x 3 + 2 x 6,5 + 2 x 8 + 2 x 10 = 55

Таким образом, рассмотренная нами схема обладает несравнимо более высокими комбинаторными свойствами, чем две предыдущие. Это обстоятельство является чрезвычайно важным для пропорционирования в архитектуре − одним из наиглавнейших. Однообразие, многообразие и возможность выбора зодчим желаемого варианта компоновки зависят, в конечном счете, от количества вариантов и их эстетического богатства или скудности. Именно по этой причине модулор Корбюзье оказался значительным шагом вперед − по сравнению с одиночным рядом Фибоначчи − и получил всеобщее признание. Рассмотренная же схема являет собой такой же, если не еще больший, шаг вперед по сравнению с модулором. Эта схема отображает систему величин, функционировавших у нас на Руси еще за пять-шесть веков до Корбюзье, а может быть и ранее. Подобно модулору, она была связана также с системой мер и обладала многими замечательными свойствами. Как системе пропорционирования, мы дали ей условное наименование древнерусский «всемер», которое, по нашему мнению, должно отражать ее всеобъемлющий характер − функционирование в архитектуре и в обычных мерных операциях.

Покажем присутствие в ней всех древнерусских (рассчитанных нами) саженей, о которых мы ранее говорили.

Выпишем в один ряд величины, завершающие вертикальные столбцы схемы, в порядке слева направо:

48 40 32 52 42 34 55 44,5 36 58,25

Напомним далее рассмотренные нами древнерусские сажени и разместим их в следующем порядке:

217,6/49; 176/39,5; 142,4/32; 230,4/52; 186,4/42; 150,8/34; 244/55; 197,4/44,5; 159,7/36; 258,4/58,25

В верхнем ряду (в числители) даны размеры саженей в сантиметрах; в нижнем же (знаменателях) − размеры в вершках с округлением до 1/4 вершка (1 вершок = 4,445 см).

Выраженные в вершках размеры древнерусских саженей и их соподчиненные единицы совпадают с величинами только что рассмотренной схемы − обстоятельство, на котором мы специально остановимся ниже.

Отклонения происходят лишь в начале ряда, в двух первых членах. Несовпадения представляют собой типичные отклонения, свойственные отношениям начальных членов ряда Фибоначчи от золотого сечения. Далее все последующие величины совпадают. Более полно система древнерусских мер представлена на рис. 7. В ее основе лежит схема, о которой мы говорили. Несколько видоизменено расположение величин, и они даются в сантиметрах. Все отношения величин уточнены по золотому сечению, и поэтому отношения начальных членов столь же «золотые», как и последующих. Вверху даются размеры древнерусских саженей. Они являются основными и исходными. Под каждой из них расположены их половинные, четвертные, восьмые и т.д. доли, слагающие систему 1−2−4−8 ... . Каждая вертикаль представляет собой систему величин одной сажени особенность, на которую обратил внимание Б.А. Рыбаков: «Одним из существенных отличий русской народной метрологии от древнегреческой, римской или византийской и западноевропейской метрологии является принцип постепенного деления на 2, когда меньшие меры получаются путем деления большей на 2, на 4 и на 8 ... „Полусажень", „локоть", представляющий четвертую часть сажени, „четверть" или „четь", под которыми мы должны понимать четвертую часть полусажени („пядь"), − вот доли основной меры − сажени».

По диагональным направлениям снизу слева направо вверх величины образуют иные ряды. Эти ряды слагаются из мерных величин, относящихся к разным видам древнерусских саженей. Отношения строятся на золотом сечении, подобно величинам красной и голубой линий модулора Корбюзье. Диагональные ряды соотносятся между собой, как и линии, путем удвоения. Таким образом, каждая пара диагональных рядов представляет собой как бы модулор Корбюзье. Например:

20,78−32,62−54,4−88,02−142,4−230,4

16,81−27,2−44,01−71,21−115,2−186,4.

Здесь образуются удваивающиеся величины (расположены одна под другой), а смежные дают золотые отношения:

54,4 : 27,2 = 2; 44,01 : 27,2 = 1,618 ...

Мы могли бы даже назвать «цвет» линий: верхняя − голубая; нижняя − красная. Присутствует лишь новая модель человека. Ее рост 186,4 см; размер в положении с поднятой рукой − 230,4 см. Это высокий рост.

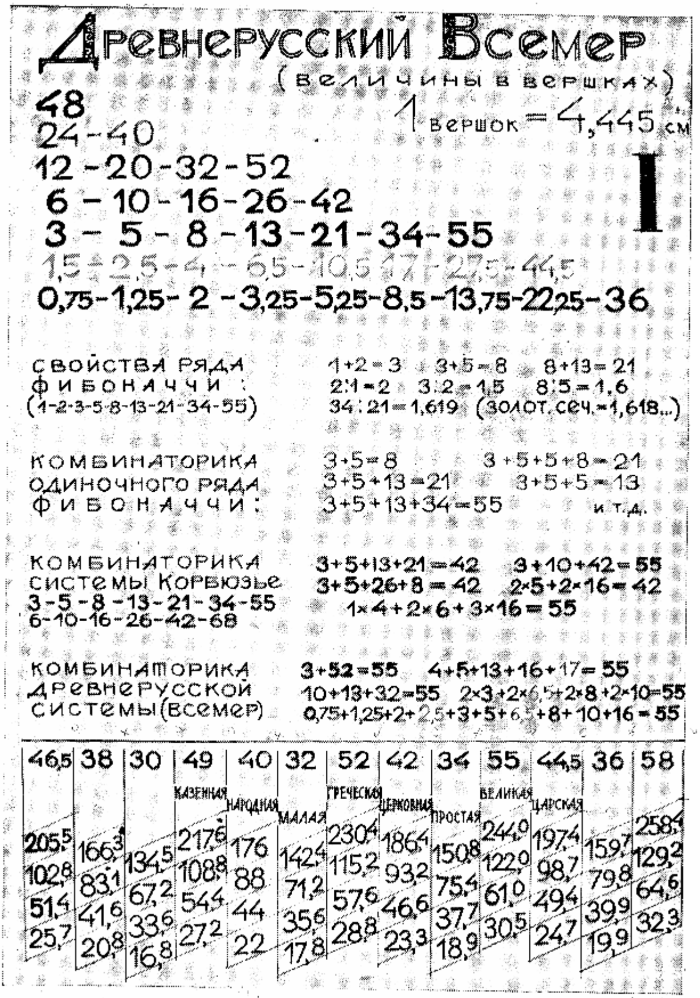


Рис. 7. Система древнерусских величин, применявшихся при строительстве зданий

Таблица величин древнерусского «всемера» содержит много диагональных пар, и, следовательно, могут быть названы и другие модели. Покажем их в общей структуре величин «всемера». В знаменателе дается рост; в числителе − размер в положении с поднятой рукой. Цифровые значения мы сопровождаем кратной словесной характеристикой роста с целью, передать наши общепонимаемые представления о различиях роста людей. Эти данные нам необходимы для последующего рассмотрения вопросов образности и масштабности в архитектуре, причем нашим требованиям будут удовлетворять даже весьма приближенные значения.

Согласуются ли сажени как единицы измерения с характером интерпретированных ими размеров − с ростом человека и с размером человека до верха поднятой руки? Согласуются ли при этом они с антропометрическими данными?

Очень маленький рост	Маленький рост	Ниже среднего	Средний рост	Выше среднего рост	Высокий рост	Очень высокий рост
$\frac{176{,}0}{142{,}4}$	$\frac{186{,}4}{150{,}8}$	$\frac{197{,}4}{159{,}7}$	$\frac{209{,}1}{166{,}3}$	$\frac{217{,}6}{176{,}0}$	$\frac{230{,}4}{186{,}4}$	$\frac{244{,}0}{197{,}4}$

Общеизвестно, что «маховые» сажени представляют собой размах рук, а он, в свою очередь, передает рост человека. Другой вид сажени - «косые», по своему определению являют собой размер человека от земли до конца пальцев максимально поднятой вверх руки.

Согласно антропометрическим измерениям, значения среднего роста, выше среднего и ниже среднего примерно совпадают. Средняя величина роста мужчины − 167,6 см. Граничные значения для 90% обследованных − 157,9 и 177,3 см. Значение величин «всемера» соответственно 166,3, 159,7 и 176 см. Остальные мы условно можем принять по характеру нарастания величин. Такое допущение не противоречит нашим требованиям получения лишь образных различий. Но нас интересуют больше люди в одежде, а не обнаженные, как их исследует антропометрия. Так, например (рост дается, включая обувь), среднее значение − 175,3 см; граничные значения для 95% обследованных − 163,9 и 187,5 см. Данные величин «всемера» − 176, 166,3 и 186,4 см. Для городских женщин среднее значение роста − 159,5 см. Граничные значения для 99% обследованных − 175,8 и 143,5 см. Значения «всемера» − 159,7, 176 и 142,4 см. Наибольший рост как граничное значение для 99% обследованных составляет в одежде 190,3 + 6,75 = 197,05 см. В величинах «всемера» значение очень большого роста передается величиной 197,4 см.

Что касается наименований и кратких характеристик роста, то специальными исследованиями наших образных понятий о росте человека на предмет их соответствия количественному значению антропометрических показателей мы не располагаем. Указанные нами характеристики и наименования роста могут считаться условными.

Обратим также внимание, что вопрос образного восприятия роста человека имеет свою историю. Некоторые выражения, связанные с понятием роста человека, в литературе даже XIX в. уже не воспринимаются нами так, как они воспринимались и понимались современниками. Без дополнительных пояснений смысл уже до нас не доходит. Например: «В нем, как в Петре Великом, 15 вершков роста» (Лесков. Несмертный Голован). В буквальном смысле можно понять, что рост Петра был 15 х 4,445 = 66,7 − карликовым. В обиходе для упрощения не называлась еще малая сажень 142 см (равная 32 вершкам), от которой велся отсчет. Подобно тому как, например, в нашем выражении «весной сорок третьего» означает весной 1943 г., а не весной 43 г. н. э. Поэтому рост был 142,3 + 66,7 = 209 см − баскетболистский, сверхвысокий.

Отметим здесь два момента. Характерно, что вершковая мера, как видно по ее названию, полагает наличие базовой величины, сверх которой (выше которой) она отсчитывается. Базовой величиной мог быть лишь минимальный рост, но не средний, так как небольшие роста выражались бы тогда в отрицательных числах. Минимальным ростом и была сажень, носившая название «малая» и она справедливо попадает в наш ряд на место минимального эталона роста. Второй момент − применение в обиходе вершковой меры для передачи характерных различий в размерах роста. Этот вопрос нас весьма интересует. Именно зрительное восприятие размеров роста человека, не инструментальное, а зрительное и образное. Архитектура строится на образных восприятиях. Одна форма больше, другая − меньше. Насколько надо сделать меньше, чтобы выглядело меньше? Допустим, мы имеем квадрат со стороной 100. Будет ли он восприниматься прямоугольником, если одну из сторон сделать 99? Или он будет казаться небрежно выполненным квадратом? Сколько следует отнять, чтобы он стал выглядеть прямоугольником с минимальным различием сторон?

Архитектура − антропоморфична, поэтому количественное содержание образных восприятий человека всегда интересовало зодчих и в системах пропорционирования должны были содержаться только нужные значения, а промежуточные и ненужные выбрасывались.

Размеры саженей, передающие рост человека (в вершках) :

32−34−36−38−40−42−44,5.

Здесь мы видим разгадку, объясняющую, почему абстрактные числа рядов Фибоначчи в схеме древнерусского «всемера» превратились в модели людей после придания им вершковой размерности. Это не было случайным совпадением. Вершок, как видим, является модулем зрительного различия человеческого роста, и поэтому с его помощью в литературе XIX в. слагались понятия о росте человека.

Все виды саженей и величин, упоминавшихся ранее, нашли свое место в системе моделей людей, кроме величин 258,4 и 134,5 см, присутствие которых в древнерусской архитектуре было показано на ряде примеров. Первая из величин превышает самую большую сажень, а вторая меньше самой малой. С помощью некоторых других саженей составим еще две модели − «больше самой большой» и «меньше самой малой»:258,4/209,1 и 166,3/134,5; необходимость наличия таких моделей в системе пропорционирования заключается, по-видимому, в следующем: любая вещь или предмет, контактирующий с человеком, обычно не равняется человеку, а выполняется либо больше, либо меньше человека. Дверной проем, спальное место − больше человека, а верхняя полка должна быть меньше человека с поднятой рукой, чтобы он мог дотянуться. Размер предмета, элемента сооружения выполняется практически на ступень больше или на ступень меньше модели соответствующего человека. Для максимальной и минимальной модели нужна, следовательно, еще ступень для выполнения размеров «человек плюс зазор» и «человек минус зазор», что мы и находим в величинах «всемера».

Древнерусское искусство пропорционирования

Мы остановимся на следующих вопросах:

соразмерение сооружений с человеком;

масштабность элементов сооружения по отношению к человеку;

реставрационные работы на основе исследования приемов древнерусского искусства пропорционирования.

Подытоживая ранее сказанное, мы приходим к следующим выводам: древнерусский зодчий при назначении основных формообразующих размеров сооружения, в выборе тех или иных видов саженей и при нахождении их количеств руководствовался определенной логикой. Именно этим вопросам он уделял весьма серьезное внимание, чем существенно отличался от современного зодчего.

В скульптуре, в размерах помещений, в толщинах кремлевских стен присутствовали, как мы показали во II разделе, сажени одного и того же вида и в количествах 2 − $2^1/_z$ − 6 − 12 ... единиц, т.е. предпочтительные количества. Выше было показано, что все сажени представляли собой основные параметры моделей людей. Зодчий, следовательно, мог мыслить саженью того или иного вида как образом соответствующего человека. В то же время величины, которыми он оперировал, обладали наивысшими комбинационными свойствами. Это также отвечало специфике архитектурного мышления древнерусского зодчего.

Воспользуемся прежними примерами и продолжим наше рассмотрение.

Познакомимся с размерами, которые избрал зодчий для палат митрополита в Крутицах. Общая суммарная длина основных помещений − 12 сажен церковных (22,32 м). Этот размер был исходным. Для палат самого митрополита зодчий избрал греческие сажени − в них выполнил спальню и столовую. Размер каждой из палат по фасаду 2 х 230,4 = 461 см, или по 2 греческих сажени. Помещение заместителей − 4 х 142,4 = 576 см. Сажени взяты уже малые и в количестве 4. Но поскольку на двоих, то на каждого получается также по 2 сажени. Вестибюль − 4 сажени − по l34 см (название саженей мы не знаем). Палата приемов − 3½ сажени церковных по 186,4 см *(см. рис. 8)*.

Рассмотрим несколько весьма характерных принципов пропорционирования, которые отчетливо выражены в данном решении.

1. Вид саженей в главных формообразующих размерах сооружения соответствует назначению сооружения − 12 церковных саженей. Церковные сажени − для церковной постройки.

2. Для разных по своему значению и положению в иерархической лестнице людей создаются помещения, размеренные соответственно разными видами саженей. Митрополиту греческими, по 230 см; заместителям − малыми, по 142,4 см.

3. Удвоенным числом саженей устанавливается соразмерение между человеком и помещением. Такое соразмерение мы называем масштабностью элементов сооружения по отношению к человеку. Следовательно, масштабность помещений равна 2. Подобное понимание масштабно-

сти для нас необычно. Но, так как древнерусский зодчий пользовался комплексом моделей людей, величина соразмерения форм архитектуры с человеком выражается в древнерусской архитектуре только с учетом параметров соответствующей модели и, следовательно, соответствующего вида саженей.

Перечисленным принципам отвечали все исследованные нами памятники архитектуры.

Возьмем, например, постройку патриарха Никона на Кий-острове – Крестовоздвиженский собор. Его длина − 22,37 м, что представляет собой 12 церковных саженей по 186,4 см; напомним длину церкви Параскевы Пятницы в Новгороде − 12 саженей по 176 см, называвшихся «народными» или «лавочными» − ее построили представители торгового сословия на Вечевой площади в послекняжеский период, в 1207 г. Георгиевский собор Юрьева монастыря в Новгороде наиболее ярко выраженное сооружение княжеского периода, имеет длину 10 великих саженей по 244 см и ширину 8 царских саженей по 197,4 см.

Виды саженей, как видим, строго соответствуют социальному положению заказчика. Пока мы не обнаружили ни одного исключения из этого правила, исследовав несколько десятков сооружений.

Принцип двухкратной сомасштабности помещений человеку также шел, по-видимому, от глубокой древности. Достаточно вспомнить печурку (пещерку), которую в XI в. отшельник; Илларион «ископа себе». Ее размер и вид саженей четко указаны: «малу дву сажен». В XIX в. архитектор Жилярди, автор усадьбы и парка в Кузьминках, рассчитал жилую площадь дома обслуживающего персонала па 14 семей, исходя из 2 саженей по фасаду на семью, что дало площадь в среднем 12 кв. саженей на семью (сажени в XIX в. были уже только одного вица: 1 сажень = 213,36 см).

Любопытно, что наша современная норма жилой площади на человека − 9 кв. м − представляет собой также 2 также 2 кв. сажени (по 2,13 м).

Но вернемся к палатам митрополита. В помещениях, носящих общественный характер, где присутствует несколько человек (палата приемов, вестибюль), число саженей увеличивается, однако не прямо пропорционально возможному числу людей. Здесъ зодчий придерживается некоторых ровных чисел *4* − *6* − 12, иногда символичных (7 полусаженей в палате приемов). Возможно, что исходные размеры (типа 12 саженей церковных) были зафиксированы на измерительном шнуре или такой была длина самого шнура.

Далее зодчий членил исходный размер по каким-то известным ему соотношениям и получал то, что требовалось. Исследование вариантов членения исходных размеров показало чрезвычайное разнообразие различных членений.

В митрополичьем дворце зодчий сначала поделил исходный размер пополам: 12 саженей по 186 см (6 саженей по 186 см) + (6 саженей по 186 см). Затем одну из половин оп членит так:

6 саженей по 186 см = (4 сажени по 142 см) + (4 сажени по 134 см).

Полученными размерами образует помещение заместителей и вестибюль. Здесь следует сразу же обратить внимание на получившиеся пропорции по функции Жолтовского:

(4с 134) : (4с 142) = 0,944 = 2 х 0,472 = 2 x $F\text{ж}_1$,

Отношение составило удвоенную первую функцию Жолтовского. Ее художественный смысл мы рассмотрим в одном из последующих примеров. Пока лишь заметим, что отношение дает минимальное различие размеров, воспринимаемых зрителем. Вторая половина (столовая и палата приемов) отличалась более контрастным отношением:

6 саженей по 186 см = (2 сажени по 230 см) + (3½ сажени то 187 см).

Отношение этих размеров может быть выражено также через систему функций Жолтовского, но по характеру сложности в данной работе мы их не рассматриваем.

Сравним расчленение тех же 12 саженей 186 см в Крестовоздвеженском соборе на Кий-острове. В продольном направлении размеры западного, центрального и восточного нефов, размеры столбов и апсид слагают оригинальную последовательно убывающую структуру:

$$\left.\begin{array}{l}\text{4 сажени великих (нартекс и алтарь)}\\ \text{3 сажени церковных (подкупольный квадрат)}\\ \text{2 сажени царских (столбы)}\\ \text{1 сажени греческих}\\ \text{½ сажени простой}\end{array}\right\}\ \begin{array}{l}\text{12 саженей}\\ \text{церковных}\end{array}$$

Пропорции каждой из палат в Крутицком дворце (отношение длины к ширине) также заслуживают внимания. Спальня, например, квадратная. Как известно, квадрат является статичной формой и не имеет развития ни по одной из осей (длина и ширина одинаковы). Квадрат композиционно не нуждается в поддержке другими формами. Поэтому спальня вынесена. В спальне человек пребывает значительное время и ему не требуется связь с другими палатами. Центральное место среди всех помещений занимает палата приемов, с одной стороны от нее покои митрополита, с другой − помещение для посетителей и заместителей. Далее в обе стороны по переходам можно попасть в Воскресенскую, Петропавловскую и Успенскую церкви. Центральному местоположению палаты отвечают и ее специфические пропорции.

Длина к ширине составляет отношение − 1,118 ..., равное основной функции Жолтовского. Сам И.В. Жолтовский назвал прямоугольник такой формы «живым квадратом». В отличие от геометрического квадрата его форма наиболее статична и не изолируется от других форм. Живой квадрат является первым после квадрата прямоугольником, зрительно воспринимаемым как прямоугольник с наименьшим различием сторон. Живой квадрат очень часто образует центральное ядро композиции, так как обладает необходимым для этого сочетанием качеств: статичностью и выразительностью «начала движения», «начала роста».

Интересно также соотношение размеров помещений митрополита с помещениями заместителей. Если предположить, что перегородка делила площадь пополам, то: (2 саженей по 230 см) : (2 саженей по 142 см) = 1,618 ..., т. е. в золотом сечении. Так выражалась соподчиненность размеров помещений.

Следует обратить внимание, что во всех мерных операциях брались размеры помещений в чистоте − без учета толщин стен, т.е. размеры только функционально используемых площадей. Толщина конструкций как бы игнорировалась, хотя внутренние поперечные стены, в отличие от современных перегородок, выполнены не менее 62 см. Иначе размерялись формы, рассчитанные только (или главным образом) на зрительное восприятие: главы, шатры, декоративные элементы фасадов и т. д. Основные размеры в зтом случае относятся к внешним контурам габаритам.

Вернемся к Строгановским постройкам. Мы рассматривали ордерные композиции, которым, как известно, свойственны черты антропоморфизма (передача в обобщенной форме образа человека). Всюду зодчие применяли 2½ кратность по отношению к соответствующей модели человека. Это масштаб. Какие же получились соотношения? В трех случаях *(см. рис. 6)* одни и те же $2Fж_1$ − удвоенная первая функция Жолтовского: 2 х 0,472 = 0,9444... Что дает и что выражает отношение $2Fж_1$?

Это минимальная характерная доза различия для сопоставимых элементов. Величина, которая в наших понятиях роста человека создает различие одной категории роста от другой. Высокий и очень высокий, средний и выше среднего человек и т.д. Таким образом, зодчий представил нам на фасадах антропоморфичные декоративные элементы − колонны − одни выше, другие ниже − с минимальной разницей в размерах и в полном соответствии с нашими образными представлениями о различиях роста людей.

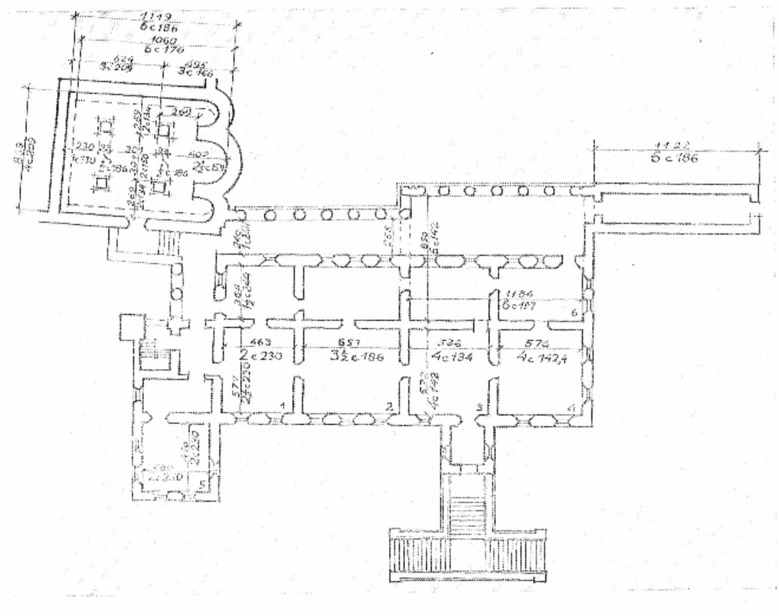


Рис. 8. Резиденция Крутицких митрополитов в Москве. Дворец.
Анализ и реконструкция размеров

В Казанской церкви в Устюжне отношение принимается более сложное и с большим контрастом: *Ф/2Fж* = 0,91. Причем в Казанской церкви, в отличив от других церквей, ордер верхнего яруса больше, чем нижнего. Причина такого решения, по-видимому, в кладбищенском назначении Казанской церкви. Верхний ярус, как более тяжелый, оказывает давление на нижний, и впечатления легкости, радостности не возникает.

Среди крутицких построек (рис. 8, 9) весьма примечательным является теремок, хотя по назначению это всего лишь ворота с переходом, но по оригинальности решения и совершенству пропорций − уникальное высокохудожественное произведение. В нем сочетаются живопись, керамика, резной камень. О ширине теремка мы говорили − 6 саженей церковных по 186,4 см (размер наружный). В теремке в его основных габаритах так же встречается 2½ кратность. Высота уровня пола перехода составляет 2½ сажени греческих; высота до карниза 2½ сажени 2 x 244 см − удвоенных великих. Но в ордерном декоре кратность иная. Размеры колонн первого яруса - 2 сажени народные по 176 см; колонн второго

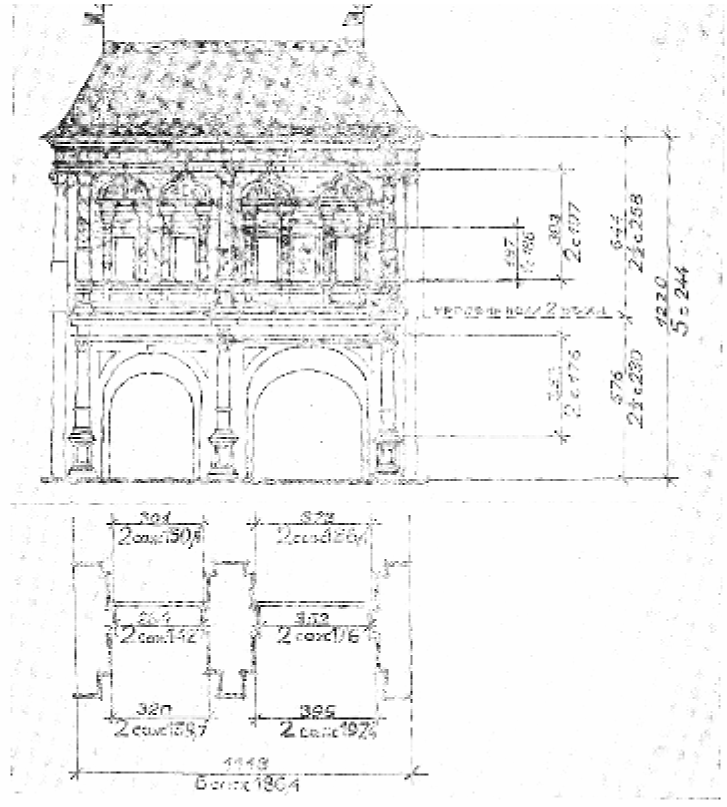


Рис. 9. Резиденция Крутицких митрополитов в Москве. Входные ворота и теремок

яруса − 2 сажени царские по 197,4 см; колонки в наличниках окон − 1 сажень по 186,4 см. Масштаб колонн первого и второго ярусов равен 2; масштаб колонок в наличниках равен 1. Отношения дают полную гамму функции Жолтовского: (2 сажени по 197 см) : (2 сажени по 176 см) = 528 : 472 = 1,12 = $F_ж$, а малые колонки в наличниках окон к ярусным колоннам:

(1 сажень по 187 см) : (2 сажени по 197 см) =0,472 : 1 = 0,472 =$F_{ж1}$,

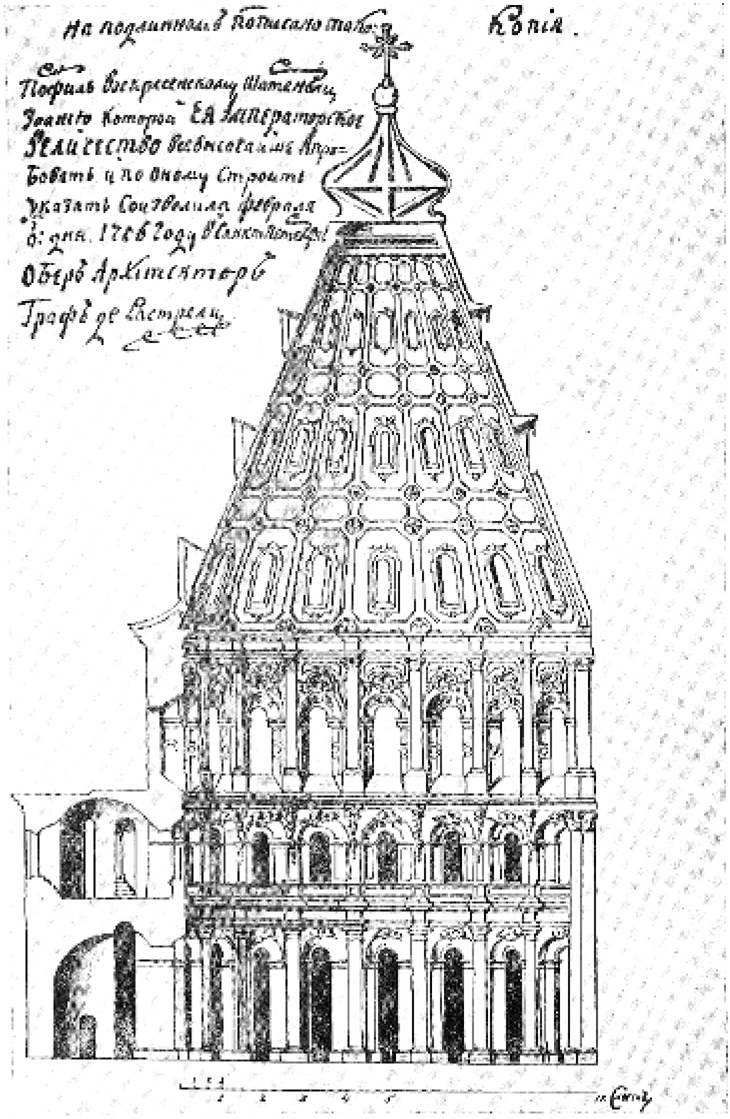


Рис. 10. Новый Иерусалим. Проект шатра над круглой частью Воскресенского собора. Растрелли, 1756 г. (ЦГИАЛ)

(1 сажень по 187 см) : (2 сажени по 186 см) = 0,528 : 1 = 0, 528 = $F\text{ж}_2$.

Еще раз обратим внимание на эти уникальные соотношения, а также и на присутствие двух масштабов в однотипных элементах декора.

Основные габаритные размеры, о которых мы говорили (2½ сажени по 230 см и 2½ сажени 2 х 244 см), составляют, отношение по первой функции Жолтовского, равное 0,472 = $F\text{ж}_1$. на фасаде теремка его ширина к высоте относится по уже известной нам сложной функции $\Phi/2F\text{ж}_1$.

(6 саженей по 186 см); (2½ сажени 2 х 244 см) = 0,91 = $\Phi/F\text{ж}$.

Знание приемов древнерусского искусства пропорционирования позволяет в ряде случаев находить размеры формы и габариты элементов для утраченных частей памятников архитектуры, что бывает весьма необходимо при реставрационных работах.

Так, например, в практике работы реставрационной мастерской ЭСНРПМ ЦС ВООПиК путем применения методики, основанной на рассматривавшихся нами принципах, были определены или уточнены габариты, формы и размеры многих утраченных элементов и деталей, следы которых не сохранились или сохранились в недостаточных количествах. Вычислялись размеры оконных наличников, крылец, дверных проемов, полотнищ дверей, ворот, сечения столбов и т.п.

Познакомимся с некоторыми приемами таких вычислений. Воскресенская церковь Крутицкого дворца перестраивалась в XVII в. Барабан и столбы были ликвидированы. С тех пор прошло более 300 лет. На первом этаже сохранились основания, по которым могли быть примерно определены лишь, оси столбов.

Размеры столбов по оставшимся следам установить не удалось. Задача заключалась в нахождении сечений столбов и пролетов между ними. Методика поиска в данном случае строилась на увязке различных вариантов сечений со всеми остальными величинами, слагающими главные формообразующие размеры – длину и ширину помещения. Задаваясь различными вариантами сечений, мы получали соответственно различные варианты размеров нефов, алтаря и подкупольного квадрата. Получение всех величин в целых завершенных числах соответствующего вида саженей означало нахождение искомого решения. Один из вариантов дал приемлемые результаты. Размеры столбов 93 х 93 см (что равно 1/2 сажени по 186 см х 1/2 сажени по 186 см) и членение по длине: 6 саженей по 186 см =1 сажень по 230 см + 1 сажень по 186 см + 2 сажени по 150 см + 2½ сажени по 159 см.

Далее методика требует подтверждения полученного результата еще какими-то другими данными, например сопоставлением со столбами в аналогичных зданиях. Размер ½ сажени по 186,4 см − один из распространенных для столбов небольших сооружений и был подтвержден рядом примеров. Более серьезной работой явилось вычисление размеров шатра Воскресенского собора Ново-Иерусалимского монастыря, уничтоженного в последнюю войну *(рис. 10).* Размеры шатра вплоть до настоящего времени не были известны, и начатые работы по его восстановлению были поэтому приостановлены.

Несмотря на то что шатер является сугубо русским элементом архитектуры и во многих теоретических работах шатры подвергались самым разнообразным и всесторонним анализам, не существовало практически пригодной методики для установления хотя бы приближенного значения высоты шатра применительно к Ново-Иерусалимскому храму. Вопрос не находил решения долгое время. Нам потребовалось буквально несколько минут для получения основных размеров в первом приближении. Сложнее и несколько больше времени заняло вычисление подтверждающих размеров, деталировочных размеров и других параметров и форм шатра.

Напомним краткую историю памятника. В начале XVII в. патриарх Никон приступил к строительству под Москвой в облюбованном им месте, в районе Истры, Ново-Иерусалимского монастыря. Главное здание − Воскресенский собор − предполагалось воздвигнуть по типу соответствующего храма в Иерусалиме с повторением его отдельных форм и размеров, но с поправкой на древнерусские традиции и условия. В храме также устанавливается «гроб господен» и также во дворе круглой формы, но двор обносится высокой стеной и перекрывается шатром. Первый шатер существовал недолго. После его обрушения на тех же стенах в XVIII в. возводится архитекторами Растрелли и Бланком шатер с большим числом остекленных проемов (60 люкарн). Шатер Растрелли-Бланка простоял 200 лет и был уничтожен во время последней войны. С тех пор − около 40 лет − здание находится без шатра.

Обмеры первоначального шатра производились в XVII в., и мы упомянули их результаты. Шатер по высоте равнялся тогда 12 саженям церковным по 186,4 см (22,37 м) Обмеры шатра !Растрелли-Бланка не выполнялись. О его облике можно судить по сохранившейся фотографии с общим видом монастыря. Фотография снята в конце XIX в. К тому же периоду относятся замеры некоторых деталей шатра. И, наконец, сохранился еще чертеж с проектом Растрелли, по которому возводился в XVIII в. второй по счету шатер. Пользуясь сохранившейся фотографией, фотограмметристы пытались определить высоту шатра. Но, по-видимому, применение различных методов привело к результатам несколько различным один от другого.

Шатер на проекте Растрелли также сильно отличается от построенного им же самим шатра, и поэтому проектом Растрелли практически нельзя руководствоваться при восстановительных работах. Что касается замеров деталей шатра, то они имеют вид черновика и размерные детали в них не вполне ясны.

Архитекторы, реставрирующие Ново-Иерусалимский монастырь, по-разному истолковывая все эти материалы, не пришли к единому мнению о размерах шатра и дали сильно отличающиеся один от другого проекты. *(рис. 11)*.

Мы начали со стены, на которой покоился шатер. Упоминалось, что ее высота 28,17 м. Такой же по высоте и восьмерик церкви Вознесения в с. Коломенском. А сумма трех ярусов Рождественской церкви в Горьком дает половинную величину – 14,08 м. Ясно, что перед нами один из характерных древнерусских размеров. Вполне вероятно, что шатер также мог выполняться в каком-либо характерном размере. И мы можем сделать предварительное предположение о его величине.

Высота шатра церкви в с. Коломенском 22,37 м. Высота первоначального шатра никоновского периода – 22,37 м. Подобного рода сопоставления наводят нас на мысль о возможном таком же размере второго шатра. Но это требует дополнительных подтверждений, хотя величина в 12 церковных саженей представляется и весьма убедительной для шатра такого собора, как Воскресенский, не только в XVII в., но и в XVIII в. Предположенный нами размер шатра нашел много косвенных подтверждений. Рассмотрим одно из них, связанное с характером архитектурных пропорций.

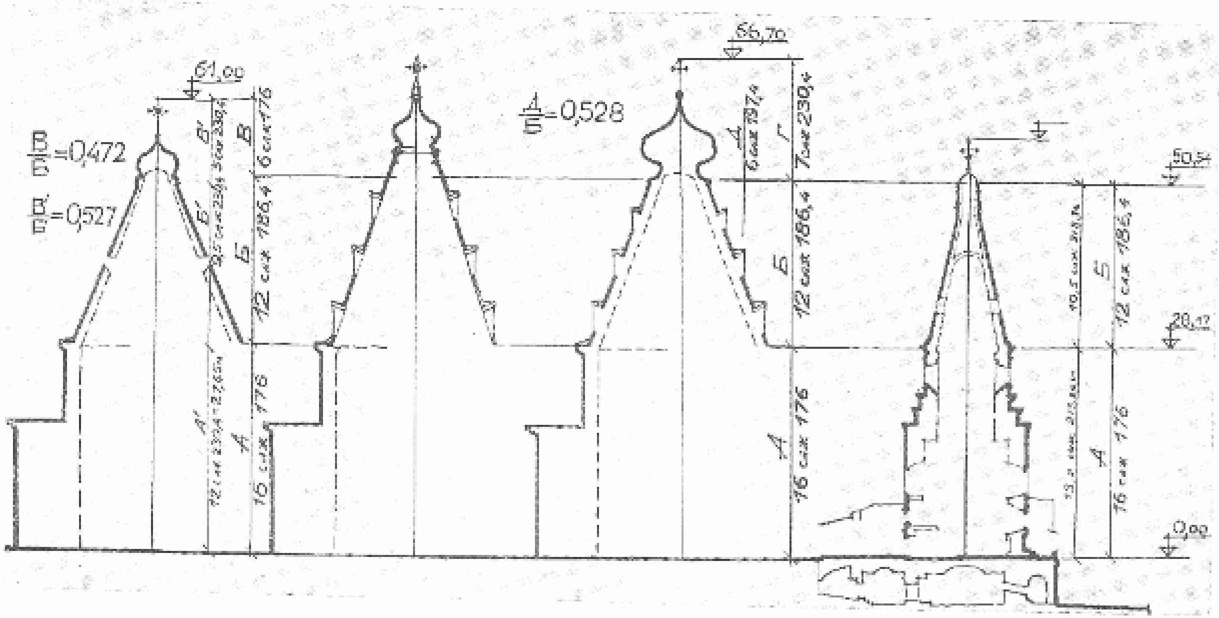


Рис. 11. Новый Иерусалим. Воскресенский собор.

а – шатер, построенный при Никоне, XVII в.; б – проект шатра Растрелли, 1756; в – осуществленный шатер, Растрелли – Бланк. Церковь Вознесения в Коломенском

Анализ размеров

В первоначальном шатре размер главы с крестом был 10,56 м, что по отношению к высоте шатра составляло:

10,56 : 22,37 = 0,473...

В отношении легко узнается первая функция Жолтовского. Первоначальное сооружение имело, как видим, изысканные пропорции.

В проекте Растрелли шатер показан (если взять по линейному масштабу) размером 26,2 м, а глава с крестом − 12,3 м. Отношение составляет:

12,3 : 26,2 = 0,474...

Точно такое же как в никоновском шатре, хотя Растрелли изменил общую высоту сооружения, увеличив ее примерно на 5-6 м.

Почему Растрелли увеличил высоту? Видимо, по соображениям чисто художественного порядка. В соборе центральное здание представляет собой кубический объем, увенчанный главой большого диаметра. Композиционно центральный объем нуждался в соседстве с более стройной и вытянутой формой. Повышая шатер, Растрелли вносил в общую композицию полезные коррективы. Однако, повторяем, это было лишь в проекте, а построенный шатер отличался от изображенного на проекте.

Сопоставление форм сооружения на проекте и на натурной фотографии подсказывает, что разница в высоте шатра составила 4 м, но высота всего сооружения примерно совпадала. Включая крест, она по линейному масштабу измерялась от уровня чистого пола в 66,7 м и могла трактоваться с учетом понижения планировочных отметок земли по сравнению с полом как 36 церковных саженей:

36 х 186,4 = 67,1 м.

Причина изменения пропорций состояла, по-видимому, в замене запроектированных кирпичных стен шатра на обшивку по наклонным деревянным фермам, занявшим большой строительный объем, что и привело к перепропорционированию шатра и главы. Верхнее основание шатра увеличивалось (зодчий не пожелал сужать шатер вовнутрь и портить интерьер). Глава, венчающая шатер при этом также требовала расширения; соответственно ее высота должна была увеличиться, так как в главах диаметр и высота взаимосвязаны. Шатер поэтому пришлось уменьшить по высоте. Растрелли в проекте изобразил шатер высотой в 26,2 м, или при переводе в церковные сажени − 14 саженей (по 186,4 см).

Вполне вероятно, что при необходимости уменьшения высоты шатра ее сократили до 12 саженей получили традиционный размер − 22,37 см.

Результаты анализа на архитектурные пропорции согласуются с этим значением. Оказалось, что только при высоте шатра в 12 саженей церковных (22,37 м) и высоте главы в 6 саженей царских (11,84 см) получаются эстетически совершенные пропорции.

11,84 : 22,37 = 0,529....

в чем мы узнаем вторую функцию Жолтовского. Отношение хотя и иное, но сохраняет с первым как бы родственные черты. Это отношение взято по контуру геометрической формы шатра. Но позолоченное покрытие создавало еще и другое четко читаемое членение. Верхняя часть шатра имела покрытие из таких же позолоченных медных листов, что и сама глава, которое шло полосой ниже главы и ее шейки примерно па 1,2 м. В этом случае членение берется по линии, разделяющей виды и цвет отделочных материалов. Линия, разграничивающая золотое от белого, членит общую форму иначе. Она проходит на высоте:

22,37 − 1,2 = 21,2 м.

Завершение увеличивается

11,84 + 1,2 = 13,05 м.

Тогда отношение составит

21,2 : 13,05 = 1,62.

Это золотое сечение. Полученные размеры также пересчитываются в древнерусские сажени. 21,2 = 12 саженям по 176 см; 13,05 = 7 саженям по 186 см.

Высота позолоченного завершения, равная 7 саженям церковным (13,05 м), отнесенная ко всей нижележащей части сооружения, дает величину 1⁄2 x 0,528 − равную половинной величине второй функции Жолтовского.

Варианты других размеров всех упоминавшихся элементов, выраженные в целых и дробных числах саженей, не дали столь стройной системы эстетически совершенных пропорций, что и служит одним из косвенных подтверждений правильности предполагаемой высоты шатра 22,37 см.

Проводились и другие виды проверочных расчетов − на построение и разбивку двадцатигранника (шатер представлял собой двадцатигранную усеченную пирамиду), на разбивку люкарн и др. Они дали согласующиеся результаты, и мы можем сказать в итоге, что высота шатра 22,37 см является весьма вероятной. Среди архитекторов, занимавшихся реставрацией Ново-Иерусалимского монастыря, проектные решения ближе всего оказались к вычисленным В.Л. Малхасовым.

В заключение вернемся к храму Василия Блаженного и покажем в нем некоторые оригинальные приемы пропорционирования. В группе окружающих церквей размеры глав с крестами в их отношении к высоте центральной церкви Покрова дают такую же половинную величину второй функции Жолтовского (высота главы с крестом восточной церкви 16,7 м; высота церкви Покрова − 63,2 м):

16,7 : 63,2 =1/2 х 0,528.

В храме Василия Блаженного зодчий связал традиционными пропорциями главы окружающих церквей с центральной доминантой ансамбля. Эти главы по местоположению принадлежат столпам, на которых они водружены, но одновременно и по традиционным пропорциям связаны с центральным элементом ансамбля. Подобными приемами пропорционирования зодчий добился общей слитности и единства ансамбля, состоящего из девяти разрозненных зданий, и проявил глубокое понимание специфических принципов этого искусства.

Храм Василия Блаженного являет собой также характерный для древнерусской архитектуры пример антропоморфизма не только в элементах декора, но и в облике целых сооружений с варьированием в широком диапазоне моделей и масштабов.

Окружающие церкви слагают два уровня высот. Если взять их размеры от земли до центров глав − как бы по зрительным центрам их тяжести, то выделяются уровни 22,8 и 29,8 м, которые переводятся в 16 саженей малых (по 142,4 см) и 16 саженей по 186,4 см. Образно отображаемые модели людей составляют диапазон от самого маленького роста до большого, но не включают наибольший, отданный центральной церкви Покрова. Ее высота (63,2 м) слагается из 32 саженей по 197,4 см − «царских» − самых больших ростовых да еще в удвоенном количестве, т.е. в двойном масштабе.

В своем образе храм являет нам диапазон человеческих различий свойственный большому сообществу людей − народу, − в композиции с центральной пирамидальной формой, значимость которой подчеркивается увеличенным масштабом.

Приложение 3

Полный комплекс саженей

Таблица 1

Сажени	1	1,5	2	2,5
Пилецкого	2,055	3,083	4,110	5,138
Египетская	1,663	2,495	3,326	4,157
Меньшая	1,345	2,018	2,690	3,363
Казенная	2,176	3,264	4,352	5,440
Народная	1,760	2,640	3,520	4,400
Малая	1,424	2,136	2,848	3,560
Греческая	2,304	3,456	4,608	5,760
Церковная	1,864	2,796	3,728	4,660
Простая	1,508	2,262	3,016	3,770
Великая	2,440	3,660	4,880	6,100
Царская	1,974	2,961	3,948	4,935
Кладочная	1,597	2,396	3,194	3,993
Большая	2,584	3,876	5,168	6,460
Фараона	2,091	3,137	4,182	5,228
Городовая	2,848	4,272	5,696	7,120

Локти комплекса саженей

Таблица 2

Сажени	1	1,5	2	2,5
Пилецкого	0,514	0,771	1,028	1,284
Египетская	0,416	0,624	0,8315	1,039
Меньшая	0,336	0,5045	0,6725	0,8407
Казенная	0,544	0,816	1,088	1,360
Народная	0,440	0,660	0,88	1,100
Малая	0,356	0,534	0,712	0,890
Греческая	0.576	0,864	1,152	1,440
Церковная	0,466	0,699	0,932	1,165
Простая	0,377	0,5655	0,7543	0,9425
Великая	0,610	0,915	1,220	1,525
Царская	0,494	0,740	0,987	1,234
Кладочная	0,399	0,599	0,7985	0,9983
Большая	0,646	0,969	1,292	1,615
Фараона	0,523	0,7842	1,045	1,307
Городовая	0,712	1,068	1,424	1,780

Литература.

1. Математический энциклопедический словарь. – М.; «Сов. Энцик.», 1988.
2. *Черняев А.Ф.* Русская механика. – М.,: Белые Альвы, 2001.
3. *Клайн М.* МАТЕМАТИКА. – М.: Мир, 1982.
4. *Риман Б.* О гипотезах, лежащих в основании геометрии. – М.,: Мир, 1979.
5. Словарь иностранных слов. – М.; Советская энциклопедия, 1964.
6. *Митрохин А.Н.* О взаимодействии размерностей в математических преобразованиях. – М.,: Транспорт, 1996.
7. *Кузанский Николай* Соч. в двух томах. Т. 2., «Мысль», 1980.
8. *Стахов А.П.* Сакральная геометрия и математика гармонии. Вінниця; ТОВ. «ITI», 2003.
9. Что, зачем, почему? Большая книга вопросов и ответов. – М., «Экспо», 2003.
10. *Пуанкаре А.* Наука и гипотеза. – М.,: Наука, 1984.
11. *Эйнштейн А.* Геометрия и опыт. Собр.труд. Т. 2. – М.: Наука, 1966.
12. *Линдер Г.* Картины современной физики. – М.,: Мир, 1977.
13. *Куликовский Г.Г.* Справочник любителя астрономии. – М.,: Наука, 1971.
14. *Черняев А.Ф.*Структура космологического красного смещения
15. *Струве О.* и др. Элементарная астрономия. – М.,: Наука, 1964.
16. *Библия* – М.,: Российское библейское общество, 2001.
17. *Колмогоров А.Н.* и др. Геометрия. – М.,: Просвещение, 1979.
18. *Погорелов А.В.*Геометрия. – М.; Просвещение, 1992.
19. *Выгодский М.Я.* Справочник по элементарной математике. – С-Пб.,: 1994.
20. *Клиффорд В.* О пространственной теории материи. Сборник статей Альберт Эйнштейн и теория гравитации. – М.: Мир, 1979.
21. *Ленин В.И.* Материализм и эмпириокритицизм. – М.; Политиздат, 1949.

22. *Владимиров Ю.С.* и др. Пространство, время, гравитация. – М.,: Наука, 1984.
23. *Черняев А.Ф.* Золото Древней Руси. – М.,: Белые Альвы, 1998.
24. *Шевелев И.Ш., Мурутаев М.А., Шмелев И.П.* Золотое сечение. – М.: Стройиздат,1990
25. *Пилецкий А.А.* Система размеров и их отношений в древнерусской архитектуре. Сборник. Естественно научные знания в Древней Руси. – М.,: Наука, 1980.
26. *Черняев А.Ф. Тарасова С.В.* Диалектика пространства. – Сн-П., 1994.
27. *Щербаков Р.Н., Пичурин Л.Ф.* От проективной геометрии к неевклидовой. – М.: Просвещение, 1979.
28. Волков Ю.В. Черняев А.Ф. Гравитация и антигравитация. – М.; 2003.
29. *Мулдашев Э.Р.* В поисках города Богов. – М.,6 Аиф-Принт, 2001.
30. *Коробко В.И., Коробко Г.Н.* Золотая пропорция и человек. – М. Изд. АСВ., 2002.
31. *Черняев А.Ф., Тарасова С.В*. Золото Руси. – М., 1995.
32. Наука и религия − №7, 2002.
33. *Девис П.* Суперсила. – М.,: Мир, 1989.
34. *Канарев М.Ф.* Новый анализ фундаментальных проблем квантовой механики. – Краснодар, 1990.
35. *Якушин А.Н.* Количество и пространство. – Колпино, 1998.
36. *Дирак П.* Воспоминания о необычайной эпохе. – М.: Наука, 1990.
37. *Петухов В.С.* Биомеханика, бионика и симметрия. – М.,: Наука, 1981.
38. *Пилецкий А.А.* Золотое семейство. Приложение к строительной газете. – М., 6 17 января 1982.
39. *Черняев А.Ф. Удалова С.Н.* Время пирамид. Время России. – М.: Белые Альвы, 2000.

Содержание

Глава 4
Статико-динамическая проективная геометрия

Глава 5
Элементы физической геометрии

Черняев Анатолий Федорович

Основы русской геометрии

Редактор В.Ф. Черняев
Корректор Н.В. Денисова.

Сдано в набор 3.11.04. Подписано в печать 7.12.04.
Формат 60 x 90/16. Печ. л. 6,5. Тираж 500 экз. Заказ №

На четвертую страницу обложки:

Анатолий Федорович Черняев родился в городе Куйбышеве. Закончил Пензенский инженерно − строительный институт и аспирантуру Центрального научно-исследовательского экспериментального и проектного института по сельскому строительству. Работал прорабом, главным инженером, научным сотрудником, секретарем парткома ЦНИИЭПсельстроя. В настоящее время пенсионер. Автор неожиданных и оригинальных книг: «Тайна пирамиды Хефрена», Большой сфинкс: знак беды», «Золото Древней Руси», «Диалектика пространства», «Авиакатастрофы», «Камни падают в небо», «Время пирамид, время России» (в соавторстве), «Русская механика» «Гравитация и антигравитация» и др.… Круг научных интересов автора – механика, гравитация, геометрия, золотые пропорции, система древнерусских саженей. А.Ф. Черняев – незаурядный человек, известен среди специалистов неординарными подходами, новыми идеями и неожиданным взглядом на привычное.