И.С.Ткаченко

О НЕКОТОРЫХ СВЯЗЯХ ЧИСЕЛ π, e (ЧИСЛО ЭЙЛЕРА), γ (ПОСТОЯННАЯ ЭЙЛЕРА), φ (ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ), 10 И ДР.
(перевод с украинского журнала [10])

Известно, что π = 3,141592654; e = 2,718221828; γ = 0,577216649; ϕ = 1,61803989(φ =0,618033989); 10 – основание арабской позиционной системы счисления; используются как определённые постоянные величины, между которыми существуют достаточно интересные связи, на которые мы хотели бы обратить внимание читателя.

Предварительно предложим ввести функцию $y = \phi^x = gold(x)$ аналогично как и для $y = e^x = exp\,(x)$.

В работе [1] доказывается универсальность числа $e^e = 15{,}15426224$, то есть $exp\,(exp(1))$, при определении свойств на уровнях критического состояния природных систем, а о значимости золотого сечения свидетельствуют публикации [2,3,4,5,6,7] и др., а сейчас особенно активизировались они на страницах электронного издания -- Академии Тринитаризма.

Связь числа e^e с золотым сечением и 10^1 и 10^0 с абсолютной относительной ошибкой $|\delta| = 0{,}1721\%$ может быть представлена в таком виде:

$$e^e = 10\phi - 1 = 15{,}18033989,$$

а значение ошибки возможно потому, что эти числа сами по себе приближённые.

Определим некоторые и другие соотношения с указанием абсолютной относительной ошибки.

$$e = 2\phi^{\varphi} = exp(1) = 2gold(gold(-1)) \qquad |\delta| = 0{,}9403\%;$$

$$e^{e^{-1}} = \phi^{2\varphi^2} = exp(exp(-1)) = gold(2gold(-2)) \qquad |\delta| = 0{,}0336\%;$$

$$e^{e^2} = 10^3\phi = exp(exp(2)) = 10^3 gold(1) \qquad |\delta| = 0{,}0086\%;$$

$$e^{e^e} = 10^7\varphi^2 = (exp(exp(exp(1))) = 10^7 gold(-2) \qquad |\delta| = 0{,}0001\%;$$

$$e^{e^{e^e}} = 10^{17}\varphi^{17/4} = exp(exp(exp(exp(1))) = 10^{17} gold(-4{,}25)) \qquad |\delta| = 0{,}4449\%;$$

$$e = \frac{7\pi}{5}\varphi = exp(1) = \left(\frac{7\pi}{5}\right) gold(-1) \qquad |\delta| = 0{,}0001\%;$$

$$e^3 = 20 = exp(3) = 2 \cdot 10^1 \qquad |\delta| = 0{,}4277\%;$$

$$e^2/_{e^e} = ln\phi = \frac{exp(2)}{exp(exp(1))} = ln\,(gold(1)) \qquad |\delta| = 0{,}6377\%;$$

$$\pi \cdot \phi^{\phi} = \phi^4 = \pi \cdot gold(gold(1)\,) = gold(4) \qquad |\delta| = 0{,}1647\%.$$

Достаточно интересный результат может быть использован в исследованиях:

$$lg(e^e) = 10\phi - 5 = (lg(exp(exp(1))) = 10gold(1) - 5 \qquad |\delta| = 0{,}0032\%;$$

или

$$e^{\phi} - \phi^e = 0{,}5\phi^2 = (exp(gold(1)\text{-}gold(exp(1)) = 0{,}5gold(2) \qquad |\delta| = 2{,}683\%$$

$$5\pi = 6\phi^2 = 6\ gold(2) \qquad |\delta| = 0{,}0015\%$$

Кое-что можно представить и о тригонометрических функциях (в RAD):

$$tg(e^e) = -\varphi = tg(exp(exp(1))) = -gold(-1)) \qquad |\delta| = 0{,}0283\%;$$

$$ctg(e^e) = -\phi = ctg(exp(exp(1))) = -gold(1)) \qquad |\delta| = 0{,}0283\%;$$

$$tg(k\pi - e^e) = \varphi = tg(k\pi - exp\,(exp(1)) = gold(-1)) \qquad |\delta| = 0{,}0283\%;$$

а также к значению $2cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = gold(1)$, которые авторы в публикациях [5;6] представляют постоянно при определении хрусотомии (золотого сечения), дополним ещё и такие:

$$2\cos\left(2\,{}^{\pi}/_{5}\right) = gold(-1) = \varphi;$$

$$2\cos\left(3\,{}^{\pi}/_{5}\right) = -gold(-1) = -\varphi;$$

$$2\cos\left(4\,{}^{\pi}/_{5}\right) = -gold(1) = -\phi.$$

Кроме этого, заслуживают внимание и такие соотношения $e^x = exp(x)$, $\phi^{\,x} = gold(x)$ и π с постоянной Эйлера:

$\gamma = gold(exp(1)) - \pi$ с точностью $|\delta| = 3{,}4275\%$,

то есть 0,577432672 = 3,699025326 – 3,141592654 ≈ 0,577216649.

К этому, также дополним, что ряд обратных чисел Фибоначчи

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{F(k)} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \cdots + \frac{1}{F(k)} + \cdots$$

имеет своим пределом число $\sqrt{5+\gamma}$, то есть

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{F(k)}=\sqrt{5+\gamma}.$$

Заметим, что числовые ряды $\sum_{k=0}^{\infty} gold(-k)$ и $\sum_{k=1}^{\infty} gold(-k)$

имеют своим пределом соответственно $\phi^{\,2}$ и ϕ, то есть $gold(2)$и $gold(1)$ или

$$\sum_{k=0}^{\infty} gold(-k)=\phi^{\,2}=gold(2),$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} gold(-k)=\phi\;=gold(1).$$

Заслуживают внимание обнаруженные нами связи с некоторыми физическими постоянными и коэффициентами.

1.Известно, что заряд электрона $q_0=-1{,}602127\cdot 10^{-19}$*Кл,* что по нашему мнению должно быть $q_0=-\phi\;\cdot 10^{-19}$ *Кл,* или

$q_0=-gold(1)\cdot 10^{-19}$ *Кл* и при этом абсолютная относительная ошибка составляет $|\delta|=0{,}180379\%$, а тогда

$1EB=gold(1)\cdot 10^{-19}$Дж $=gold(1)\cdot 10^{-12}$*эрг.*

2.Постоянная Планка $\overline{h}\;=1{,}054*10^{-34}$*Дж·с*, составляет, как на наше мнение, $\overline{h}\;=10^{-34}\cdot gold\left({}^{1}\!/_{8}\right)=\phi^{0{,}125}\cdot 10^{-34}$ *Дж·с* **с** абсолютной относительной ошибкой $|\delta|=0{,}7600\%$.

3. Постоянная земного притяжения определяется в литературе [8] как $g=9{,}80665$ м/с^2, а мы считаем, что это $g=\pi^2=9{,}869604401$ м/с^2 , с абсолютной относительной ошибкой $|\delta|=0{,}6420\%$.

4. Мощность в 1л.с.=735,499Вт[8], или же 1 л. с. $=100\mathrm{e}^2$Вт $=$ $=100*exp\,(2)$ *Вт* с абсолютной относительной ошибкой $|\delta|=0{,}4632\%$.

5. Объём мирового океана составляет $1{,}3\cdot 10^{12}$*км*^{3}[8], то есть это $0{,}5gold(2)\cdot 10^{12}=0{,}5\phi^{\,2}\cdot 10^{12}$, при этом $|\delta|=0{,}6934\%$.

6. Гравитационная постоянная k=$6{,}67\cdot 10^{-11}$*нм/кг*^{2}[8], то есть это $k=gold(4)\cdot 10^{-11}=\phi^{\,4}\cdot 10^{-11}$*нм/кг*^{2} с точностью $|\delta|=2{,}6860\%$.

7. Разность между нулевым показателем шкалы Цельсии и шкалы Кельвина составляет t^0=273,15[8], то есть $t^0=100*exp(1)^0=100*e^0$ с точностью $|\delta|=0{,}4839\%$.

8. Радиус орбиты луны $\varphi^2\cdot 10^9$м $=gold(-2)\cdot 10^9$м $=0{,}3844\cdot 10^9$*м* с точностью $|\delta|=0{,}2434\%$.

9. Пуд равен 16,3805*кг*$=10\cdot\phi=16{,}1803$ *кг* с разностью$\Delta=0{,}2002$ *кг.*

10. В древней Греции существовал гномон «золотого сечения», который распределяет октаву в устойчивой пропорции. Пределы гномона в

соответствии к критическим константам для процессов устойчивого типа свидетельствуют о том, что первые шесть критических констант имеют в гномоне аналоги[1]. Значение гномона «золотого сечения», как мы определили, соответствуют кратным значениям $gold(0{,}125k)$ $(k = 0{,}1{,}2 \ldots 8)$(см.табл.1). Кроме этого, заслуживает внимания и тот факт [9], который свидетельствует о том, что частота звуковых колебаний 261,63 *Гц* соответствует ноте «до» или составляет $100 * gold(2) = 100 * \phi^{2}$, с точностью $|\delta| = 0{,}2108\%$. Это позволяет утверждать, что октаву в музыке следует рассматривать не как ряд их значений частей с интервалом $\sqrt[12]{2}$, а с интервалом $gold(0{,}125k)\left(k = \overline{1{,}12}\right)$.

При этом

$$\Delta = \sqrt[12]{2} - gold(0{,}125) = \sqrt[12]{2} - \phi^{0{,}125} = 0{,}0025343$$

и абсолютная относительная ошибка будет составлять $|\delta| = 0{,}2386\%$.

Это по всей видимости и свидетельствует о том, что музыкальные произведения великих композиторов действительно соответствуют гармонии Вселенной.

Таблица 1

Соотношение гномона «золотого сечения», критических постоянных, значений степени «золотой пропорции - ϕ » и значений степени e.

Уровень критической постоянной	Критическая постоянная $N_{[k]}$	Значение $exp(x) = e^x$	Гномон «золотого сечения»	Значение $\phi^{x} = gold(x)$	Значение $\lvert\delta\rvert$%, между $N_{[k]}$ и $gold(x) = \phi^{x}$
-1	1,000		1,000	*gold*(0)=1,0000 *gold*(1/4)=1,1278	
-2	1,274	*exp*(2/8)=1,2840	1,272	*gold*(2/4)=1,2720	0,1556
-3	1,445	*exp*(3/8)=1,4550	1,435		0,7228
-4	1,649	*exp*(4/8)=1,6487	1,618		1,9138
-5	1,834	*exp*(5/8)=1,8682	1,825	*gold*(3/4)=1,4346	0,4987
-6	1,998	*exp*(6/8)=2,1170	2,058	*gold*(4/4)=1,6180	2,9249
-7	-	*exp*(7/8)=2,3989	-	*gold*(7/4)=2,3213	-
-8	-	*exp*(8/8)=2,7183	-	*gold*(8/4)=2,6180	-

P.S. Достаточно глубоко нами проведены исследования по формированию музыкальной октавы на основе значения $gold(0{,}125k)\left(k = \overline{1{,}12}\right)$ в работе [11], которую можно найти на сайте Украинской Национальной библиотеки им. В.И.Вернадского.

Литература

1. Жирмунский А.В., Кузьмин В.И. Критические уровни в развитии природных систем. – Л.:Наука,1990. – 223 с.
2. Ткаченко И.С., Стахов А.П., Гиперболическая тригонометрия Фибоначчи // ДАН Украины. – 1993. -№7. – С.9-14.
3. Боднар О.Я. Геометрия филлотаксиса // Докл. АН Украины .-1992.-№9.-С.9-14.
4. Шевелев И.Ш., Марутаев М.А., Шмелев И.П.Золотое сечение: Три взгляда на природу гармонии. – М.: Стройиздат,1990.-343 с.
5. Стахов А.П. Коды золотой пропорции. – М.: Радио и связь, 1984. – 152 с. – (Кибернетика).
6. Воробьев Н.Н. Число Фибоначчи. – М.: Наука,1978. – 144 с.
7. Тимердинг Г.Е. Золотое сечение. Пер. с нем. – Петроград: научное книгоиздательство, 1924. – 86с.
8. Гильде В.,Альтгрихер З.С микрокалькулятором повсюду: Пер.с нем. – М.: Мир, 1988. – 200 с.
9. Маковецкий П.В. Смотри в корень!: Сборник любопытных задач и вопросов. – 6 – е издание. – М.: Наука. Гл.ред.физ.-мат.лит.,1991. – с.209-214.
10. Ткаченко І.С. Про деякі зв'язки чисел π, e (число Ейлера), γ (стала Ейлера), ϕ (золотий перетин), 10 та інші.// Вісник Львівського фінансово-економічного інституту: Збірник наукових статей (Економ. науки)/Гол. ред. Буряк Л.Ю. – Львів:2002. – с.104-107.
11. Ткаченко І.С.,Ткаченко М.І. Моделювання гармонійного коливального процесу на основі функцій Фібоначчі та Люка.//Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія: Міжн.науково-технічний жн., ВНТУ, –2008, №3(13). –с.26-31.