В.П. Шенягин

Процессы, порождающие гармонию

Не творец, коль без мук,
а удачник при лени,
у храмов наук
затяжные ступени.

Содержание

Два подхода к систематизации гармоничных соотношений, характеризуемых трехчленными степенными уравнениями

Для изучения одного предмета
нужны минимум два учебника.
В. Босс

Математика гармонии динамично развивается. Это с воодушевлением констатирует А.П. Стахов в итоговом материале о результатах завершенного Международного online семинара по Математике Гармонии [5].

Гармония мира многообразна, как и сам мир. А точнее, мир разнообразен из-за многоликости гармонии.

Числовые коэффициенты гармонии проявляют корни уравнений, характеризующие ее. В познании гармонии это стало каноническим подходом, своего рода математическим ядром.

Гармония раскрывает свои тайны и через сечения, числовые ряды, соотношения величин ряда, пропорции между частями целого и самого целого, соотношения между частями и т. п. Причем не только в дискретной, но и непрерывной области. Не только в статике, но и динамике. И, как ожидается, не только в линейной, плоскостной и объемной трехмерной среде, но и многомерном мире б*о*льших порядков.

Гармония проявляется и в долговременных *процессах-механизмах*, протекающих в природе и социуме. Возможно, что это *основное*.

В работах [11, 9-прил.2] изложена систематизация степенн*ы*х уравнений, характеризующих гармоничные соотношения.

С одной стороны систематизация осуществляется путем *разобщения наиболее общего математического выражения*, в качестве которого выбирается q-уравнение [12], с последующим обобщением на своем уровне.

С другой стороны систематизацию целесообразно осуществить посредством *математического описания различных процессов*, в т. ч. виртуальных, которые приводят к системе уравнений, общих для них.

Настоящий материал акцентирован именно на вопросах систематизации известных уравнений (пропорций) через математическое описание процессов и предназначен большей частью для новичков Математики гармонии.

Получение системы уравнений посредством разобщения q-пропорций.

Для чего необходимо выполнить следующие действия, которые рассмотрим применительно к прямым пропорциям.

1. Выбор наиболее общего уравнения, корни которого характеризуют q-пропорции:

$$q_m^{m+1} - q_m^m - \ldots - q_m^2 - q_m - 1 = 0\,. \qquad (*)$$

Впрочем, наиболее обобщенное уравнение имеет вид

$$k_{m+1}q_m^{m+1} - k_m q_m^m - \ldots - k_2 q_m^2 - k_1 q_m - k = 0\,, \qquad (**)$$

где $k_{m+1}, k_m, \ldots, k_2, k_1, k_0$ – числовые коэффициенты.

2. Разобщение q-уравнения на три группы трехчленных степенных уравнений, составленных из крайних членов уравнения (*), включая свободный член, т. е. $q_m^{m+1}, q_m^m, q_m^2, q_m, -1$:

– младшие степенные уравнения $q_m^2 - q_m - 1 = 0$;

– старшие степенные уравнения $q_m^{m+1} - q_m^m - 1 = 0$;

– крайние степенные уравнения $q_m^{m+1} - q_m - 1 = 0$.

Пропорции, как корни этих уравнений, являются частными случаями, проявляющимися в различных областях природы, науки, техники, общества.

Они закрепились и закрепляются, как инструменты и объекты при исследовании пропорций и поиске их проявлений, в следующих обозначениях:

$$\phi^2 - \phi - 1 = 0\,; \qquad (1)$$

$$p_m^{m+1} - p_m^m - 1 = 0\,; \qquad (2)$$

$$v_m^{m+1} - v_m - 1 = 0\,. \qquad (3)$$

Уравнение (1) характеризует классическую золотую пропорцию, уравнение (2) задает корни, соответствующие p-числам, исследованным А.П. Стаховым, уравнение (3) введено в математическую теорию гармонии Э.М. Сороко.

Классифицируем уравнения по соответствующим названиям: на младшие (квадратные) (s), старшие (p) и крайние (v) степенные уравнения.

3. Обобщение уравнений (1), (2), (3) путем расширения их количества, задавая перед членами каждого из них соответствующие коэффициенты m подобно формированию с помощью m двоичного кода, образно имея в виду заполнение m своего места в ряду коэффициентов, подобно заполнению счетчика импульсов.

Получим три группы по восемь уравнений каждая (табл.). Они характеризуют пропорции, выражающие пропорциональные гармоничные соотношения между частями и целым.

Таблица

Систематизация степенных уравнений, характеризующих гармоничные соотношения

	Квадратные (младшие степенные) уравнения, s-пропорции		Старшие степенные уравнения, p-пропорции Стахова А.П.	Крайние степенные уравнения, v-пропорции Сороко Э.М.
1	$s_\phi^2 - s_\phi = 1$	$\phi^2 - \phi = 1$	$p_m^{m+1} - p_m^m = 1$	$v_m^{m+1} - v_m = 1$
2	$s_{r_m}^2 - s_{r_m} = m$	$r_m^2 - r_m = m$	$p_{r_m}^{m+1} - p_{r_m}^m = m$	$v_{r_m}^{m+1} - v_{r_m} = m$
3	$s_{s_m}^2 - ms_{s_m} = 1$	$s_m^2 - ms_m = 1$	$p_{s_m}^{m+1} - mp_{s_m}^m = 1$	$v_{s_m}^{m+1} - mv_{s_m} = 1$
4	$s_{f_m}^2 - m_{f_m} = m$	$f_m^2 - mf_m = m$	$p_{f_m}^{m+1} - mp_{f_m}^m = m$	$v_{f_m}^{m+1} - mv_{f_m} = m$
4а	$s^2 - ms = q$	$x^2 - mx = q$	$p^{m+1} - mp^m = q$	$v^m - mv = q$
5	$ms_{a_m}^2 - s_{a_m} = 1$	$ma_m^2 - a_m = 1$	$mp_{a_m}^{m+1} - p_{a_m}^m = 1$	$mv_{a_m}^{m+1} - v_{a_m} = 1$
6	$ms_{b_m}^2 - s_{b_m} = m$ $s_{b_m}^2 - \frac{s_{b_m}}{m} = 1$	$mb_m^2 - b_m = m$ $b_m^2 - \frac{b_m}{m} = 1$	$mp_{b_m}^{m+1} - p_{b_m}^m = m$ $p_{b_m}^{m+1} - \frac{p_{b_m}^m}{m} = 1$	$mv_{b_m}^{m+1} - v_{b_m} = m$ $v_{b_m}^{m+1} - \frac{v_{b_m}}{m} = 1$
7	$ms_{c_m}^2 - ms_{c_m} = 1$ $s_{c_m}^2 - s_{c_m} = \frac{1}{m}$	$mc_m^2 - mc_m = 1$ $c_m^2 - c_m = \frac{1}{m}$	$mp_{c_m}^{m+1} - mp_{c_m}^m = 1$ $p_{c_m}^{m+1} - p_{c_m}^m = \frac{1}{m}$	$mv_{c_m}^{m+1} - mv_{c_m} = 1$ $v_{c_m}^{m+1} - v_{c_m} = \frac{1}{m}$
8	$ms_{d_m}^2 - ms_{d_m} = m$ $s_{d_m}^2 - s_{d_m} = 1$ $s_\phi^2 - s_\phi = 1$	$md_m^2 - md_m = m$ $d_m^2 - d_m = 1$ $\phi^2 - \phi = 1$	$mp_{d_m}^{m+1} - mp_{d_m}^m = m$ $p_{d_m}^{m+1} - p_{d_m}^m = 1$ $p_m^{m+1} - p_m^m = 1$	$mv_{d_m}^{m+1} - mv_{d_m} = m$ $v_{d_m}^{m+1} - v_{d_m} = 1$ $v_m^{m+1} - v_m = 1$

Так же введем в систему под № 4а соответствующие уравнения. Уравнение $x^2 - mx = q$ обобщает четыре первых квадратных уравнения. Их изначально рассмотрели В. Шпинадель [13] и А.П. Стахов [3], свойства сечений на примере геометрического сопоставления частей линейного отрезка исследовал С.Л. Василенко [2].

Например, пропорции, базирующиеся на уравнении $p_m^{m+1} - mp_m^m = 1$, исследовал А.П. Стахов [4], которые позволили расширить понятие гиперболических функций, им же с соавторами введенное в теории гармонии.

Систематизацию, приведенную в таблице, можно провести для получения обратных $\bar{q}_m$-пропорций из уравнения $\bar{q}_m^{m+1} + \bar{q}_m^m + \ldots + \bar{q}_m^2 + \bar{q}_m - 1 = 0$.

Кстати, аналогичную систематизацию можно осуществить и среди уравнений, получаемых из разобщения q-уравнений, для любого количества членов уравнения, например, четырех членное уравнение $x^3 - x^2 - x = 1$ и т. п.

От математического описания процессов к уравнениям

Снова мелкий повтор, но
он не властен учету,
ведь всё в мире повторно
лишь по крупному счету.

Перейдем к систематизации уравнений, полученных из математического описания различных *процессов*. Рассмотрим некоторые из них: 1) создание целого из суммы или разности двух частей, 2) рекуррентные последовательности, 3) деление целого на части, 4) обратные значения целого, 5) тождества, 6) вычитание числа два, возведение в квадрат, извлечение квадратных корней.

1. Разность двух частей

1) Пусть результат, как какое-либо единое целое, определяется в виде разности двух обратно пропорциональных величин x и $\frac{1}{x}$.

Тогда единичное целое определится тождеством $x-\frac{1}{x}=1$, где $x>1$.

Тождество эквивалентно уравнению

$$x^2-x=1,\ x^2-x-1=0$$

с корнями

$$x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2},\ x_1=1{,}618\ldots,\ x_2=-0{,}618\ldots.$$

Ясно, что и тождество и уравнение характеризуют золотую пропорцию ϕ и $-\bar{\phi}$.

Взаимообратные величины здесь взяты как есть, т. е. с равными весами.

Но возможно и иное. Одну из величин или обе можно брать с некоторым весом m. Более того, и результат их разности можно брать не единичным, а с весом m.

В итоге получим следующие варианты с учетом 1) $x-\frac{1}{x}=1$, который также запишем в общем массиве:

$$1)\ x-\frac{1}{x}=1;\quad 2)\ x-\frac{m}{x}=1;\quad 3)\ x-\frac{1}{x}=m;\quad 4)\ x-\frac{m}{x}=m;$$

$$5)\ mx-\frac{1}{x}=1;\ 6)\ mx-\frac{m}{x}=1;\ 7)\ mx-\frac{1}{x}=m;\ 8)\ mx-\frac{m}{x}=m.$$

Они приводят к соответствующим квадратным уравнениям, характеризующим квадратичные (младшие степенные) пропорции, приведенные в таблице:

$$1)\ x^2-x-1=0;\quad 2)\ x^2-x-m=0;\quad 3)\ x^2-mx-1=0;\quad 4)\ x^2-mx-m=0;$$

$$5)\ mx^2-x-1=0;\ 6)\ mx^2-x-m=0;\ 7)\ mx^2-mx-1=0;\ 8)\ mx^2-mx-m=0.$$

2. Рекуррентные последовательности

1) Пусть процесс характеризуется рекуррентной последовательностью каких-либо значений, измеряемых в каких-либо единицах измерения. В общем виде ими могут быть числа, интервалы времени, интервалы длины и т. д.

Пусть рекуррентная закономерность задается двумя числами $u_n = u_{n-2} + u_{n-1}$ при определенных начальных u_1 и u_2, или в системной записи $\begin{cases} u_1, u_2, \\ u_n = u_{n-2} + u_{n-1}. \end{cases}$

Известно, что при начальных числах $u_1 = u_2 = 1$ формируются числа Фибоначчи

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 и т.д.

Начальные числа $u_1 = 2$ и $u_2 = 1$ приводят к ряду Люка

2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47 и т.д.

Разделив обе части уравнения на $u_{n-1} \neq 0$, получают $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{u_{n-2}}{u_{n-1}} + 1.$

Обозначение $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{u_{n-1}}{u_{n-2}} = \phi$ приводит к записи $\phi = \frac{1}{\phi} + 1$.

Откуда следует уравнение $\phi^2 - \phi - 1 = 0$ с корнями золотой пропорции.

Последовательность формируется путем суммирования двух предыдущих чисел.

Но возможно и иное. Одно из чисел или оба из них можно брать с некоторым весом m. Получим следующие варианты с учетом пункта 1):

1) $u_n = u_{n-2} + u_{n-1}$;

2) $u_n = mu_{n-2} + u_{n-1}$;

3) $u_n = u_{n-2} + mu_{n-1}$;

4) $u_n = mu_{n-2} + mu_{n-1}$.

После почленного деления на $u_{n-1} \neq 0$, что позволяет определить соотношение между последующим и предыдущим членами последовательности, они приводят к соответствующим выражениям:

1) $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{u_{n-2}}{u_{n-1}} + 1$;

2) $\frac{u_n}{u_{n-1}} = m\frac{u_{n-2}}{u_{n-1}} + 1$;

3) $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{u_{n-2}}{u_{n-1}} + m$;

4) $\frac{u_n}{u_{n-1}} = m\frac{u_{n-2}}{u_{n-1}} + m$

или

1) $x = \frac{1}{x} + 1$; 2) $x = \frac{m}{x} + 1$; 3) $x = \frac{1}{x} + m$; 4) $x = \frac{m}{x} + m$.

Откуда следуют уравнения, идентичные рассмотренным выше.

Отметим, что уравнения, как обобщения рекуррентных последовательностей, выявляют с помощью своих корней соотношения между соседними членами последовательности, не различая, т. е. теряя начальные исходные условия.

3. Деление целого на части

1) Пусть процесс характеризуется делением целого на две части, находящиеся в определенных соотношениях между целым и его частями.

Если большая часть A так относится к меньшей части a, как целое $A+a$ относится к большей части, т.е.

$$\frac{A}{a}=\frac{A+a}{A},$$

то такое деление называется золотым делением или сечением.

Из пропорции следует

$$\frac{A}{a}=\frac{a}{A}+1,\ x=\frac{1}{x}+1,$$

что характеризует золотое сечение, принимая обозначение $\phi=\frac{1}{\phi}+1$ и приводя к уравнению $\phi^2-\phi-1=0$.

Возможны и иные соотношения между целым и его частями:

2) $\frac{A}{a}=\frac{ma+A}{A}$, $\frac{A}{a}=\frac{ma}{A}+1$, $x=\frac{m}{x}+1$;

3) $\frac{A}{a}=\frac{a+mA}{A}$, $\frac{A}{a}=\frac{a}{A}+m$, $x=\frac{1}{x}+m$;

4) $\frac{A}{a}=\frac{ma+mA}{A}$, $\frac{A}{a}=\frac{ma}{A}+m$, $x=\frac{m}{x}+m$, здесь $\frac{A}{a}=m\frac{a+A}{A}$;

5) $m\frac{A}{a}=\frac{a+A}{A}$, $m\frac{A}{a}=\frac{a}{A}+1$, $mx=\frac{1}{x}+1$, здесь $\frac{A}{a}=\frac{1}{m}\cdot\frac{a+A}{A}$;

6) $m\frac{A}{a}=\frac{ma+A}{A}$, $m\frac{A}{a}=\frac{ma}{A}+1$, $mx=\frac{m}{x}+1$;

7) $m\frac{A}{a}=\frac{a+mA}{A}$, $m\frac{A}{a}=\frac{a}{A}+m$, $mx=\frac{1}{x}+m$;

8) $m\frac{A}{a}=\frac{ma+mA}{A}$, $m\frac{A}{a}=\frac{ma}{A}+m$, $mx=\frac{m}{x}+m$.

Откуда следуют уравнения, идентичные выше приведенным.

4. Обратные значения целого

1) Пусть процесс характеризуется взятием целого x, нахождением его обратного значения $\frac{1}{x}$, добавлением к результату 1, получив $\frac{1}{x}+1$, нахождением его обратного значения $\frac{1}{\frac{1}{x}+1}$, добавлением 1, т.е. $\frac{1}{\frac{1}{x}+1}+1$ и т.д. [1].

Процесс обычно записывается от обратного в виде $1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{x}}$, что эквивалентно фрактальному равенству $x=1+\frac{1}{x}$. Откуда следует уравнение, соответствующее золотой пропорции.

Поистине, чтобы сделать объект лучше, его следует многократно перевернуть, смешивая с постоянной добавкой. Так хозяйки замешивают тесто.

Оперируя с весами *m*, можно организовать следующие процессы.

2) Переворачивание, взятие *m* частей и добавление 1, т. е.

$$x,\ \frac{1}{x},\ \frac{m}{x},\ \frac{m}{x}+1,\ \frac{1}{\frac{m}{x}+1},\ \frac{m}{\frac{m}{x}+1},\ \frac{m}{\frac{m}{x}+1}+1 \text{ и т.д.}$$

Записав процесс от обратного, получим $1+\cfrac{m}{1+\cfrac{m}{x}}$, что эквивалентно фрактальному равенству $x=1+\frac{m}{x}$, которое приводит к уравнению $x^2-x-m=0$.

3) Переворачивание с добавлением *m*, т.е.

$$x,\ \frac{1}{x},\ \frac{1}{x}+m,\ \frac{1}{\frac{1}{x}+m},\ \frac{1}{\frac{1}{x}+m}+m \text{ и т. д.}$$

или

$$m+\cfrac{1}{m+\cfrac{1}{x}}.$$

Последнее эквивалентно фрактальному равенству $x=m+\frac{1}{x}$, приводящее к уравнению $x^2-mx-1=0$.

4) Переворачивание, взятие *m* частей и добавление *m*, т.е.

$$x,\ \frac{1}{x},\ \frac{m}{x},\ \frac{m}{x}+m,\ \frac{1}{\frac{m}{x}+m},\ \frac{m}{\frac{m}{x}+m},\ \frac{m}{\frac{m}{x}+m}+m \text{ и т. д.}$$

или

$$m+\cfrac{m}{m+\cfrac{m}{x}},\ x=m+\frac{m}{x},$$

что соответствует уравнению $x^2-mx-m=0$.

Дробные *f*-пропорции, основанные на симметричных цепных дробях $m+\cfrac{m}{m+\cfrac{m}{m+\ldots}}$, задают уравнение $f_m^2-mf_m-m=0$ [7].

5. Сущности и тождества

Скучны, монотонны
равнины без гор.
«Числа бездонны», –
изрёк Пифагор.

1) Пусть процесс характеризуется взятием целого *x*, извлечением из него квадратного корня $\sqrt{x}$, добавлением к результату 1, получив $\sqrt{x}+1$, как у Пифагора, и далее в развитие, придав динамичность процессу, извлечением квадратного корня $\sqrt{\sqrt{x}+1}$, добавлением единицы $\sqrt{\sqrt{x}+1}+1$, извлечением квадратного корня $\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}+1}+1}$ и т.д.

Процесс обычно записывается в виде

$$x\,,\ \sqrt{x}\,,\ 1+\sqrt{x}\,,\ \sqrt{1+\sqrt{x}}\,,\ 1+\sqrt{1+\sqrt{x}}\,,\ \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{x}}}\ \text{ и т.д.,}$$

что означает фрактальное равенство $x=\sqrt{1+x}$, откуда следует уравнение золотой пропорции.

Оперируя с весами *m*, можно организовать следующие процессы.

2) $x\,,\ \sqrt{x}\,,\ m+\sqrt{x}\,,\ \sqrt{m+\sqrt{x}}\,,\ m+\sqrt{m+\sqrt{x}}\,,\ \sqrt{m+\sqrt{m+\sqrt{x}}}$ и т. д.,

фрактальное равенство

$$x=\sqrt{m+x}\,,$$

приводящее к уравнению $x^2-x-m=0$.

Здесь $x=\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{m+\sqrt{m+\sqrt{m+\ldots}}}=r_m\,,$

где *m* – любое действительное число, включая нуль, определяющее номер коэффициента *r*;

n – целое число, определяющее количество чисел *m* под знаком корня.

Комментируя приведенный результат языком Пифагора для $m=x$, промежуточные значения процесса означают следующее:

$\sqrt{x}$ – сущность числа *x*,

$x+\sqrt{x}$ – тождество числа *x*.

Расширив определения Пифагора, получим:

$\sqrt{x+\sqrt{x}}$ – вторичная сущность числа,

$x+\sqrt{x+\sqrt{x}}$ – вторичное тождество числа и т. д.

Предел как правильный бесконечный повторный корень $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\ldots}}}$ назван истинной сущностью числа *x* [9].

Решение подсказали трактовки Пифагора, поэтому не удержимся от более возвышенного изложения в виде строк, вынесенных в эпиграф данного подраздела статьи.

Процесс представляет собой смешивание сущностей числа с *m*

3) Смешивание сущностей, увеличенных в *m* раз, с единицей:

x, $m\sqrt{x}$, $1+m\sqrt{x}$, $\sqrt{1+m\sqrt{x}}$, $m\sqrt{1+m\sqrt{x}}$, $1+m\sqrt{1+m\sqrt{x}}$, $\sqrt{1+m\sqrt{1+m\sqrt{x}}}$ и т.д.,

фрактальное равенство

$$x=\sqrt{1+mx},$$

соответствующее уравнению $x^2-mx-1=0$.

4) Смешивание сущностей, увеличенных в m раз, с m:

x, $m\sqrt{x}$, $m+m\sqrt{x}$, $\sqrt{m+m\sqrt{x}}$, $m\sqrt{m+m\sqrt{x}}$, $m+m\sqrt{m+m\sqrt{x}}$,

$\sqrt{m+m\sqrt{m+m\sqrt{x}}}$ и т.д.,

Порождает фрактальное равенство

$$x=\sqrt{m+mx},$$

соответствующее уравнению $x^2-mx-m=0$.

Корневые r-пропорции, основанные на правильных повторных корнях $\sqrt{m+\sqrt{m+\sqrt{m+\ldots}}}$, задают уравнение $r_m^2-r_m-m=0$.

6. Двоично-квадратичная модель

Процесс-механизм формирования с помощью задающего числа m и числа 2 характеризуется следующими действиями:

– взятие целого m;

– возведение в квадрат m^2;

– добавление числа 2 m^2+2;

– возведение в квадрат $\left(m^2+2\right)^2$;

– вычитание числа 2 $\left(m^2+2\right)^2-2$;

– возведение в квадрат $\left(\left(m^2+2\right)^2-2\right)^2$;

– вычитание 2-х $\left(\left(m^2+2\right)^2-2\right)^2-2$;

– возведение в квадрат $\left(\left(\left(m^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2$;

– вычитание 2-х $\left(\left(\left(m^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-2$;

– и так далее;

– извлечение квадратных корней количество раз, равных числу всех квадратов процесса, включая степень числа m:

$$s_m = \lim_{n\to\infty} \sqrt[2^n]{\left(\left(\left(\left(m^2+2\right)^2-2\right)^2-2\right)^2-\ldots\right)^2-2}\,.$$

При этой модели достигается быстрое и высокоточное приближение к значению-аттрактору пропорции буквально за три-четыре шага-процесса [10, 8].

В части рассмотренных процессов веса можно брать со значениями $1/m$, что позволит получить восемь уравнений в группе.

Процессы-действия, аналогичные рассмотренным, можно провести для получения групп старших степенных уравнений, характеризующих систему p-пропорций, и крайних степенных уравнений, характеризующих систему v-пропорций.

На пороге новых глав «Математики гармонии»

Травы плачут росами
на пороге лета.
Вновь бренны вопросами
все мои ответы.

1. Рассмотренные процессы позволяют *систематизировать* уравнения, характеризующие гармоничные соотношения, известные доселе.

Процессы, а именно создание целого из частей, последовательность, сечение, обратная величина, тождество, *имеют начальные условия*.

Математические выражения, описывающие данные процессы, приводят к одинаковым квадратным (квадратичным) уравнениям. Они впитали в себя основные однотипные свойства, принадлежащее различным процессам, придя к гармонии как к пропорции, темпу роста, истинной сущности числа. *Начальные условия в уравнениях утрачены*, что подчеркивали многие авторы. Уравнение позволяет определить корень, как число, характеризующее соотношение параметров процесса.

2. Поиск новых подходов, методов и моделей гармонии не просто продолжается, а находится на пороге развилки-бифуркации мерности миров. Это констатируют авторы Академии тринитаризма [6, 5].

Процессы-механизмы, изученные благодаря «Алгебре гармонии», возьмем с собой. Здесь к Алгебре мы относим и арифметику, и геометрию, и тригонометрию, и теорию бесконечно малых и бесконечно больших. Они (процессы) во многом справедливы в системах различной мерности.

У храмов наук затяжные ступени…

P.S. Четверостишья-эпиграфы – авторские.

Пропорции представляют собой
как предмет исследования,
так и метод познания.
По Б.В. Гладкову

Источники: печатные и электронные публикации

1. *Алферов С.А.* Обобщенная формула Золотой пропорции // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 12686, 08.12.2005. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320009.htm.

2. *Василенко С.Л.* Аналитика «золотых» пропорций // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 14795, 12.05.2008. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321085.htm.

3. *Стахов А.П.* «Металлические Пропорции» Веры Шпинадель // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 12532, 25.10.2005. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02320029.htm.

4. *Стахов А.П.* О новом обобщении чисел Фибоначчи и «золотой пропорции» // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 14681, 02.01.2008. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321073.htm.

5. *Стахов А.П.* К завершению Международного online семинара по Математике Гармонии (ноябрь, декабрь 2011-январь 2012) // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 17273, 31.01.2012. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322146.htm.

6. *Татур В.Ю.* «Золотое сечение» в многомерной Вселенной // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 17266, 28.01.2012. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322140.htm.

7. *Шенягин В.П.* Дробные *f*-пропорции // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 17213, 13.01.2012. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322120.htm.

8. *Шенягин В.П.* Механизм формирования *s*-пропорций // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ.17194, 08.01.2012. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322112.htm.

9. *Шенягин В.П.* «Пифагор, или Каждый создает свой миф» – четырнадцать лет с момента первой публикации о квадратичных мантиссовых *s*-пропорциях // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 17031, 27.11.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322050.htm.

10. *Шенягин В.П.* Система обратных чисел с равными мантиссами и их представление степенями золотой пропорции и числом два / 55-я научно-техническая конференция МИРЭА. Сборник трудов. В 4-х частях. Ч. 2. Физико-математические науки / Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики (технический университет)». – М.: МИРЭА, 2006. – 124 с., с. 18-24.

11. *Шенягин В.П.* Системы пропорций и их использование при формировании сигналов / Международная научно-техническая конференция к 100-летию со дня рождения В.А. Котельникова: Москва, 21-23 октября 2008 г.: Тезисы докладов. – М.: Издательский дом МЭИ, 2008. – 176 с, с. 43-45.

12. *Ясинский С.А.* Прикладная «золотая» математика и ее приложения в электросвязи. – М.: Горячая линия–Телеком, 2004. – 239 с., с. 13-15.

13. *Vera W. De Spinadel*. The metallic means family and forbidden symmetries the metallic means family and forbidden symmetries // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 12603, 18.11.2005. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/avtr/01/0529-00.htm.