И.С.ТКАЧЕНКО

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ, ПОСТРОЕННЫЕ НА ОСНОВЕ КОРНЕЙ ПРИВЕДЕННОГО КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

Аннотация. Данная статья является продолжением начатых нами исследований о корнях приведенного квадратного уравнения, опубликованных в работе[1].

Введение. Известно, что приведенное квадратное уравнение

$$x^2 + px + q = 0$$

имеет корни

$$x_1 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

и

$$x_2 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2},$$

которые фактически являются функциями, зависимыми от p и q, то есть это будет

$$x_1 = f(p,q) \quad \text{и} \quad x_2 = f(p,q)\ ,$$

а взаимная связь, между ними установлена соотношением

$$x_2 = -qx_1^{-1}.$$

Постановка задачи. Рассмотрим суммы и разности корней приведенного квадратного уравнения как сложные функции нескольких переменных.

Полученные результаты. Сумма корней как функция нескольких переменных в общем виде идентична в определенном смысле формуле Бинэ для случая дискретности при формировании последовательностей чисел Люка

$$S(p,q,t) = f(p,q)^t + q^t f(p,q)^{-t}.$$

Разность же корней как функция нескольких переменных в общем виде идентична в определенном смысле формуле Бинэ для случая дискретности при формировании последовательностей чисел Фибоначчи

$$R(p,q,t)=\frac{f(p,q)^t-q^t f(p,q)^{-t}}{\sqrt{p^2-4q}}.$$

Например. При $p=q=-1$ имеем

$$x_1(-1,-1)=\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1.618033989\ ...$$

Это есть число Фидия и является основанием для задания симметричных гиперболических функций синуса и косинуса Люка:

$$sl(-1,-1,t)=\phi^t-\phi^{-t}$$

и

$$cl(-1,-1,t)=\phi^t+\phi^{-t}$$

а также соответственно и гиперболических функций синуса и косинуса Фибоначчи

$$sf(-1,-1,t)=\frac{\phi^{2t}-\phi^{-2t}}{\sqrt{5}}$$

и

$$cf(-1,-1,t)=\frac{\phi^{2t}+\phi^{-2t}}{\sqrt{5}},$$

здесь также корень квадратный из 5 вычисляем через значения p,q:

$$\sqrt{5}=\sqrt{(-1)^2-4(-1)}.$$

Пусть $p=-2$ и $q=-1$, а тогда $x_1=1+\sqrt{2}$, что известно как серебряное сечение и соответственно с ним будут задаваться серебреные функции.

Таким образом, можно сделать вывод, что изменяя значения p и q, а также, учитывая возможность их задания как непрерывные величины для функции

$$x_1=f(p,q),$$

перейдем к введению пространственных симметричных гиперболических функций синуса и косинуса

$$sH(p,q,t)=\frac{(f(p,q))^t-(f(p,q))^{-t}}{2}$$

и

$$cH(p,q,t)=\frac{(f(p,q))^t+(f(p,q))^{-t}}{2}$$

со всеми вытекающими свойствами, которые являются идентичными известным свойствам гиперболических функций Эйлера, гиперболических функций Фибоначчи, гиперболических функций Люка[2,3] и других, а поэтому нет смысла повторяться. Если же кому-то это представляется как новый научный интерес, то он может выполнить, по нашему мнению, механические операции свойственные уровню математической подготовки школьника средней школы. Учитывая полученные нами ранее результаты при доказательстве теоремы о n −х степенях корней приведенного квадратного уравнения[1], имеем формальную предпосылку к тому, что можем ввести и такое задание пространственных гиперболических функций синуса и косинуса

$$sH(p,q,t)=\frac{(f(p,q))^t-(f(p,q))^{-t}}{\sqrt{p^2-4q}}$$

и

$$cH(p,q,t)=\frac{(f(p,q))^t+(f(p,q))^{-t}}{\sqrt{p^2-4q}}.$$

Эти функции в определенном смысле являются схожими функциям Фибоначчи ($p=q=-1$), а также схожими функциям Люка ($p=q=-1$)

$$sH(p,q,t)=(f(p,q))^t-(f(p,q))^{-t}$$

и

$$cH(p,q,t)=(f(p,q))^t+(f(p,q))^{-t}.$$

Для целочисленных значений t фактически осуществляется сечение пространственной поверхности плоскостями. Предложенные нами представления пространственных гиперболических функций при задаваемых конкретных значениях $p,q,t,$ будут генерировать последовательности чисел, среди которых многие приведены в OEIS, а многие могут быть еще и найдены.

Например. При $p=-2$ и $q=-1$ имеем $x_1=f(-2,-1)=1+\sqrt{2}$, а это для пространственного гиперболического косинуса схожего на Фибоначчи функции, получим функцию

$$cH(-2,-1,t)=\frac{(1+\sqrt{2})^t+(1+\sqrt{2})^{-t}}{\sqrt{2}},$$

которая при целых и нечетных значениях t генерирует последовательность чисел(A074608): 2,10,58,…, а функция

$$sH(-2,-1,t)=\frac{(1+\sqrt{2})^t-(1+\sqrt{2})^{-t}}{\sqrt{2}}$$

при целых четных значениях t генерирует последовательность чисел(A005319): 0,4,24, 140,… .

Вывод. Полученный результат свидетельствует еще один раз о том, что наше мироздание гиперболично, а множества пространственных гиперболичных функций могут быть заданы и необязательно как функции корней приведенного квадратного уравнения. Это могут быть сложные пространственные гиперболические функции многих переменных $x_1, x_2, \dots, x_n, t$ такие как, соответственно для синуса и косинуса

$$sH(x_1,x_2,\dots x_n,t)=\frac{(f(x_1,x_2,\dots x_n))^t-(f(x_1,x_2,\dots x_n))^{-t}}{2}$$

и

$$cH(x_1,x_2,\dots x_n,t)=\frac{(f(x_1,x_2,\dots x_n))^t+(f(x_1,x_2,\dots x_n))^{-t}}{2}$$

симметричного представления.

Литература

1.И.С.Ткаченко. Теорема о $n-$х степенях приведенного квадратного уравнения//«АкадемияТринитаризма», М.Эл.№77-6567,публ.17312. 14.02.2012.

2. И.С Ткаченко, А.П.Стахов. Гиперболическая тригонометрия Фибоначчи // Доклады Академии наук Украины, Вып.7: 1993. — С. 9–14.

3. А.П.Стахов, Б.Н.Розин «Золотые» гиперболические модели Природы // «Академия тринитаризма», М., Эл. №77-6567,публ. 12616.