В.П. Шенягин

p-пропорции в образе модифицированной пифагорейской трактовки сущности и тождества числа

Содержание

Постановка задачи

Озарение случается, когда пухнущая голова
проваливается на уровень «дважды два»,
в то время как счет идет на миллионы.
В. Босс

Известно пифагорейское суждение о сущности и тождестве числа и его трактовка в виде [1]:

x – число;

$\sqrt{x}$ – сущность числа;

$x+\sqrt{x}$ – тождество числа.

Запишем его в виде триады

$$x \to \sqrt{x} \to x+\sqrt{x}. \qquad (1)$$

В работе [2] рассматривается тождество

$$x + x = x \cdot x, \qquad (2)$$

в котором x обладает аддитивно-мультипликативным свойством равновесия значений, будучи самим с собой сложенным и перемноженным.

Корнями уравнения, следующего из (2), $x^2 - 2x = 0$ являются 0 и 2, создающие тождества $0+0=0\cdot 0=0^0$ и $2+2=2\cdot 2=2^2$. В них дополнительно фигурирует операция возведения в свою же степень, что приводит к желанию записать (2) в виде $x + x^n = xx^n$ или

$$x + x^{n+1} = xx^{n+1}. \qquad (3)$$

Тождество (3) является новым условием, приводящим к *p*-пропорциям А.П. Стахова.

Действительно, из условия (3) следует уравнение $x^{n+2}-x^{n+1}-x=0$; $x\left(x^{n+1}-x^{n}-1=0\right)$. Откуда $x_1=0$ и

$$x^{n+1}-x^{n}-1=0. \qquad (4)$$

Последнее уравнение в записи

$$p_m^{m+1}-p_m^{m}-1=0 \qquad (5)$$

выражает p_m-пропорции, введенные и исследованные А.П. Стаховым [3].

В результате к многочисленным уникальным свойствам *p*-констант добавим следующее: *если сумма и произведение числа p и его* (*m*+1)*-ой степени равны, т.е.* $p_m+p_m^{m+1}=p_m p_m^{m+1}$*, то число выражает собой* p_m*-константу*.

Тождество (3) подано здесь несколько сумбурно. Последовательно и логично к нему мне удалось прийти, опираясь на пифагорейское суждение о числе, его сущности и тождестве, что и изложим в первой части статьи.

Усомнись во всем, по крайней мере, один раз,
и пусть не будет исключением из этого и аксиома
«дважды два – четыре».
Г.Х. Лихтенберг (1742-1799)

1. Пифагорейская трактовка сущности и тождества числа и ее модификация

Гении прокладывают дороги в науках,
а люди, обладающие умом и вкусом,
разравнивают и украшают их.
Г.К. Лихтенберг

1.1. Пифагорейская трактовка корневой сущности и тождества числа

Во многих сочинениях знаменитого писателя
я бы охотней прочитал то, что он вычеркнул,
чем то, что он оставил.
Г.К. Лихтенберг

Рассмотрим модели, характеризующие число, его сущность и тождественность. Далее вместо термина *тождественность* станем, в основном, употреблять слово *тождество*. Именно тождество и станет выступать в качестве ключевого фактора, будучи основанном на числе и его сущности. И еще, нас будет интересовать тождественное равенство суммы и произведения сущности числа и собственно числа. Вначале рассмотрим классическую пифагорейскую модель.

1) *Корневая сущность числа и тождество как их сумма*. По Пифагору (1): x – число, $\sqrt{x}$ – сущность числа, $x+\sqrt{x}$ – тождество числа. Тождество порождается операцией суммирования числа с его корневой сущностью. Модель 1 (по Пифагору) – тождество числа есть сумма числа и его корневой сущности $x+\sqrt{x}$.

Создадим модифицированные модели. Вначале рассмотрим те из них, которые характеризуют число, его *корневую* сущность и тождество.

1.2. Модифицированные модели, характеризующие число, его *корневую* сущность и тождество

> «Таким образом, Грэй жил в с в о е м мире.
> ...Все намеки его души, все разрозненные черты духа и оттенки тайных порывов соединились в одном сильном моменте и, тем получив стройное выражение, стали неукротимым желанием.
> До этого он как бы находил лишь отдельные части с в о е г о сада – просвет, тень, цветок, дремучий и пышный ствол – во множестве садов и н ы х, и вдруг увидел их ясно, все – в прекрасном, поражающем соответствии.
> *А. Грин. Алые паруса. Феерия*. II. Грэй.

2) *Корневая сущность числа и тождество как их произведение*. По Пифагору, сумма как математическая операция уступает по значимости умножению. Используем пифагорейское суждение для составления модифицированной модели тождества с заменой операции суммирования на операцию умножения. Получим: x – число, $\sqrt{x}$ – сущность числа, $x\sqrt{x}$ – тождество числа. Тождество порождается операцией умножения числа на его корневую сущность. Модель 2 – тождество числа есть произведение числа и его корневой сущности $x\sqrt{x}$.

3) *Корневая сущность числа и тождество как их произведение и как корень из суммы их квадратов*. Пифагорейскую триаду «число – сущность – тождество» воспримем в качестве величин, определяющих стороны прямоугольного треугольника, а именно: x – первый катет, $\sqrt{x}$ – второй катет, $x\sqrt{x}$ – гипотенуза. Но согласно теореме Пифагора гипотенуза такого треугольника равна величине $\sqrt{x^2+x}$. Отсюда следует равенство $x\sqrt{x}=\sqrt{x^2+x}$. Модель 3 (корневая композиционная) – тождество числа одновременно есть произведение числа и его корневой сущности, а также корень из суммы их квадратов $x\sqrt{x}=\sqrt{x^2+x}$. Ясно, что здесь $x=\phi$ и треугольник является треугольником П.Я. Сергиенко.

4) *Корневая сущность числа и тождество как сумма их квадратов*. Тождество в модели 3 является корнем $\sqrt{x^2+x}$. Но именно корень по Пифагору означает сущность. В таком случае корень $\sqrt{x^2+x}$ должен являться не тождеством, а сущностью тождества или вторичной сущностью числа. При таком рассуждении тождество определится выражением x^2+x.

В результате приходим к модели: x – число, $\sqrt{x}$ – первичная сущность числа, $x^2+x=x^2+\left(\sqrt{x}\right)^2$ – тождество числа, $\sqrt{x^2+x}$ – вторичная сущность числа или сущность тождества числа. Модель 4 – тождество числа есть сумма квадратов числа и его корневой сущности x^2+x.

Мы вернулись к определению тождества по Пифагору в виде суммы, однако при этом суммируем не число и его корневую сущность, а их квадраты.

Трансформация тождеств при корневой сущности числа $\sqrt{x}$ прошла следующие преобразования: $x+\sqrt{x}\Rightarrow x\sqrt{x}\Rightarrow x\sqrt{x}=\sqrt{x^2+x}\Rightarrow x^2+x$.

Отвлечемся от моделей, основанных на корневой сущности числа, сосредоточившись на квадратичном, а затем и в целом степенном выражении тождества.

1.3. Модифицированные модели, характеризующие число, его *квадратичную* сущность и тождество

Я, конечно, не могу сказать, будет ли лучше, если все будет по-иному,
но вот что я могу утверждать;
все должно быть по-иному, если все должно стать лучше.
Г.К. Лихтенберг

5) *Квадратичная сущность числа и тождество как их сумма*. Модель 4, модифицированная по Пифагору, для получения тождества создана путем объединения операции суммирования и умножения в виде взятия второй степени: x – число, $\sqrt{x}$ – сущность числа, $x^2+\left(\sqrt{x}\right)^2$ – тождество числа. Тождество числа одновременно есть:

– сумма квадратов числа и его сущности $x^2+\sqrt{x}^2$ (модель 4);

– сумма числа и его квадрата, эквивалентного сущности, $x+x^2$.

Последняя фраза приводит к принципиально иной модели восприятия сущности, т.е. не в классическом по Пифагору виде $\sqrt{x}$, а в виде x^2.

Иными словами,

сущность числа является не столько корнем, сколько степенью числа

Переход к восприятию сущности в виде степенной модели, причем как целостной, так и дробной, позволяет сформулировать модель 5 в следующем виде: x – число, x^2 – сущность числа, $x+x^2$ – тождество числа. Модель 5 – тождество числа есть *сумма* числа и его квадратичной сущности $x+x^2$.

Тогда корневая сущность числа $\sqrt{x}$ в моделях 1-4 согласно математической выкладке по модели 5 запишется в степенном виде $x^{\frac{1}{2}}$. При этом модели 1 и 5 становятся подобными по сути. В них степени числа, означающие его сущность, инверсны, будучи $x^{\frac{1}{2}}$ и x^2. Модель 5, схожая с моделью 4, более предпочтительна, выводящая на следующее рассуждение.

6) *Квадратичная сущность числа и тождество как их произведение*. Объединение логики моделей 2 и 5 приводит к следующей модификации: x – число, x^2 – сущность числа, xx^2 – тождество числа. Тождество порождается операцией перемножения числа и его квадрата. Модель 6 – тождество числа есть *произведение* числа и его квадратичной сущности xx^2.

7) *Квадратичная сущность числа и тождество в виде равенства их суммы и произведения*. Обобщим модели 5 и 6, уравняв их результаты, подобно тому, как мы сделали это для моделей 1 и 2, придя к модели 3 в виде $x\sqrt{x}=\sqrt{x^2+x}$. Получим аддитивно-мультипликативное равенство $x+x^2=xx^2$, т.е. сумма числа и его квадрата равна их произведению.

Модель 7 (композиционная квадратичная) – тождество числа одновременно есть сумма и *произведение* числа и его квадратичной сущности

$$\boxed{x+x^2=xx^2} \qquad (6)$$

и тождество числа есть *сумма* квадратов числа и его корневой сущности

$$x^2+\sqrt{x}^2=x^2+x.$$

Мы располагаем двумя вариантами:

– определение сущности в виде квадрата числа x^2, а тождества – в виде их суммы $x+x^2$;

– определение сущности в виде корня $\sqrt{x}$, а тождества – в виде суммы их квадратов $x^2+\sqrt{x}^2=x^2+x$.

Трансформация тождеств при квадратичной сущности числа x^2 прошла следующие преобразования: $x+x^2 \Rightarrow xx^2 \Rightarrow x+x^2=xx^2$. Сведем данные в таблицу 1.

Таблица 1

Корневые и квадратичные модели тождества числа

	модель 1	модель 2	модель 4	модель 5	модель 6
число	x	x	x	x	x
сущность числа	$\sqrt{x}$	$\sqrt{x}$	$\sqrt{x}$	x^2	x^2
тождество числа	$x+\sqrt{x}$	$x\sqrt{x}$	x^2+x	$x+x^2$	xx^2
	модель 3			модель 7	
	$\sqrt{x^2+x}=x\sqrt{x}$			$x+x^2=xx^2$	

Переосмысление пифагорейской трактовки сущности числа в качестве его степени и добавление при трактовке тождества к операции суммирования числа и сущности также операции умножения и принятия их равенства позволило создать равновесную композиционную триадную модель «сущность числа – число – тождество числа» в виде (6) $x+x^2=xx^2$.

8) *Обобщенная запись композиционной степенной модели*. Перед этим рассмотрим кубическую сущность числа и тождество как их сумму, приводящие к тождеству $x+x^3=xx^3$. Откуда следует уравнение $x^4-x^3-x=0$; $x\left(x^3-x^2-1\right)=0$, корень $x_1=0$ и уравнение $x^3-x^2-1=0$. Уравнение в записи А.П. Стахова $p_2^3-p_2^2-1=0$ имеет корни, соответствующие вторым p_2-пропорциям.

Инверсия показателя степени приводит к тождеству $x+x^{\frac{1}{3}}=xx^{\frac{1}{3}}$. Здесь в качестве сущности использован кубический корень числа, что дает запись $x+\sqrt[3]{x}=x\cdot\sqrt[3]{x}$; $x\cdot\sqrt[3]{x}-x-\sqrt[3]{x}=0$; $\sqrt[3]{x}\left(x-\sqrt[3]{x^2}-1\right)=0$. Откуда следует $\sqrt[3]{x}=0$ и $x-\sqrt[3]{x^2}-1=0$.

Композиционная модель в обобщенной записи примет вид (табл. 2):

$$\boxed{x+\sqrt[n+1]{x}=x\cdot\sqrt[n+1]{x},\ \ldots,\ x+\sqrt{x}=x\sqrt{x},\ x+x=xx,\ x+x^2=xx^2,\ \ldots,\ x+x^{n+1}=xx^{n+1}.} \quad (7)$$

Триада числа, его сущности и тождественности (4) приводит к уравнениям:

$$\boxed{x-\sqrt[n+1]{x^n}-1=0,\ \ldots,\ x-\sqrt{x}-1=0,\ x^2-2x=0,\ x^2-x-1=0,\ \ldots,\ x^{n+1}-x^n-1=0.} \quad (8)$$

Модель 8 (композиционная степенная, выделим правую часть в (7) относительно центральной модели $x+x=xx$) – тождество числа одновременно есть сумма и произведение числа и его (n+1)-ой степенной сущности $x+x^{n+1}=xx^{n+1}$.

Таким образом модель 8 (7) подтверждает тождество (3). Триним, содержащий две максимальные степени в (8) $x^{n+1}-x^n-1=0$, соответствует (4) и (5) в записи А.П. Стахова $p_m^{m+1}-p_m^m-1=0$, задавая p_m -константы (пропорции).

Таблица 2

Обобщенная композиционная модель тождества

Тождество	Уравнение	Тождество	Уравнение
$x+\sqrt[n+1]{x}=x\cdot\sqrt[n+1]{x}$	$x-\sqrt[n+1]{x^n}-1=0$	$x+x=xx$	$x^2-2x=0$
$x+\sqrt[n]{x}=x\sqrt[n]{x}$	$x-\sqrt[n]{x^{n-1}}-1=0$	$x+x^2=xx^2$	$x^2-x-1=0$
$x+\sqrt[4]{x}=x\sqrt[4]{x}$	$x-\sqrt[4]{x^3}-1=0$	$x+x^3=xx^3$	$x^3-x^2-1=0$
$x+\sqrt[3]{x}=x\sqrt[3]{x}$	$x-\sqrt[3]{x^2}-1=0$	$x+x^4=xx^4$	$x^4-x^3-1=0$
$x+\sqrt{x}=x\sqrt{x}$	$x-\sqrt{x}-1=0$	$x+x^{n+1}=x\cdot x^{n+1}$	$x^{n+1}-x^n-1=0$

9) *n квадратичных сущностей числа и тождество в виде равенства их суммы и произведения*. Модель создается аналогично тождеству (6). Модель 9 – тождество числа одновременно есть сумма и произведение числа и *n* величин его квадратичной сущности $x+nx^2=x\cdot nx^2$.

1.4. Аддитивно-мультипликативные модели тождества

Рассмотренные модели тождества можно классифицировать на две группы: аддитивные и мультипликативные, здесь двухфакторные (трехфакторные использованы при рассмотрении новых условий, приводящих к золотым (металлическим) пропорциям):

– аддитивные модели: $x+\sqrt[n+1]{x}$, $x+\sqrt{x}$, $x+x^2$, $x+x^{n+1}$, $x+nx^2$;

– мультипликативные модели: $x\cdot\sqrt[n+1]{x}$, $x\sqrt{x}$, xx^2, xx^{n+1}, $x\cdot nx^2$.

Произведение должно быть значимее суммы тех же величин. Обычно произведение двух чисел больше их суммы, если они не дробные оба либо одно из них. Потому наибольший интерес представляет равенство суммы и произведения, которое порождает аддитивно-мультипликативную модель $x+x^{n+1}=xx^{n+1}$, как мы уже знаем, приводящую к новой особенности *p*-констант А.П. Стахова.

Модифицированная трактовка пифагорейского суждения о сущности и тождестве числа отражает необычный путь познания гармонии. Кратко коснемся этого.

2. Пифагорейский путь к познанию гармонии

Нельзя знать все, достаточно понимать.
Ж. Санд

2.1. Гармония в образе равенства суммы и произведения числа и его *степенной* сущности

Равенство, которого мы требуем, –
всего лишь наиболее терпимая степень неравенства.
Г.К. Лихтенберг

Проанализируем центральные и крайние формы композиционной модели (7) (табл. 2), в чем-то повторившись с изложенным выше ради системности.

1) *Нулевые отсчеты натурального и гармонического ряда в образе тождественности суммы и произведения числа x с самим собой*. Из центрального

условия в (7) $x+x=xx$ следует уравнение $x^2-2x=0$ с корнями $x_1=0$ и $x_2=2$. Корни показывают наличие у гармонии двух составляющих: натурального ряда с началом в точке 0 и гармонического ряда с началом в точке $2=\left|\sqrt{4}\right|$, что выявлено в [4, 5].

2) *Золотая пропорция в образе равенства суммы и произведения числа x и его квадрата, т.е. золотого тождества*. Из условия в (7) $x+x^2=xx^2$ следует уравнение $x^3-x^2-x=0$; $x\left(x^2-x-1\right)=0$, корень $x_1=0$ и уравнение $x^2-x-1=0$, эквивалентное $\phi^2-\phi-1=0$, корнями которого являются классические золотые константы $x_2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}=\phi$ и $x_3=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}=-\bar{\phi}$.

Мы получили новое прочтение золотой пропорции через следующее условие:

если сумма и произведение числа и его квадрата равны, *то число выражает собой классическую золотую пропорцию*

Следовательно, тождество $x+x^2=xx^2$ можно именовать *золотым тождеством*. Действительно, широко известно, что $\phi+\phi^2=\phi\phi^2=\phi^3$.

Для наглядности приведем численные величины:

для $\phi+\phi^2=\phi\phi^2=\phi^3$:

$1{,}618+2{,}618=4{,}236$;

$1{,}618\cdot 2{,}618=4{,}236$;

для $-\bar{\phi}+\bar{\phi}^2=-\bar{\phi}\cdot\bar{\phi}^2=-\bar{\phi}^3$:

$-0{,}618+0{,}382=-0{,}236$;

$-0{,}618\cdot 0{,}382=-0{,}236$.

3) *Квадро золотая пропорция на основе равенства суммы и произведения золотой пропорции и ее квадрата*. Условие в (7) $x+x^2=xx^2$ к тому же приводит к плоскостной квадратичной модели золотой пропорции, основанной на стороне квадрата величиной $\phi+\phi^2=\phi\phi^2=\phi^3$, изображенной на рисунке.

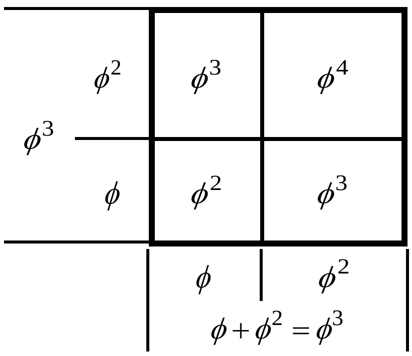

Рис. Квадро золотая пропорция

Квадро модель сводит воедино величины $\phi,\phi^2,\phi^3,\phi^4,\phi^6$. При чем $\phi+\phi^2\to\phi^3\leftarrow\phi\cdot\phi^2$, общая площадь квадрата равна $\phi^2+2\phi^3+\phi^4\to\phi^6\leftarrow\phi^3\cdot\phi^3$, площадь двух больших частей $\phi^3+\phi^4\to\phi^5\leftarrow\phi^2\phi^3$, площадь трех частей $\phi^2+2\phi^3=\phi^5$.

4) *Старшие степенные p-пропорции в образе равенства суммы и произведения числа x и его (n+1)-ой степени*. Данное условие выделим в отдельный подпункт 2.4, выражающий основной смысл статьи.

2.2. Гармония в образе равенства суммы и произведения числа и его *корневой* сущности

5) *Приход к квадрату золотой пропорции через равенство суммы и произведения числа x и его квадратного корня*. Из условия в (7) $x+\sqrt{x}=x\sqrt{x}$ следует уравнение $x\sqrt{x}-x-\sqrt{x}=0$; $\sqrt{x}\left(x-\sqrt{x}-1\right)=0$. Откуда $\sqrt{x}=0$ и $x_1=0$. Из $x-\sqrt{x}-1=0$ следуют корни $x_2=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}=\phi^2$, $x_3=\dfrac{\sqrt{5}-3}{2}=-\bar{\phi}^2$.

Примечательно, что все предыдущие модельные конструкции содержат нулевой корень.

6) *Геометрическая интерпретация тождества как произведение числа x и его квадратного корня.* Дадим интерпретацию тождества $x\sqrt{x}$ в понятиях: $\sqrt{x}=\left(\sqrt{x}\right)^1$ – линия, $x=\left(\sqrt{x}\right)^2$ – плоскость, $x\sqrt{x}=\left(\sqrt{x}\right)^3$ – объем. *Объем так относится к плоскости, как та – к линии*: $\dfrac{x\sqrt{x}}{x}=\dfrac{x}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}$.

7) *Временная интерпретация тождества как произведения числа x и его квадратного корня.* Образно допустим, что: $\sqrt{x}$ – прошлое, x – настоящее, $x\sqrt{x}$ – будущее. Прошлое есть сущность настоящего. Будущее – это произведение настоящего и прошлого. Здесь термин «произведение» означает не столько математический акт умножения, сколько акт творения как процесс и результат.

Сущность будущего – стать достойным прошлым, пройдя успешное настоящее.

Будущее так относится к настоящему, как настоящее к прошлому. Следствие: дети будут так относиться к родителям, как те относятся к своим родителям, дедушкам и бабушкам своих детей.

Приведем афоризм Г.К. Лихтенберга: «Человек, живущий в трёх мирах – в прошедшем, настоящем и будущем – может быть несчастным, если один из этих миров ничего не стоит. Религия прибавила к ним ещё и четвёртый – вечность».

2.3. Гармония в образе равенства суммы и произведения числа и *n* целых величин его квадрата

8) *c-пропорции в образе равенства суммы и произведения числа x и n величин его квадрата*. Условие модели 9 $x+nx^2=x\cdot nx^2$ приводит к уравнению $nx^3-nx^2-x=0$; $x\left(nx^2-nx-1\right)=0$. Откуда $x_1=0$, $nx^2-nx-1=0$, эквивалентное $nc_n^2-nc_n-1=0$ или $c_n^2-c_n-\dfrac{1}{n}=0$ с корнями $c_{n_{1,2}}=\dfrac{1\pm\sqrt{1+\dfrac{4}{n}}}{2}$, характеризующими *c*-пропорции. Возможность их использования в экономике изложена в статьях [6, 7, 8].

2.4. Гармония в образе равенства суммы и произведения числа *x* и его (*n*+1)-ой степени, порождающего *p*-пропорции

Из условия в (7) $x+x^{n+1}=x\cdot x^{n+1}$ следует уравнение $x^{n+2}-x^{n+1}-x=0$; $x\left(x^{n+1}-x^{n}-1=0\right)$. Откуда $x_1=0$ и $x^{n+1}-x^{n}-1=0$. Последнее уравнение в записи $p_m^{m+1}-p_m^{m}-1=0$ и выражает *p*-пропорции, введенные и исследованные А.П. Стаховым.

Таким образом, обосновано получение тождества (3), положившего начало статьи, приводящее к *p*-пропорциям, впитавших в себя образ пифагорейской трактовки сущности и тождества числа, аддитивно-мультипликативного равенства двух чисел.

Повторим главный результат настоящей статьи:

если сумма и произведение числа p и его $(m+1)$*-ой степени равны,*
т.е. $p_m+p_m^{m+1}=p_m p_m^{m+1}$, *то число выражает собой* p_m *-константу*

Таким образом, новым условием, приводящим к *p*-пропорциям, стала пифагорейская трактовка сущности и тождества числа, модифицированная изложенным способом.

Достигнув конца того, что следует знать,
ты окажешься в начале того, что следует чувствовать.
Д. Х. Джебран

Ты никогда не будешь знать достаточно,
если не будешь знать больше, чем достаточно.
У. Блэйк

3. Особенности *p*-пропорций

3.1. Метод приближенного вычисления *p*-констант

Самолеты позволяют летать,
но добираться до аэропорта приходится самому.
В. Босс

Уравнение (5) $p_m^{m+1}-p_m^{m}-1=0$ аналитическим путем не решается. Рассмотрим метод, позволяющий найти его корни приближенно, но быстро и с необходимой точностью.

Заменим в (5) переменную p_m на ее инверсное значение $v_m=\dfrac{1}{p_m}$. Получим $\dfrac{1}{v_m^{m+1}}-\dfrac{1}{v_m^{m}}-1=0$,

$$v_m^{m+1}+v_m-1=0\,. \tag{9}$$

Уравнение (9) является соотношением $\overline{H}_n^{n+1}+\overline{H}_n-1=0$, порождающим ряд инвариантов, названных Э.М. Сороко обобщенными фибоначчиевыми золотыми сечениями, которое эквивалентно $x_m^{m+1}-x_m-1=0$ [9].

Из (9) следует

$$v_m=\sqrt[m+1]{1-v_m}\,. \tag{10}$$

В (10) v_m находится методом подбора, методом итераций.

Придадим v_m значение x_1. Вычислим (10), получив величину $y_1=\sqrt[m+1]{1-x_1}$.

Сравним x_1 и y_1.

Если $x_1 < y_1$, то, увеличив x_1, например, на величину около $\frac{y_1 - x_1}{2}$, что будет означать $x_2 = x_1 + \frac{y_1 - x_1}{2}$, вновь вычислим (10), получим y_2 и сравним его с x_2.

Если $x_1 > y_1$, то, уменьшим x_1, например, на величину примерно равную $\frac{x_1 - y_1}{2}$, вновь вычислим (12), получим y_2 и сравним его с x_2.

Подбор продолжается до получения необходимой точности v_m.

В завершении находится $p_m = \frac{1}{v_m}$.

Пример. Решим уравнение (5) для $m = 6$, т.е. $p_6^7 - p_6^6 - 1 = 0$, с точностью до шести знаков после запятой.

Перейдем к уравнению $v_6^7 + v_6 - 1 = 0$.

Зададим $v_{6(1)} = 0{,}8$. Получим $\sqrt[7]{1 - 0{,}8} \approx 0{,}7945974 < 0{,}8$.

Зададим $v_{6(2)} = 0{,}797$. Получим $\sqrt[7]{1 - 0{,}797} \approx 0{,}7962892 < 0{,}797$.

Продолжим подбор значений v_6. Результаты сведем в таблицу 3, где i – номер (шаг) итерации.

Таблица 3

Расчет v_6 методом итераций

i	$v_{6(i)}$	Число v_6	i	$v_{6(i)}$	Число v_6
1	0,8	0,7945974	6	0,79654	0,7965467
2	0,797	0,7962892	7	0,796543	0,7965451
3	0,7967	0,7964572	8	0,796544	0,7965445
4	0,7965	0,7965691	9	0,7965442	0,7965444
5	0,79653	0,7965523	10	0,7965443	0,7965443

Откуда следует, что $v_6 \approx 0{,}796544$, $p_6 = \frac{1}{v_6} \approx \frac{1}{0{,}796544} \approx 1{,}255423$.

Более точное значение $v_6 \approx 0{,}796544354$ и $p_6 \approx 1{,}25542287$.

Таким образом, путем замены в уравнении $p_m^{m+1} - p_m^m - 1 = 0$ искомого p_m на новое неизвестное $v_m = \frac{1}{p_m}$ совершается переход к уравнению $v_m^{m+1} + v_m - 1 = 0$. Затем производится итерационный подбор величины v_m во фрактальном равенстве $v_m = \sqrt[m+1]{1 - v_m}$ и определяется ее значение с необходимой точностью, после чего вычисляется искомая p-константа $p_m = \frac{1}{v_m}$.

Замечание. Разумеется, v_m можно вычислить, используя повторный корень. Выражение (10) есть фрактал, из чего следует повторный бесконечный фрактальный корень $v_m = \sqrt[m+1]{1 - v_m} = \sqrt[m+1]{1 - \sqrt[m+1]{1 - v_m}} = \lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[m+1]{1 - \sqrt[m+1]{1 - \sqrt[m+1]{1 - \ldots}}}$.

Упустив знак предела, можно записать $v_m = \sqrt[m+1]{1 - \sqrt[m+1]{1 - \sqrt[m+1]{1 - \ldots}}}$.

Так, $v_6 = \sqrt[7]{1 - \sqrt[7]{1 - \sqrt[7]{1 - \ldots}}} \approx 0{,}796544$.

3.2. Основные характеристики *p*-пропорций

Напомним основные выражения и характеристики p_m-пропорций, полученные А.П. Стаховым.

1. *Уравнение и его корни*

$$p_m^{m+1} - p_m^m - 1 = 0. \tag{11}$$

Уравнение (11), (5) задает бесконечное число пропорциональных делений, т.к. каждому m соответствует свой вариант деления.

Корни уравнения аналитически в несложном виде из (11) не определяются, содержа неограниченное количество корней для различных m.

2. *Сумма целого и функции от обратного значения пропорции*

Из (11) в результате почленного деления на p_m^m следует

$$p_m = 1 + \frac{1}{p_m^m}. \tag{12}$$

3. *Соотношение между целым и частями*

Коэффициент пропорциональности между целым и его частями находится из (12), где принимается $p_m^m = \dfrac{A}{a}$:

$$\sqrt[m]{\frac{A}{a}} = 1 + \frac{a}{A}, \quad \sqrt[m]{\frac{A}{a}} = \frac{A+a}{A}.$$

Соотношение между целым и его частями определяется тождеством

$$\frac{A}{a} = \left(\frac{A+a}{A}\right)^m, \tag{13}$$

что эквивалентно делению отрезка в пропорции, при которой отношение большей части A к меньшей a равно m-й степени отношения всего целого $A+a$ к большей части A, т. е. $\dfrac{A+a}{A} = p_m$; $\dfrac{A}{a} = p_m^m$.

Соотношение (13) можно представить по-иному:

$$\frac{A+a}{A} = \sqrt[m]{\frac{A}{a}}.$$

Отношение целого $A+a$ к большей части A равно корню m-й степени отношения большей части A к меньшей a.

4. *Последовательность*

Каждый член последовательности, начиная с $(m+1)$-го, равен сумме двух: предыдущего и отстоящего от него на шаг m:

$$u_n = u_{n-m-1} + u_{n-1}. \tag{14}$$

Последовательность определяется системой, формируясь по алгоритму:

$$\begin{cases} u_1, u_2, \ldots, u_m, \\ u_n = u_{n-m-1} + u_{n-1}. \end{cases}$$

Отношение смежных чисел (14) последовательности:

$$p_m = \lim_{n\to\infty}\frac{u_n}{u_{n-1}} = \lim_{n\to\infty}\frac{u_{n-1}+u_{n-m-1}}{u_{n-1}} = 1+\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n-m-1}}{u_{n-1}} = 1+\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\dfrac{u_{n-1}}{u_{n-m-1}}} =$$

$$= 1+\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\dfrac{u_{n-1}}{u_{n-2}}\cdot\dfrac{u_{n-2}}{u_{n-3}}\cdot\ldots\cdot\dfrac{u_{n-m}}{u_{n-m-1}}} = 1+\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n-2}}{u_{n-1}}\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n-3}}{u_{n-2}}\cdot\ldots\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n-m-1}}{u_{n-m}} =$$

$$= 1+\frac{1}{p_m}\cdot\frac{1}{p_m}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{p_m} = 1+\frac{1}{p_m^m},$$

что соответствует (12).

5. *Значения p-констант*

Значения корней для различных m сведены в таблице 3.

Таблица 3

p-константы

m	Большие p-константы			Малые p-константы		
m	p_m	Уравнение	p_m	$\tilde{p}_m$	Уравнение	$\tilde{p}_m$
0	p_0	$p_0^1 - p_0^0 - 1 = 0$	2	$\tilde{p}_0$	$\tilde{p}_0^1 + \tilde{p}_0^0 - 1 = 0$	0
1	p_1	$p_1^2 - p_1 - 1 = 0$	1,6180339	$\tilde{p}_1$	$\tilde{p}_1^2 + \tilde{p}_1 - 1 = 0$	– 0,6180339
2	p_2	$p_2^3 - p_2^2 - 1 = 0$	1,4655712	$\tilde{p}_2$	$\tilde{p}_2^3 + \tilde{p}_2^2 - 1 = 0$	– 0,4655712
3	p_3	$p_3^4 - p_3^3 - 1 = 0$	1,3802775	$\tilde{p}_3$	$\tilde{p}_3^4 + \tilde{p}_3^3 - 1 = 0$	– 0,3802775
4	p_4	$p_4^5 - p_4^4 - 1 = 0$	1,3247179	$\tilde{p}_4$	$\tilde{p}_4^5 + \tilde{p}_4^4 - 1 = 0$	– 0,3247179
5	p_5	$p_5^6 - p_5^5 - 1 = 0$	1,2851989	$\tilde{p}_5$	$\tilde{p}_5^6 + \tilde{p}_5^5 - 1 = 0$	– 0,2851990
6	p_6	$p_6^7 - p_6^6 - 1 = 0$	1,2554229	$\tilde{p}_6$	$\tilde{p}_6^7 + \tilde{p}_6^6 - 1 = 0$	– 0,2554229
m	p_m	$p_m^{m+1} - p_m^m - 1 = 0$	p_m	$\tilde{p}_m$	$\tilde{p}_m^{m+1} + \tilde{p}_m^m - 1 = 0$	$-\tilde{p}_m$

3.3. Представление *p*-констант корнями собственной степени

К свойствам p-констант добавим их представление корнями собственной степени и степени x из числа x, изложенное в статье [10].

Корень степени p_m из константы p_m, начиная с третьего, приближенно равен константе p_{m+3}:

$$\boxed{\sqrt[p_m]{p_m} \approx p_{m+3}}$$

Это справедливо, по крайней мере, для $m = \overline{3,18}$.

Например, $\sqrt[p_4]{p_4} \approx \sqrt[1{,}324]{1{,}324} \approx 1{,}232 \approx p_7 = p_{4+3} \approx 1{,}232$.

Константа p_m приближенно равна корню степени p_{m-3} из константы p_{m-3}, начиная с третьей:

$$\boxed{p_m \approx \sqrt[p_{m-3}]{p_{m-3}}}$$

Например, $p_6 \approx \sqrt[p_3]{p_3} \approx \sqrt[1{,}380]{1{,}380} \approx 1{,}262\ldots$ Результаты расчетов сведены в таблицу 4.

Таблица 4

Представление *p*-констант корнями собственной степени

p_m	Величина p_m	$\sqrt[p_m]{p_m}$	Величина $\sqrt[p_m]{p_m}$	p_m		p_m	Величина p_m	$\sqrt[p_m]{p_m}$	Величина $\sqrt[p_m]{p_m}$	p_m
p_3	1,3802	$\sqrt[1{,}380]{1{,}380}$	1,2629	p_6		p_{11}	1,1729	$\sqrt[1{,}172]{1{,}172}$	1,1450	p_{14}
p_4	1,3247	$\sqrt[1{,}324]{1{,}324}$	1,2320	p_7		p_{12}	1,1631	$\sqrt[1{,}163]{1{,}163}$	1,1386	p_{15}
p_5	1,2851	$\sqrt[1{,}285]{1{,}285}$	1,2155	p_8		p_{13}	1,1544	$\sqrt[1{,}154]{1{,}154}$	1,1321	p_{16}
p_6	1,2554	$\sqrt[1{,}255]{1{,}255}$	1,1986	p_9		p_{14}	1,1468	$\sqrt[1{,}146]{1{,}146}$	1,1262	p_{17}
p_7	1,2320	$\sqrt[1{,}232]{1{,}232}$	1,1845	p_{10}		p_{15}	1,1400	$\sqrt[1{,}140]{1{,}140}$	1,1218	p_{18}
p_8	1,2131	$\sqrt[1{,}213]{1{,}213}$	1,1726	p_{11}		p_{16}	1,1339	$\sqrt[1{,}133]{1{,}133}$	1,1165	
p_9	1,1974	$\sqrt[1{,}197]{1{,}197}$	1,1620	p_{12}		p_{17}	1,1283	$\sqrt[1{,}128]{1{,}128}$	1,1126	
p_{10}	1,1842	$\sqrt[1{,}184]{1{,}184}$	1,1533	p_{13}		p_{18}	1,1233	$\sqrt[1{,}123]{1{,}123}$	1,1088	

3.4. Представление *p*-констант корнями степени *x* из числа *x*

Константа p_m приближенно равна корню из целого числа x с показателем корня, равным этому же числу x [10]:

$$\boxed{p_m \approx \sqrt[x]{x}}$$

Например, $p_6 \approx \sqrt[10]{10} = 1{,}2589\ldots$.

При этом отметим отсутствие стройной системы в чередованиях и взаимодействиях x и m.

Также отметим, что невозможно подобрать $\sqrt[x]{x}$ для $p_1 = 1{,}6180$ и $p_2 = 1{,}4655$, поскольку максимальное значение корня x-й степени из x равно 1,4446… и достигается при $x = e$, то есть $\sqrt[e]{e} = 1{,}444667861\ldots$

Результаты расчетов сведены в таблицу 5.

Таблица 5

Представление *p*-констант корнями степени *x* из числа *x*

p_m	Величина p_m	$\sqrt[x]{x}$	Величина $\sqrt[x]{x}$		p_m	Величина p_m	$\sqrt[x]{x}$	Величина $\sqrt[x]{x}$
p_3	1,3802	$\sqrt[5]{5}$	1,3797		p_{11}	1,1729	$\sqrt[19]{19}$	1,1676
p_4	1,3247	$\sqrt[7]{7}$	1,3204		p_{12}	1,1631	$\sqrt[20]{20}$	1,1615
p_5	1,2851	$\sqrt[9]{9}$	1,2765		p_{13}	1,1544	$\sqrt[22]{22}$	1,1508
p_6	1,2554	$\sqrt[10]{10}$	1,2589		p_{14}	1,1468	$\sqrt[23]{23}$	1,1460
p_7	1,2320	$\sqrt[12]{12}$	1,2300		p_{15}	1,1400	$\sqrt[24]{24}$	1,1415
p_8	1,2131	$\sqrt[14]{14}$	1,2074		p_{16}	1,1339	$\sqrt[26]{26}$	1,1335
p_9	1,1974	$\sqrt[15]{15}$	1,1978		p_{17}	1,1283	$\sqrt[27]{27}$	1,1298
p_{10}	1,1842	$\sqrt[17]{17}$	1,1813		p_{17}	1,1283	$\sqrt[28]{28}$	1,1263
p_{11}	1,1729	$\sqrt[18]{18}$	1,1741		p_{18}	1,1233	$\sqrt[29]{29}$	1,1231

Выводы

1. Модифицированы понятия сущности и тождественности (тождества) числа по сравнению с пифагорейской трактовкой. В дополнение к ней разработаны новые модели триады «число – сущность числа – тождество числа». Сущность числа представлена не только корневой, но и квадратичной и в целом степенной функцией числа. Тождество числа представлено не только суммой, но и произведением числа и его сущности. Наиболее значимо их равенство в виде аддитивно-мультипликативных моделей тождества.

2. В свете модифицированной пифагорейской трактовки новое прочтение получили p-пропорции. Проецирование их на аддитивно-мультипликативное представление тождества добавляет следующее свойство: если сумма и произведение числа p и его $(m+1)$-ой степени равны, то число выражает собой p-константу.

3. Многоликая гармония едина по своей сути, по проявлению сущности и тождественности исходного. Доказательство этого связано и с другими наиболее изученными гармоничными пропорциями, в частности золотыми, что предполагается изложить в следующей статье «Золотые пропорции в образе модифицированной пифагорейской трактовки сущности и тождества числа».

P.S.

Множество эпиграфов в стиле афоризмов объясняется желанием оживить однотипный математический материал.

Библиографический список

1. *Зиновьев А.В.* Тайна Откровения. – Владимир, 1990. – 176 с., с. 40-41.

2. *Шенягин В.П.* Нуль (ноль): число, функция, образ, проявление и систематизация // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 16504, 03.05.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161828.htm.

3. *Стахов А.П.* Коды золотой пропорции. – М.: Радио и связь, 1984. – 152 с.

4. *Шенягин В.П.* Рациональная и иррациональная составляющие золотых пропорций // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 18785, 14.04.2014. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321289.htm.

5. *Шенягин В.П.* Эволюция экономической теории и ростки гармонии (часть 2) / «Экономический журнал», № 1(33), 2014; РГГУ. – М.: Издательство «Каллиграф», 2014. – 160 с., с. 36-54.

6. *Шенягин В.П.* Модели роста доходов и продленной стоимости в оценке бизнеса / Конкурентоспособность экономики России: проблемы и пути повышения: Труды XI Чаяновских чтений. Москва, 17 марта 2011 г. / Под ред. Н.И. Архиповой. – М. : РГГУ, 2011. – 442 с, с. 334-340.

7. *Шенягин В.П.* Модель Гордона как аналог роста дохода по закону рекуррентных соотношений *c*-пропорций // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 17438, 29.04.2012. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001c/00161953.htm.

8. *Шенягин В.П.* Проявления гармонии в экономике / «Экономический журнал», № 2(30), 2013; РГГУ. – М.: Издательство «Каллиграф», 2013. – 136 с., с. 30-46.

9. *Сороко Э.М.* Золотые сечения, процессы самоорганизации и эволюции систем: Введение в общую теорию гармонии систем. Изд. 2-е. – М.: КомКнига, 2006. – 264 с. – с. 197, 216. – (Первое издание 1984 г.).

10. *Шенягин В.П.* Представление *p*-констант корнями собственной степени и степени *x* из числа *x* // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 16679, 26.07.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321207.htm.