В.П. Шенягин

Приращение единицы к золотым константам

Содержание

1. Приращение единицы к золотым константам – вариация 1, непосредственная

В статье [1] золотые константы рассмотрены в виде гармоничного роста. Приращение малой золотой константы происходит к отрезку (целому числу, состоящему из n единиц), и характеризует золотые константы с целым номером. Показано, что возможен прирост, образующий гармонию, и не к целому числу, но мантиссы инверсных большой и малой величин не будут равными. Это присуще золотым константам с нецелым номером.

Приращение единицы к большой и малой золотой константе

Золотые пропорции (большие и малые) не могут существовать без единицы. Поэтому они, именно пропорции, проявляются лишь в «компании» совместно с единицей, выполняющей роль меры как нормированной величины числа и единицы длины отрезка.

Словом, задачу, где большая золотая пропорция характеризуется приращением малой константы к n-единицам [1], изменим на обратную, найдя характеристику золотых констант через приращение к ним единицы.

Для чего синтезируем золотые пропорции и единицу, получив длины отрезков, р*а*вно как и собственно числ*а*, s_n+1 и $\bar{s}_n+1$.

Организуем отношение s_n+1 к некоторому числу x такое, чтобы оно (отношение) было равно $\bar{s}_n+1$, т.е. $\frac{s_n+1}{x}=1+\bar{s}_n$.

Таким числом будет большая золотая константа s_n, а таким отношением станет

$$\frac{s_n+1}{s_n}=1+\frac{1}{s_n}=1+\bar{s}_n. \tag{1}$$

Формула (1) становится тождественной отношению четырех чисел в виде модели

$$\frac{s_n+1}{s_n}=\frac{\bar{s}_n+1}{1}. \tag{2}$$

Таким образом, большая золотая пропорция (по-своему наращиваемая за счет малой константы [1]), получая единичное приращение, образует следующее соотношение: *сумма большой золотой константы и единицы так относится к большой золотой константе, как сумма малой золотой константы и единицы – к единице*.

Иными словами, *большая золотая константа, увеличенная на единицу, так относится к самой себе, как единица, увеличенная на малую золотую константу, – к себе*:

$$\boxed{\frac{s_n+1}{s_n}=\frac{1+\bar{s}_n}{1}}$$

Не являясь собственно золотыми пропорциями как таковыми, соотношение (2) задает числа, мантиссы которых равны мантиссам золотых констант, если n – положительные целые числа, включая ноль. Здесь большую золотую константу, наращенную на единицу, нормирует большая константа, а малую золотую константу, также наращенную на единицу, – единица.

Синтез золотых констант с единицей

Из (2) следует синтез триады чисел $1, s_n, \bar{s}_n$, комбинация которых образует пять величин $\bar{s}_n, 1, 1+\bar{s}_n, s_n, 1+s_n$, не забудем и число n. Изобразим их графически в виде длин отрезков (рис. 1) [2, 3].

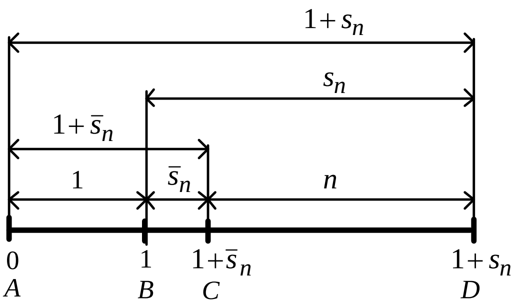


Рис. 1. Синтез единицы и n-ой золотой пропорции
при создании n-золотой тетрады

Золотые тетрады

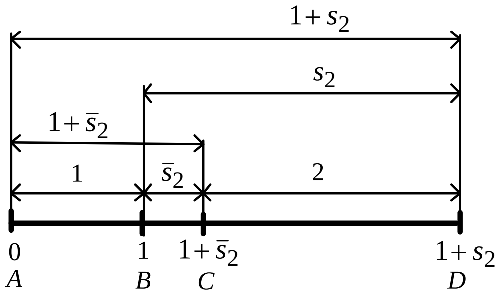
Тетрада отрезков рис. 1 находится в гармонических отношениях согласно (2):

$$\frac{AD}{BD}=\frac{AC}{AB}.$$

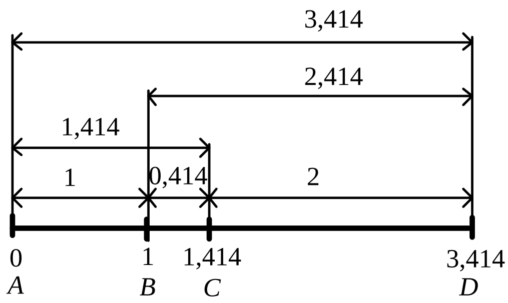
Отношение равно величине

$$1+\bar{s}_n=1+\frac{\sqrt{n^2+4}-n}{2}=\frac{\sqrt{n^2+4}-n+2}{2}.$$

Изобразим отрезки, например, для второй золотой пропорции (рис. 2).



а)



б)

Рис. 2. Синтез единицы и второй золотой пропорции
при создании второй золотой тетрады
а) в символьных обозначениях, б) в числах

Тетрада отрезков для второй золотой пропорции находится в отношениях

$$\frac{AD}{BD}=\frac{AC}{AB}, \text{ т.е. } \frac{1+s_2}{s_2}=\frac{1+\bar{s}_2}{1}=1+\bar{s}_2 \text{ или } \frac{3{,}414}{2{,}414}=\frac{1{,}414}{1}=1{,}414 .$$

Модель (2), иллюстрированная рис. 1, содержит тетраду чисел с равными мантиссами

$$\bar{s}_n, 1+\bar{s}_n, s_n, 1+s_n . \qquad (3)$$

Числовая красота тетрады констант с равными мантиссами (3) раскрывается при сведении их в табл. 1.

Таблица 1

Отношения (пропорции) как константы с равными мантиссами

n	AB	BC	AC	BD	AD	$\frac{AD}{BD}=\frac{AC}{AB}$	$\frac{AD}{BD}=\frac{AC}{AB}$
0	1	1	2	1	2	$\frac{2}{1}=2$	$\frac{\sqrt{0+4}-0+2}{2}=2$
1	1	0,618	1,618	1,618	2,618	$\frac{2{,}618}{1{,}618}=1{,}618$	$\frac{\sqrt{5}-1+2}{2}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
2	1	0,414	1,414	2,414	3,414	$\frac{3{,}414}{2{,}414}=1{,}414$	$\frac{\sqrt{8}-2+2}{2}=\frac{\sqrt{8}-0}{2}=\sqrt{2}$
3	1	0,302	1,302	3,302	4,302	$\frac{4{,}302}{3{,}302}=1{,}302$	$\frac{\sqrt{13}-3+2}{2}=\frac{\sqrt{13}-1}{2}$
4	1	0,236	1,236	4,236	5,236	$\frac{5{,}236}{4{,}236}=1{,}236$	$\frac{\sqrt{20}-4+2}{2}=\sqrt{5}-1$
5	1	0,192	1,192	5,192	6,192	$\frac{6{,}192}{5{,}192}=1{,}192$	$\frac{\sqrt{29}-5+2}{2}=\frac{\sqrt{29}-3}{2}$
n	1	$\bar{s}_n$	$1+\bar{s}_n$	s_n	$1+s_n$	$\frac{1+s_n}{s_n}=\frac{1+\bar{s}_n}{1}$	$\frac{\sqrt{n^2+4}-n+2}{2}$

Алгоритмы геометрического построения золотых тетрад рассмотрены в статьях [2, с. 31-34] и [3, с. 50-53].

Соотношение (1) $\frac{s_n+1}{s_n}$ ограничивает все золотые константы интервалом от 1 до 2 (см. графу AC в табл. 1):

$$\boxed{2;\ 1{,}618\ldots;\ 1{,}414\ldots;\ 1{,}302\ldots;\ 1{,}236\ldots;\ \ldots;\ 1+\bar{s}_n} \qquad (4)$$

Ряд (4) в ряде случаев (тавтология уместна) может быть более удобным в использовании, поскольку большие золотые константы, кроме классической и нулевой, имеют значения большие двух, растущие с увеличением номера пропорции:

$$2;\ 1{,}618\ldots;\ 2{,}414\ldots;\ 3{,}302\ldots;\ 4{,}236\ldots;\ \ldots;\ s_n.$$

Правило сохранения мантисс Г.Б. Аракеляна и его модификация

Г.Б. Аракелян ввел правило сохранения мантиссы (ПСМ), присущее инверсным числам. Кстати, их в рамках теории гармонии также независимо друг от друга нашли и другие авторы, по-разному назвав эти пропорции, а именно: В.П. Шенягин – золотые s-пропорции, В. Шпинадель – металлические пропорции, А.А. Татаренко – T_m-гармонии, М. Газале – затравочные ч*и*сла Φ_m числ*а* m.

Процитируем суждение Г.Б. Аракеляна о ПСМ из статьи [6, с. 15]:

«Сравним десятичные дробные части (мантиссы) константы ϕ и её обратной величины:

$$\phi = 1{,}6180339997\ldots \qquad 1/\phi = 0{,}6180339997\ldots.$$

Они совпадают. Разумеется, не только в десятичной, но и в любой другой системе счисления. Назовём это свойство *Правилом сохранения мантиссы* (ПСМ) и, обозначив мантиссу числа x символом m, запишем его в виде уравнения

$$\frac{1}{x} = x - m.$$

Отсюда квадратное уравнение

$$x^2 - mx - 1 = 0$$

с корнями

$$x_{1,2} = \frac{m \pm \sqrt{m^2+4}}{2}$$

». Конец цитаты.

Цитируем из великолепной работы Гранта Аракеляна, книги [7, с. 139]:

«… в качестве соответствующего данному случаю закона сохранения взято *правило сохранения мантиссы* (ПСМ) как свойство, имманентно присущее числам определённого типа и только им и реально объединяющих их в единое золотое семейство. Сохранение мантиссы m для величин $1/x$, обратных искомым константам x, запишется в виде уравнения

$$\frac{1}{x} = x - m$$

…». Конец цитаты.

В изложенном допущена неточность, вероятно, чисто технического плана, а именно: здесь m не мантисса числа x, а целое число, *включая ноль*, означающее номер константы, что, впрочем, изложено верно в заключении в книге [7, с. 370]. Цитирую:

«В качестве *родового признака* для ТЗС на первом уровне её обобщения берётся *правило сохранения мантиссы* (ПСМ), как коренное свойство чисел определённого типа, объединяющее их в единое золотое семейство. ПСМ приводит к уравнению

$$x^2 - mx - 1 = 0$$

с положительными целочисленными значениями множителя m, минимальное значение которого равно 1. Тем самым, золотая константа ϕ оказывается выделенной в бесконечном семействе чисел ϕ_m, $(m = 1, 2, \ldots, k, \ldots)$, обладающих целым набором одинаковых свойств, иногда неверно приписываемых лишь константе ϕ». Конец цитаты.

Приращение единицы к золотым пропорциям (2) позволяет дополнить правило сохранения мантиссы в виде формулировки–модификации:

мантисса отношений большой золотой константы, увеличенной на единицу, к самой себе и единицы, увеличенной на малую золотую константу, – к себе равна мантиссе этих констант:

$$1+\bar{s}_n = \frac{s_n+1}{s_n} = \frac{1+\bar{s}_n}{1}.$$

2. Приращение единицы к золотым константам – вариация 2, косвенная

К результату (1) *можно прийти по-иному*. Повторим, что золотые пропорции (большие и малые) не могут существовать без единицы, поэтому они проявляются лишь в компании совместно с единицей. В статье [2] рассмотрено расширение количества чисел с равными мантиссами с двух до четырех для каждой из золотых констант.

Три числа классической золотой пропорции с равными мантиссами. Классическая золотая константа обращает на себя внимание соотношением:

$$\frac{2{,}618...}{1{,}618...} = 1{,}618..., \text{ т.е. } \frac{\phi^2}{\phi} = \phi, \tag{5}$$

$$\frac{1+\phi}{1+\bar{\phi}} = \phi. \tag{6}$$

Ей свойственно тройственное равенство мантисс для малой, большой и квадрата большой пропорции:

$$\bar{\phi} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0{,}618...;\ \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}618...;\ \phi^2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2} = 2{,}618...; \tag{7}$$

$$\begin{cases} \bar{\phi} = \phi - 1, \\ \phi, \\ \phi^2 = \phi + 1. \end{cases} \tag{8}$$

О трех числах с равными мантиссами золотых пропорций. После открытия золотых пропорций 2 мая 1994 года, на что родилось миниатюрное стихотворение (прилагается), и их публикации в 1997 году в литературном журнале «Кодры. Молдова литературная» [4] (см. в [5]) меня заинтересовал поиск пар чисел, подобных (6), для других золотых пропорций. Подобные пары нашлись в каждой золотой пропорции, правда, не в виде квадратов чисел, как в (5):

$$\frac{3{,}414...}{2{,}414...} = 1{,}414...;\ \frac{4{,}302...}{3{,}302...} = 1{,}302...;\ \frac{5{,}236...}{4{,}236...} = 1{,}236...;\ \frac{6{,}192...}{5{,}192...} = 1{,}192...;$$

$$\frac{7{,}162...}{6{,}162...} = 1{,}162...;\ \frac{8{,}140...}{7{,}140...} = 1{,}140...;\ \frac{9{,}123...}{8{,}123...} = 1{,}123...;\ \frac{10{,}109...}{9{,}109...} = 1{,}109...;$$

$$\ldots;\ \frac{s_n+1}{s_n} = \bar{s}_n + 1. \tag{9}$$

Пропорции из четырех констант с равными мантиссами. Модель (формула) (9), полученная таким путем, соответствует (1) и становится тождественной отношению четырех чисел в виде (2).

Таким образом, на соотношение (2) мы вышли двояко:

– вариация 1 – непосредственно, путем приращения единицы к большим и малым золотым константам;

– вариация 2 – косвенно, посредством поиска чисел, подобных (6).

Действительно, из (2) следует соотношение, подобное $\frac{1+\phi}{1+\bar{\phi}}=\phi$, задающее большие золотые константы:

$$\boxed{\frac{1+s_n}{1+\bar{s}_n}=s_n}$$

3. Квадраты чисел, мантиссы которых равны мантиссам корневых констант

Позволим некоторое отступление от прямой тематики статьи, не связанное с приращением единицы к золотым константам, но занимательное в части равенства мантисс.

Ряд (9) содержит числа с равными мантиссами, но s_n+1 не является квадратом s_n, как у классической золотой константы (5). Числа, квадраты которых характеризуются числами с соответствующей мантиссой, найдены мной и опубликованы в [2, раздел 15 «Квадраты чисел, мантиссы которых равны мантиссам корневых констант», с. 48-50]. Тройственным представлением в виде равенства мантисс малой, большой и квадрата большой пропорции подобно классической золотой пропорции обладают именно корневые r-константы-пропорции, которые, впрочем, вбирают в себя и классическую золотую константу:

$$\boxed{\begin{cases}\tilde{r}_n=r_n-1,\\ r_n,\\ r_n^2=r_n+n.\end{cases}}$$

Но в отличие от золотой пропорции, где $\bar{\phi}=\frac{1}{\phi}$, $\phi=\frac{1}{\bar{\phi}}$ малая и большая корневые пропорции невзаимообратны, а связаны соотношениями $\tilde{r}_n=\frac{n}{r_n}$; $r_n=\frac{n}{\tilde{r}_n}$. Поэтому над символом малой корневой пропорции ставим не прямую черту, означающую прямую инверсию, а волнистую.

Численные значения корневых пропорций для наглядности приведем в табл. 2.

Таблица 2

Тройственное представление корневых r-пропорций
в виде равенства мантисс малой, большой и квадрата большой пропорции

m	Уравнение	(+) корень уравнения	$\tilde{r}_n$	r_n	r_n^2
0	$r_0^2-r_0=0$	$\frac{1+\sqrt{1}}{2}=1$	0	1	1
1	$r_1^2-r_1-1=0$	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	0,6180339	1,6180339	2,6180339
2	$r_2^2-r_2-2=0$	$\frac{1+\sqrt{9}}{2}=2$	1	2	4
3	$r_3^2-r_3-3=0$	$\frac{1+\sqrt{13}}{2}$	1,3027756	2,3027756	5,3027756
4	$r_4^2-r_4-4=0$	$\frac{1+\sqrt{17}}{2}$	1,5615528	2,5615528	6,5615528
n	$r_n^2-r_n-n=0$	$\frac{1+\sqrt{1+4n}}{2}$	$\frac{\sqrt{1+4n}-1}{2}$	$\frac{1+\sqrt{1+4n}}{2}$	$\frac{1+\sqrt{1+4n}}{2}+n$

Выводы

Золотые константы, получая единичное приращение, образуют следующее соотношение: *сумма большой золотой константы и единицы так относится к большой золотой константе, как сумма малой золотой константы и единицы – к единице*.

Синтез золотых констант с единицей образует золотые тетрады с равными мантиссами.

Одно из чисел золотых тетрад ограничено (нормировано) интервалом от 1 до 2, что не свойственно собственно большим золотым константам.

Правило сохранения мантиссы, выявленное Г. Аракеляном на основе обратных чисел, модифицируется с учетом тетрады чисел.

Корневые константы обладают тройственным представлением чисел с равными мантиссами, причем одно из чисел есть квадрат большой корневой пропорции аналогично этому уникальному свойству классической золотой константы.

Приложение

Озарение

Какая ночь!
        Какая ночь!
Я знаю точно, неспроста
мне кто-то силится помочь
        в ночь
                воскресения Христа!

02.05.94, г. Бельцы

Название миниатюры может быть и такое – «Вдохновение».

Библиографический список

1. *Шенягин В.П.* Золотые константы в образе гармоничного роста // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 21128, 10.09.2015. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/00162533.htm.

2. *Шенягин В.П.* Рациональная и иррациональная составляющие золотых пропорций // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 18785, 14.04.2014. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02321289.htm.

3. *Шенягин В.П.* Эволюция экономической теории и ростки гармонии (часть 2) / «Экономический журнал», № 1(33), 2014; РГГУ. – М.: Издательство «Каллиграф», 2014. – 160 с., с. 36-54. – http://cyberleninka.ru/article/n/evolyutsiya-ekonomicheskoy-teorii-i-rostki-garmonii-chast-2.

4. *Шенягин В.П.* Пифагор, или Каждый создает свой миф. Философское эссе / Ежемесячный литературный журнал Союза писателей Молдовы «Кодры. Молдова литературная». – Кишинев, Кодры. Молдова литературная, 1997, № 9-10. – 288 с., с. 204-227.

5. *Шенягин В.П.* «Пифагор, или Каждый создает свой миф» – четырнадцать лет с момента первой публикации о квадратичных мантиссовых *s*-пропорциях // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 17031, 27.11.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322050.htm.

6. *Грант Аракелян*. О мировой гармонии, теории золотого сечения и её обобщениях // «Академия Тринитаризма», М., Эл № 77-6567, публ. 17064, 06.12.2011. – http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/013a/02322065.htm.

7. *Аракелян Г.* Математика и История Золотого Сечения: монография / Г. Аракелян. – М.: Логос, 2014. – 404 с., с. 139, 370.